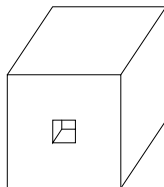




САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 10 класс 1 ВАРИАНТ

1. Из большого кубического куска сыра вырезали и съели кубический кусок поменьше (одна из граней вырезанного куска лежит на грани большого куска, как на рисунке). В результате площадь поверхности сыра увеличилась на 24%. На сколько процентов уменьшился его объём?



2. Продолжение биссектрисы BL треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке K . Биссектриса внешнего угла B пересекает продолжение отрезка CA за точку A в точке N . Докажите, что если $BK = BN$, то отрезок LN равен диаметру описанной окружности треугольника.

3. Федя выписал все натуральные делители числа n , лежащие в отрезке $[2^{100}, 3^{100}]$. Может ли оказаться, что он выписал ровно 100 чисел, и ровно 35 из них — кубы натуральных чисел?

4. Квадратные трёхчлены $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что

$$\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 2.$$

Найдите $f(1)$, если известно, что $g(1) = 2$, $f(5) = 7$ и $g(5) = 2$.

5. Дано положительное число s . В пространстве отмечено 99 точек таким образом, что для каждой из отмеченных точек расстояния до двух ближайших к ней отмеченных точек отличаются хотя бы в s раз. При каком наибольшем s это возможно?

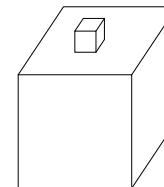
Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 10 класс 2 ВАРИАНТ

1. К большому кубическому куску железа приварили маленький кубик (одна из граней приваренного кубика целиком лежит на одной из граней большого кубика, как на рисунке). Площадь поверхности куска в результате увеличилась на 6%. На сколько процентов увеличился его объём?



2. Продолжение биссектрисы QX треугольника PQR пересекает его описанную окружность в точке Y . Биссектриса внешнего угла Q пересекает продолжение отрезка PR за точку R в точке Z . Докажите, что если отрезок XZ равен диаметру описанной окружности треугольника, то $QY = QZ$.

3. Илья выписал все натуральные делители числа m , лежащие в отрезке $[4^{100}, 5^{100}]$. Может ли оказаться, что он выписал ровно 300 чисел, и ровно 105 из них — кубы натуральных чисел?

4. Квадратные трёхчлены $p(x)$ и $q(x)$ таковы, что

$$\frac{p(3)}{q(3)} = \frac{p(4)}{q(4)} = 3.$$

Найдите $q(1)$, если известно, что $p(1) = 3$, $p(2) = 7$ и $q(2) = 4$.

5. Дано положительное число s . В пространстве отмечена 101 точка таким образом, что для каждой из отмеченных точек расстояния до двух ближайших к ней отмеченных точек отличаются хотя бы в s раз. При каком наибольшем s это возможно?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem