

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**

**Федеральное государственное образовательное учреждение  
Высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет»**

**Смо́льный институт свободных искусств и наук  
Факультет филологии и искусств**

**Рассмотрено и рекомендовано**  
на заседании Методической комиссии  
Смо́льного института свободных  
искусств и наук  
протокол от \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_  
Председатель Методической комиссии  
М.М. Шахнович \_\_\_\_\_  
(подпись)

**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Декан факультета филологии и  
профессор С.И. Богданов  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200 г.  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

**ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Доказательства и основания  
(Proofs and Fundamentals)**

Программа дисциплины составлена  
в соответствии с государственным образовательным стандартом  
высшего профессионального образования по направлению  
031600 – Искусства и гуманитарные науки

Санкт-Петербург  
2007

## 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КУРСЕ.

- **Название курса:** Доказательства и Основания (Proofs and Fundamentals);
- **Тип курса:** специальный (читается на английском языке);
- **Уровень курса:** 100;
- **Семестр:** Весна 2008;
- **Преподаватель:** Федор А. Андрианов ([fedandr@gmail.com](mailto:fedandr@gmail.com));
- **Время и место занятий:** будут объявлены;
- **Время и место консультаций:** будут объявлены.

## 2. КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ КУРСА.

Данный курс является систематическим введением в конструирование строгих математических доказательств. Изложение сосредоточено на основных логических конструкциях и на базовой технике доказательств. В курсе обсуждаются такие фундаментальные идеи, лежащие в основании математики, как множества, функции, отношения, и понятие кардинальности. Среди рассматриваемых тем - группы, теория чисел, комбинаторика, и аксиомы Пеано. Целью курса является практическое ознакомление студентов с языком математических доказательств. В результате курса студент должен уметь самостоятельно доказывать математические теоремы.

## 3. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ.

- **Общая трудоёмкость курса:** 140 часов (4 кредита);
- **Аудиторные часы и формы занятий:** 64 часа, из них лекций 32 часа, семинаров 32 часа;
- **Требования к студентам:**
  1. Участие в семинарских занятиях, которые заключаются в обсуждении вопросов и задач, поставленных на лекциях, и обязательной литературы к данному занятию. Тексты обязательной литературы должны быть прочитаны и проанализированы до начала семинарского занятия. Рекомендуется ориентироваться на вопросы, указанные в аннотации занятия при работе над текстом. Присутствие на занятии без предварительного знакомства с текстами с точки зрения эффективности работы практически равнозначно пропуску!
  2. Выпонение 10 домашних заданий, каждое из которых будет состоять из 5 типовых задач по пройденному материалу, сроком на неделю. Задания будут выдаваться в конце занятий, срок сдачи каждого задания - неделя до следующего занятия. Объем каждой из 10 работ: 5 типовых задач. Работы представляются в электронном виде, в системе SAKAI.
  3. Письменный тест, оценка за который станет основанием для промежуточной аттестации. Письменный тест будет проводится в течении двух академических часов (90 мин.) на 8-ом занятии. На данный тест будут вынесены 5 типовых задач по материалу занятий 1-7. Эти задачи будут абсолютно аналогичны задачам из домашних заданий соответствующих разделов. Работы представляются в электронном виде, в системе SAKAI.

4. Итоговый письменный экзамен, оценка за который станет основанием для итоговой аттестации. Письменный экзамен будет проводиться в течении четырех академических часов (180 мин.) на 16-ом занятии. На данный экзамен будут вынесены 10 типовых задач по материалу занятий 1-15. Эти задачи будут абсолютно аналогичны задачам из домашних заданий соответствующих разделов. Работы представляются в электронном виде, в системе SAKAI.
5. В случае возникновения трудностей при понимании задач, поставленных перед самостоятельными заданиями, или при написании работы, студент может обратиться к преподавателю в часы консультаций. При назначении консультации студент должен представить по электронной почте список конкретных вопросов, которые возникли у него в ходе работы над заданием.

- **Аттестация по курсу:** итоговая оценка по курсу выставляется на основе следующих критериев,
  - среднее по выполнению 10 домашних практических работ - 20%,
  - письменный тест на промежуточной аттестации - 30%,
  - итоговый письменный экзамен - 35%,
  - работа в аудитории - 15%.

При пропуске более трех занятий, оценка студента не может быть выше C-.

#### 4. КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН КУРСА.

- **01/02/08 (занятие 1):**
  - **Тема занятия:** Informal Logic.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Introduction; Statements; Relations Between Statements; Valid Arguments; Quantifiers.
  - **Литература:** [1], pages 3-54.
- **01/02/08 (занятие 2):**
  - **Тема занятия:** Strategies for Proofs.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Mathematical Proofs - What They Are and Why We Need Them; Direct Proofs; Proofs by Contrapositive and Contradiction; Cases, and If and Only If; Quantifiers in Theorems; Writing Mathematics.
  - **Литература:** [1], pages 55-104.
- **02/02/08 (занятие 3):**
  - **Тема занятия:** Sets.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Sets - Basic Definitions; Set Operations; Indexed Families of Sets.
  - **Литература:** [1], pages 105-134.
- **02/02/08 (занятие 4):**
  - **Тема занятия:** Functions.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Functions; Image and Inverse Image; Composition and Inverse Functions; Injectivity, Surjectivity, and Bijectivity; Sets of Functions.
  - **Литература:** [1], pages 135-176.
- **02/02/08 (занятие 5):**
  - **Тема занятия:** Relations.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Relations; Congruence; Equivalence Relations.
  - **Литература:** [1], pages 177-202.
- **02/02/08 (занятие 6):**

- **Тема занятия:** Infinite and Finite Sets.
- **Рассматриваемые вопросы:** Cardinality of Sets; Cardinality of the Number System; Mathematical Induction; Recursion.
- **Литература:** [1], pages 203-248.
- **02/02/08 (занятие 7):**
  - **Тема занятия:** Подготовка к промежуточной аттестации - обзор основных идей и тем первой части курса. Разбор задач и упражнений. Открытые проблемы и возможности для дальнейших исследований. Ответы на (почти) все вопросы слушателей.
  - **Рассматриваемые вопросы:** см. занятия 1 - 6.
  - **Литература:** [1], pages 1-248.
- **02/02/08 (занятие 8):**
  - **Тема занятия:** Промежуточная аттестация, письменный тест, 5 задач.
  - **Рассматриваемые вопросы:** см. занятия 1 - 7.
  - **Литература:** [1], pages 1-248.
- **02/02/08 (занятие 9):**
  - **Тема занятия:** Selected Topics I.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Binary Operations; Groups; Homomorphisms and Isomorphisms.
  - **Литература:** [1], pages 249-273.
- **02/02/08 (занятие 10):**
  - **Тема занятия:** Selected Topics II.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Partially Ordered Sets; Lattices; Counting: Products and Sums; Counting: Permutations and Combinations.
  - **Литература:** [1], pages 273-322.
- **02/02/08 (занятие 11):**
  - **Тема занятия:** Number Systems I.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Back to the Beginning; The Natural Numbers; Further Properties of Natural Numbers; The Integers.
  - **Литература:** [1], pages 323-347.
- **02/02/08 (занятие 12):**
  - **Тема занятия:** Number Systems II.
  - **Рассматриваемые вопросы:** The Rational Numbers; The Real Numbers and the Complex Numbers.
  - **Литература:** [1], pages 348-362.
- **02/02/08 (занятие 13):**
  - **Тема занятия:** Explorations I.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Greatest Common Divisors; Divisibility Tests; Number Theory.
  - **Литература:** [1], pages 363-367, 369-371.
- **02/02/08 (занятие 14):**
  - **Тема занятия:** Explorations II.
  - **Рассматриваемые вопросы:** Real-Valued Functions; Iterations of Functions; Fuzzy Sets.
  - **Литература:** [1], pages 367-379.
- **02/02/08 (занятие 15):**
  - **Тема занятия:** Подготовка к итоговой аттестации - обзор основных идей и тем всего курса. Разбор задач и упражнений. Открытые проблемы и возможности для дальнейших исследований. Ответы на (почти) все вопросы слушателей.

- *Рассматриваемые вопросы:* см. занятия 1 - 14.
- *Литература:* [1], pages 1-375.
- **02/02/08 (занятие 16):**
  - *Тема занятия:* Итоговый письменный экзамен, 10 задач.
  - *Рассматриваемые вопросы:* см. занятия 1 - 15.
  - *Литература:* [1], pages 1-375.

## 5. СПИСОК ПРИМЕРНЫХ ТЕМ И ЗАДАЧ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА.

- Logic; Statements; Arguments; Quantifiers; Direct Proofs; Proofs by Contrapositive and by Contradiction; Cases and Theorems;
- Sets; Set Operations; Functions; Image and Inverse Image; Composition and Inverse Functions; Injectivity, Surjectivity, and Bijectivity;
- Relations; Congruence; Equivalence Relations; Cardinality of Sets; Mathematical Induction; Recursion;
- Binary Operations; Groups; Homomorphisms and Isomorphisms; Lattices; Partially Ordered Sets; Permutations and Combinations;
- Integers; Rational Numbers; Real Numbers; Complex Numbers;
- Fibonacci Numbers; Lucas Numbers; Divisibility Tests, Number Theory.

## 6. СПИСОК ОБЯЗАТЕЛЬНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

- **Обязательная литература:**
  1. Ethan D. Bloch, "Proofs and Fundamentals", Birkhauser, 2000.  
ISBN 0-8176-4111-4.
- **Дополнительная литература:**
  2. Р. Курант, Г. Роббинс, "Что такое математика?", 3е издание, М.: МЦНМО, 2001,  
<http://ilib.mirror0.mccme.ru/pdf/kurant.htm>