SUR L'EDUCATION MATHÉMATIQUE

V.I. ARNOLD

Université Paris IX, Dauphine et Institut Steklov

Difficile est saturam non scribere,
Juvenal, Satura I, 30.

Les mathématiques font partie de la physique. La physique est une science expérimentale, une des sciences naturelles. Les mathématiques, ce sont la partie de la physique où les expériences ne coûtent pas cher.

L'identité de Jacobi (qui force les trois hauteurs d'un triangle à être concourantes) est tout autant un fait expérimental que la rotondité de la Terre (le fait que la terre soit homéomorphe à une boule), mais cela revient moins cher à vérifier ! Au milieu du 20ème siècle on a essayé de séparer les mathématiques de la physique. Les résultats ont été catastrophiques ! On a vu apparaître des générations ENTIÈRES de mathématiciens ignorant la moitié de leur science —n'ayant d'ailleurs pas la moindre idée d'aucune autre. Ils ont commencé à enseigner leur horrible scolastique pseudomathématique, d'abord aux étudiants, puis aux lycéens, en oubliant le principe de Hardy, selon lequel il n'y a pas de refuge permanent sous le soleil pour des mathématiques laides. Comme de telles mathématiques scolastiques, séparées de la physique, ne sont adaptées ni à l'enseignement, ni à aucune application éventuelle à d'autres sciences, les mathématiciens se sont fait haïr des lycéens (dont certains ensuite sont devenus ministres–(*)) et des utilisateurs. La construction sans harmonie faite par des mathématiciens ruminant leurs complexes d'ignorance vis a vis de la physique me fait penser à la construction axiomatique des nombres impairs. Il est évident qu'on peut construire une telle théorie, on peut même la faire admirer par les élèves pour sa beauté et son architecture interne (on a par exemple que la somme d'un nombre impair de nombres impairs est toujours bien définie ainsi que le produit de nombres impairs. De ce point de vue sectaire, les nombres pairs sont une hérésie ; mais on peut aussi les introduire plus tard dans la théorie comme "nombres idéaux", ceci pour s'adapter aux besoins de la physique et du monde réel).

Malheureusement, c'est une construction similaire qui a dominé l'enseignement de la mathématique en France pendant des décades. Cette perversion, née en France, s'est vite répandue à l enseignement des bases des mathématiques, d'abord aux étudiants, puis aux élèves, d'abord en France, puis ailleurs, Russie inclue. A la question "Combien font 2+3?" un élève d'école français a répondu "3+2, puisque l'addition est commutative". Il ne savait même pas à quoi cette somme était égale, il ne comprenait même pas ce qu'on lui demandait! Un autre élève (tout a fait sensé selon moi) définissait les mathématiques de la manière suivante: "Il y a des carrés, encore faut-il le prouver!" Selon mon expérience pédagogique en France, l'idée de la mathématique chez les étudiants n'est pas très éloignée

(*) NDT Cet article a été écrit pour une revue moscovite de celle de cet écolier. C'est même vrai pour les normaliens (j'ai la plus grande pitié pour ces étudiants, qui ne manquent évidemment pas d'intelligence par nature mais sont estropiés par un enseignement abêtissant). Par exemple les normaliens n'ont jamais vu de paraboloïde hyperbolique de leur vie et si on leur demande la forme de la surface d'équation

$$xy = z^2$$

cela provoque chez eux de la stupeur ! Dessiner la courbe donnée sous forme paramétrique par exemple par

$$x = t^3 - 3t, \quad y = t^4 - 2t^2$$

est un problème insoluble pour les étudiants (et probablement pour la majorité des professeurs français de mathématiques) Pourtant, à l'époque du premier manuel d'analyse de l'Hôpital (Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes, Paris 1696) et en gros jusqu'au manuel de Goursat. la capacité de résoudre de tels problèmes était considérée —autant que la connaissance des tables de multiplication— comme une part indispensable du bagage de tout mathématicien. Les zélotes de la mathématique superabstraite, privés par les Dieux de l'imagination géométrique, ont éliminé toute la géométrie de l'éducation, alors que c'est à travers elle que passent le plus souvent les relations avec la physique et le réel. Les manuels de Goursat (*), Hermite, Picard, ont failli récemment être jetés de la bibliothèque universitaire de Jussieu, comme obsolètes et donc néfastes (on ne les a conservés que sur mon intervention). Les normaliens, qui avaient déjà suivi des cours de géométrie algébrique et de géométrie différentielle donnés par des mathématiciens respectés, se sont révélés ignorant de la surface riemannienne associée à une courbe elliptique et aussi de la classification topologique des surfaces (sans parler des intégrales elliptiques de première espèce ni de la structure de groupe d'une courbe elliptique ou du théorème d'addition: ils n'ont appris que les structures de Hodge et les variétés jacobiennes! Comment a-t-on pu en arriver là, en France, le pays de Lagrange, de Cauchy et Poincaré, de Leray et de Thom ? Je me souviens de l'explication que m'a proposé I. Petrovski en 1966 du comportement des mathématiciens: les vrais mathématiciens ne forment pas de gangs, mais les faibles en ont besoin pour survivre (**)

Ils peuvent se regrouper sous différentes banderoles (la superabstraction, l'antisémitisme ou les problèmes "appliqués et industriels"), mais cela se fait toujours essentiellement pour résoudre un problème de nature sociale: comment survivre dans un environnement intellectuel plus qualifié ? Je me souviens d'ailleurs des mots de Louis Pasteur-il n'y a jamais eu et il n'y aura jamais de "sciences appliquées", il n'y a que des applications de la science (souvent très utiles!) Il m'est arrivé de mettre en doute la réflexion de Petrovski, mais aujourd'hui je suis de plus en plus convaincu de son exactitude. Une part significative de la mathématique dite abstraite se réduit tout simplement à une appropriation systématique et impudente des résultats chez les créateurs, pour ensuite les attribuer

(*) NDT Pauvre Goursat, il en a eu des malheurs: C'est déjà pour remplacer son manuel "out of date" que se sont manifestées les premières velléités, alors pédagogiques, de N. Bourbaki: cf. discours d'H. Cartan en 1958, publié en anglais en 1980, The math. Intelligencer vol. 2, 4. 1980, page 176

(**) NDT Ceci ne s'applique évidemment qu'aux mathématiciens russes.

aux épigones généralisateurs. Comme l'Amérique ne porte pas le nom de Colomb, les résultats mathématiques ne portent presque jamais le nom de ceux qui les ont découverts. Je dois remarquer que mes résultats n'ont jamais fait l'objet de pareils détournements, mais c'est arrivé systématiquement à mes maîtres (Kolmogorov, Petrovski, Pontryagin, Rohlin)comme à mes élèves.

Le professeur Berry a formulé les deux principes suivants:

- Principe d'Arnold: Si une notion porte un nom propre, ce n'est pas celui de son créateur.
- Principe de Berry: Le principe d'Arnold s'applique à lui-même.

Revenons à l'enseignement des mathématiques en France. Quand j'étais étudiant en première année à l'Université de Moscou, le cours d'Analyse était fait par Toumarkin, un spécialiste de topologie et théorie des ensembles, et il suivait un cours à la française (comme Goursat). Il nous apprenait que les intégrales de fonctions rationnelles le long de courbes algébriques s'expriment au moyen de fonctions élémentaires si la surface de Riemann correspondante est une sphère, et qu'en général elles ne s'expriment pas ainsi si le genre est supérieur, et que pour que la surface de Riemann soit une sphère il suffit qu'il existe pour une courbe de degré fixé un assez grand nombre de points doubles (qui obligent la courbe à être unicursale: on peut dessiner les points réels dans le plan projectif d'un seul trait). Ces faits en eux-mêmes excitent l'imagination, même sans aucune démonstration, et donnent une meilleure idée des mathématiques contemporaines que plusieurs volumes de Bourbaki. Ils nous apprennent en effet qu'il existe des relations remarquables entre des faits apparemment sans rapports: l'existence d'une expression d'intégrales en termes de fonctions élémentaires et la topologie de la surface de Riemann correspondante, ou encore le lien entre le nombre de points doubles et le genre de la surface, qui en plus se manifeste dans le plan réel comme la propriété d'unicursalité.

Déjà Jacobi affirmait que c'était le plus grand attrait de la mathématique que de voir apparaître la même fonction dans la représentation d'un nombre entier comme somme de quatre carrés et dans le mouvement du pendule. La découverte de ces liens entre objets mathématiques éloignés peut être comparée à celle des rapports entre l'électricité et le magnétisme en physique, ou de la ressemblance entre la Côte Ouest de l'Afrique et la Côte Ouest de l'Amérique en géologie. Il est difficile de surestimer la valeur émotionnelle de ces découvertes dans l'enseignement. Elles nous apprennent en effet à chercher et à trouver d'autres manifestations de l'unité du monde. La dégéométrisation de l'éducation mathématique et le divorce avec la physique brisent ces relations. Par exemple, les étudiants d'aujourd'hui, comme les géomètres algébristes modernes ne connaissent plus en général le fait (voir la remarque de Jacobi) que l'intégrale elliptique de première espèce exprime le temps le long d'une courbe elliptique pour le système dynamique hamiltonien correspondant. En reprenant les mots connus sur l'électron et l'atome (*), on peut dire que l'hypocycloïde est aussi inépuisable qu'un idéal de l'anneau de polynômes. Mais enseigner les idéaux de polynômes à des étudiants qui n'ont jamais vu d'hypocycloïdes est aussi absurde que d'enseigner l'addition des fractions à des enfants qui n'auraient jamais divisé une pomme ou un gâteau en parties égales, ne serait-ce que mentalement. Il ne faut pas

(*) Lénine "L'électron est aussi inépuisable que l'atome ! "

s'étonner ensuite qu'ils préfèrent ajouter le numérateur au numérateur et le dénominateur au dénominateur.

Mes amis français m'ont dit que la tendance à la généralisation toujours plus abstraite est une tradition nationale (*) Je me demande effectivement s'il ne s'agit pas d'une maladie héréditaire, mais je souligne tout de même que j'ai emprunté l'exemple de la pomme et du gâteau à Poincaré. Le schéma de construction d'une théorie mathématique ressemble tout à fait à celui de n'importe laquelle des autres sciences naturelles. Au début nous étudions certains objets, nous faisons des observations dans différentes circonstances. Puis nous cherchons à trouver les limites d'applications de nos observations, nous cherchons des contre-exemples, en évitant de trop généraliser (exemple: le nombre de partitions des entiers impairs 1, 3, 5, 7, 9 en un nombre impair de parties forme la suite 1, 2, 4, 8, 16, mais ensuite apparaît le nombre 29). A la suite de ces observations nous formulons si possible une conjecture comme découverte empirique (par exemple la conjecture de Fermat, celle de Poincaré). Puis arrive la période difficile où il s'agit de vérifier si nos conjectures sont à la hauteur des réalités.

En mathématique a été mise au point une technique particulière qui peut parfois être utile pour les applications pratiques mais qui peut nous induire en erreur. Elle s'appelle la *modélisation*. Pour la construction d'un modèle on fait l'idéalisation suivante: certains faits, connus seulement avec un certain degré d'approximation ou de probabilité, sont considérés comme absolument vrais et sont pris comme "axiomes". La signification de cet "absolu" est exactement que nous nous permettons d'agir avec ces "faits" selon les règles de la logique formelle, en appelant "Théorèmes" les déductions que nous en tirons. Il est clair que dans aucune action réelle on ne peut s'appuyer entièrement sur de telles déductions, parce que les paramètres des phénomènes étudiés ne sont pas connus tout à fait exactement, et qu'une petite modification (par exemple des conditions initiales du processus) peut complètement bouleverser le résultat. C'est ainsi qu'il n'est pas possible d'espérer des prévisions météorologiques dynamiques sur une longue période, et que cela restera impossible quels que soient les perfectionnements des ordinateurs et de l'enregistrement des données. De même une petite modification des axiomes (en lesquels de toute façon nous ne pouvons avoir totalement confiance) peut conduire à d'autres conclusions que celles fournies par les théorèmes obtenus. Plus sont longs et astucieux les raisonnements ("démonstrations"), moins le résultat final est robuste. Les modèles compliqués sont rarement utiles (sauf pour écrire des thèses).

La technique mathématique de modélisation consiste en ce qu'on oublie les défauts et

(*) Il semble que le premier "Bourbakiste" ait été Descartes, qui a subordonné toute les sciences à des axiomes simples en voulant en déduire tout le reste par des déductions mathématiques. Quand Pascal, encore très jeune, a confirmé par des expériences célèbres (en remplaçant le mercure de l'Italien Toriccelli par du vin français), que l'axiome "la nature a horreur du vide" est faux, il est venu en discuter avec le grand Maître des Sciences de l'époque, Descartes. Comme ces expériences infirmaient ses théories, Descartes, méprisant, a désapprouvé les théories de Pascal ; il a écrit quelque temps après à Huygens que le seul vide auquel il croyait était celui du cerveau de Pascal. Quelque mois plus tard le prophète de l'axiomatisme prétendait déjà avoir suggéré à Pascal ces expériences. Ref. Henri Gee, "L'Auvergne, berceau du voyage spatial", Le Monde, le 3 avril 1998, p. 24

on parle des modèles déductifs comme s'ils coïncidaient avec la réalité. Le fait même que cette méthode évidemment incorrecte du point de vue scientifique conduise souvent à des résultats utiles est appelé "l'efficacité déraisonnable des mathématiques dans les sciences physiques" (E. Wigner). On peut d'ailleurs ajouter, suivant I. M. Gelfand, qu'il y a un autre phénomène tout aussi déraisonnable, c'est l'inefficacité déraisonnable des mathématiques en biologie. Pour un physicien, "le poison subtil de la formation mathématique, selon l'expression de F. Klein, c'est justement que le modèle devenu autonome se sépare de la réalité et ne lui est plus comparé". Voici un exemple simple: les mathématiques nous apprennent que la solution de l'équation de Malthus

$$dx/dt = x$$

est déterminée de manière unique par les conditions initiales —autrement dit les différentes courbes intégrales dans le plan des variables (x, t) ne se rencontrent pas. Cette conclusion du modèle mathématique est bien éloignée de la réalité. Une expérience sur ordinateur montre que toutes les courbes intégrales ont des points communs sur l'axe négatif des t. Et en effet les deux courbes correspondant aux conditions initiales $x(0) = 0$ et $x(0) = 1$ sont pratiquement confondues en $t = -10$, et en $t = -100$ on ne peut plus mettre un atome entre les deux courbes. Les propriétés de l'espace à des distances aussi infimes ne sont absolument plus décrites par la géométrie euclidienne. L'application du théorème d'unicité dans cette situation dépasse évidemment le degré d'exactitude du modèle. Il faut en tenir compte dans les applications pratiques, sinon on peut avoir de sérieux ennuis. Je remarque par ailleurs que le même théorème d'unicité explique pourquoi l'étape finale d'amarrage d'un bateau est conduite à la main. Le contrôle, avec une vitesse fonction lisse—par exemple linéaire—de la distance, demanderait un temps infini pour l'amarrage. L'alternative serait un choc contre le quai (amorti par des corps convenables, pas parfaitement élastiques). Il a fallu traiter sérieusement ce problème lors de l'arrivée des premiers appareils sur la Lune et sur Mars, et aussi pour l'amarrage aux stations spatiales, et là le théorème d'unicité travaille contre nous. Malheureusement, ni de tels exemples, ni les recommandations face au danger de la fétichisation des théorèmes ne se trouvent dans les manuels modernes, même les meilleurs. Je me suis même dit que les scolastes de la mathématique (qui connaissent si peu la physique) croient en une différence fondamentale entre les mathématiques axiomatiques et la pratique habituelle de la modélisation (qui doit toujours être suivie de la vérification des conclusions par l'expérience). Sans parler même du caractère relatif des axiomes introduits, il ne faut pas oublier les erreurs logiques inévitables dans de longs raisonnements, ou des erreurs d'ordinateurs dues aux oscillations quantiques ou par exemple à des particules cosmiques. Tout mathématicien en activité sait que s'il ne se contrôlait pas (au mieux par des exemples), sur une dizaine de pages de calculs la moitié des signes serait fausse, et les "2" passeraient par erreur du numérateur au dénominateur. La technique pour combattre de telles erreurs est le contrôle extérieur par des expériences ou des comparaisons, avec des résultats obtenus par des méthodes indépendantes, comme dans toute autre science expérimentale. Il faut enseigner cette technique dès le début aux écoliers, dès les premières années d'enseignement.

La tentative de construire des "mathématiques pures" suivant la méthode axiomatico-déductive a conduit au refus du schéma classique en physique: expérience-modèle-étude du modèle-conclusions-vérifications par l'expérience, et à son remplacement par le schéma: définition–théorème–démonstration. On ne peut pas comprendre une définition non-motivée, mais cela n'arrête pas nos criminels axiomatisateurs algébristes. Ils seraient prêts par exemple à définir le produit des nombres entiers à l'aide de la loi de multiplication des nombres décimaux. La commutativité de la multiplication devient alors un théorème difficile, pénible à démontrer, elle peut être déduite des axiomes. On peut alors enseigner ce théorème et sa démonstration aux misérables étudiants, avec pour but à la fois d'affirmer l'autorité de la science et celle des enseignants. Il est clair qu'une telle définition et de telles démonstrations n'ont aucune valeur ni pour l'enseignement ni pour leur utilisation pratique. Elles ne peuvent faire que du mal. Pour comprendre la commutativité de la multiplication, il faut soit compter de deux manières le nombre de soldats alignés en rang sur une place, soit calculer la surface d'un rectangle selon deux ordres différents. Essayer d'échapper à l'intervention de la réalité physique dans les mathématiques est une attitude sectaire et isolationniste qui détruit aux yeux de toute personne sensée l'image des mathématiques comme activité utile. Je vais dévoiler encore quelques secrets du même genre, dans l'intérêt des étudiants terrorisés par l'abstraction.

– Le *déterminant* d'une matrice, c'est le volume (orienté) du parallélépipède dont les côtés sont les vecteurs-colonnes. Si on livre aux étudiants ce secret, soigneusement caché dans des manuels d'algèbre bien astiqués, alors toute la théorie des déterminants devient compréhensible comme une partie naturelle de la théorie des formes multilinéaires. Si on définit les déterminants autrement, un étudiant sensé gardera toute sa vie une aversion pour les déterminants comme pour les matrices jacobiennes et donc pour le théorème des fonctions implicites.

– Qu'est-ce qu'un *groupe* ? Les algébristes nous enseignent que c'est un ensemble muni de deux opérations, avec une pile d'axiomes qu'on oublie facilement. Cette définition suscite naturellement une protestation: en quoi un être intelligent a-t-il besoin d'un tel couple d'opérations ? La situation est complètement différente si on ne commence pas par les groupes abstraits mais par la notion de transformation (correspondance bijective d'un ensemble dans lui-même), comme d'ailleurs ce fut le cas historiquement ; une famille de transformations d'un ensemble s'appelle un groupe si chaque fois qu'elle contient deux transformations elle contient leur composée et si chaque fois qu'elle contient une transformation elle contient son inverse. Voilà la définition complète. Les "axiomes" ne sont que les propriétés (évidentes) des groupes de transformations. Ce que les axiomatisateurs appellent "groupes abstraits", ce sont simplement les groupes de transformations de différents ensembles, regardés à isomorphisme près (correspondance bijective qui conserve les opérations). Il n'y a pas d'autres groupes plus "abstraits" dans la nature, comme l'a démontré Cayley. Pourquoi faut-il que les algébristes torturent encore aujourd'hui les définitions avec la définition abstraite ?

Dans les années soixante j'ai fait un cours de théorie des groupes à des lycéens moscovites, m'éloignant le plus possible de l'axiomatique, je cherchais à être le plus proche de la physique, et en un semestre je suis arrivé au théorème d'Abel sur l'irrésolubilité de l'équation générale du cinquième degré par radicaux (chemin faisant j'ai enseigné aux élèves les nombres complexes, les surfaces de Riemann, les groupes fondamentaux et les groupes de monodromie des fonctions algébriques). Ce cours a été rédigé et publié par un des élèves, V. Alexeiev, sous le nom de "Le théorème d'Abel par les problèmes".

– Que veut dire *variété lisse* ? J'ai lu récemment dans un livre américain que Poincaré ne connaissait pas cette notion (qu'il a introduite lui-même en mathématique), et que la définition moderne a été introduite seulement dans les années vingt par Veblen ; une variété, c'est un espace topologique vérifiant toute une série d'axiomes. Quels péchés les étudiants doivent-ils expier pour devoir subir toutes ces tortures ? Dans son article "Analysis situs" Poincaré donne une définition claire et directe d'une variété différentiable, bien plus utile que la définition abstraite. Une sous-variété différentiable de dimension k de l'espace euclidien $\mathbf{R}^n$, c'est un sous-ensemble qu'on peut représenter au voisinage de chacun de ses points comme le graphe d'une application de $\mathbf{R}^k$ dans $\mathbf{R}^{n-k}$. C'est la généralisation directe des courbes habituelles dans le plan

$$(\text{comme le cercle } x^2 + y^2 = 1)$$

et des courbes et des surfaces dans l'espace.

On définit entre variétés différentiables, de manière naturelle, la notion d'application différentiable. Un difféomorphisme est une application différentiable ainsi que son inverse. Une variété différentiable "abstraite", c'est une sous-variété différentiable d'un espace euclidien, considérée à difféomorphisme près. Il n'y a pas dans la nature de variétés différentiables de dimension finie plus "abstraites" (C'est le théorème de Whitney). Pourquoi torturons-nous encore maintenant les étudiants avec la définition abstraite ? Ne vaut-il pas mieux leur démontrer le théorème de classification des variétés compactes de dimension deux (des surfaces) ? Inversement, ce théorème remarquable (n'est-ce pas vraiment étonnant que toute surface compacte connexe orientée soit une sphère à laquelle on a rajouté un certain nombre d'anses ?) donne une bonne idée de ce qu'est la mathématique aujourd'hui, une idée bien plus exacte que les généralisations superabstraites des sous-variétés naïves des espaces euclidiens, généralisations stériles présentées par les axiomatisateurs comme de grandes victoires des mathématiques.

Le théorème de classification des surfaces est un succès mathématique de premier ordre, comparable à la découverte de l'Amérique ou à celle des rayons X. C'est une véritable découverte de la connaissance mathématique et il est d'ailleurs difficile de décider si le fait lui-même relève des mathématiques ou de la physique. Par sa signification et ses conséquences, sa contribution à une mise en place de conceptions justes sur l'Univers, il surpasse de loin les "accomplissements" des mathématiques que sont la solution du problème de Fermat ou la démonstration de ce que tout nombre entier assez grand est somme de trois nombres premiers. A titre de publicité pour la mathématique contemporaine on présente souvent de telles réussites sportives comme le dernier mot de cette science. Il est clair que non seulement cela ne provoque pas une grande admiration pour la mathématique, mais qu'au contraire cela suscite des doutes sur la nécessité de tels efforts (comparables à l'escalade de rochers difficiles) pour résoudre des problèmes exotiques dont on peut se demander à qui et à quoi ils vont servir.

Le théorème de classification des surfaces devrait être introduit (sans démonstration) dans le cours de mathématique dès le lycée, mais étrangement il n'est même pas encore enseigné à l'Université (où d'ailleurs, en France, on a pratiquement ôté ces dernières années toute la géométrie). Le retour de l'éducation mathématique, à tous les niveaux, de bavardages scolastiques à l'étude d'un champ important de la connaissance, est une question même plus urgente en France qu'ailleurs. J'ai été stupéfait d'apprendre qu'ici les étudiants ne connaissent pas les meilleurs livres d'enseignement des méthodes mathématiques (qui ne sont d'ailleurs pas tous traduits en français, semble-t-il): "Nombres et figures" de Rademacher et Toeplitz, "Géométrie visuelle" de Hilbert–Cohn-Vossen, "Que sont les mathématiques" de Courant–Robbins, "Comment résoudre un problème ?" et "Mathématique et raisonnement" de G. Polya, "Leçons sur le développement des mathématiques au 19ème siècle" de F. Klein.

Je me souviens très bien de la très forte impression que fit sur moi pendant mes années de lycée le livre d'analyse d'Hermite (qui existait en russe!). Les surfaces de Riemann apparaissaient, semble-t-il, dans l'un des premiers Chapitres (l'analyse se faisait bien entendu sur les complexes, comme il se doit. Le développement des intégrales était étudié à l'aide de déformations du chemin d'intégration sur la surface riemanienne, obtenus en déplaçant les points de ramification (aujourd'hui on appellerait cela la théorie de Picard-Lefschetz, d'ailleurs Picard était le gendre d'Hermite ; les compétences mathématiques se transmettent souvent par les gendres, la dynastie Hadamard–P.Lévy–L.Schwartz–U.Frisch est un autre exemple à l'Académie des Sciences). Le cours obsolète d'Hermite d'il y a cent ans (probablement retiré à présent des bibliothèques universitaires françaises) était bien plus moderne que les ennuyeux manuels d'analyse qui font souffrir les étudiants d'aujourd'hui. Si les mathématiciens ne se font pas eux-mêmes la leçon, les utilisateurs (qui auront toujours besoin des résultats de la mathématique moderne, dans le meilleur sens du mot, et qui gardent une immunité naturelle contre le bavardage axiomatique inutile) chasseront finalement les scolastes demi-savants des écoles et des Universités. Sinon, le professeur de mathématiques qui n'aura pas assimilé une bonne partie des Landau-Lifchitz paraîtra aussi anachronique qu'aujourd'hui celui qui ne connaît pas la différence entre un ouvert et un fermé.

(Traduction: J. M. Kantor)