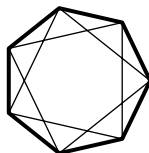




САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 8 класс 1 ВАРИАНТ

1. В семиугольнике провели несколько диагоналей как показано на рисунке. Дима расставил в вершинах семиугольника целые числа. Он утверждает, что на концах любой стороны семиугольника стоят два числа, одно из которых делится на другое; а кроме того, на концах любой из проведенных диагоналей стоят числа, ни одно из которых не делится на другое. Может ли это быть правдой?



2. Наступила осень. Некоторые зелёные листья на дереве желтеют, а некоторые зелёные листья — краснеют. Жёлтые и красные листья, повисев немного, опадают. Вчера  $1/9$  всех листьев на дереве были зелеными, еще  $1/9$  — красными, а остальные — жёлтыми. А сегодня  $1/9$  всех листьев на дереве — зелёные, еще  $1/9$  — жёлтые, а остальные — красные. Докажите, что не менее  $3/4$  листьев, висевших вчера на дереве, опали за эту ночь.

3. Клетчатая фигура “уголок” состоит из центральной клетки, к которой присоединены горизонтальный и вертикальный прямоугольники  $1 \times 10$  (один из четырех возможных видов уголков показан на рисунке, сторона каждой клетки равна 1, а всего в фигуре 21 клетка). Докажите, что при любой раскраске клеток квадрата  $2017 \times 2017$  в 120 цветов из него можно вырезать уголок, содержащий две клетки одинакового цвета.



4. В треугольнике  $ABC$   $\angle B = 2\angle C$ . На луче  $BA$  выбрана точка  $D$  так, что  $AC = BD$ . Докажите, что  $AB + BC > CD$ .

5. Леша выписал на доску в порядке возрастания все натуральные делители натурального числа  $n$ , а Дима стер несколько первых и несколько последних чисел получившегося ряда так, что осталось 151 число. Какое наибольшее количество из этих 151 делителей могло являться пятыми степенями натуральных чисел?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

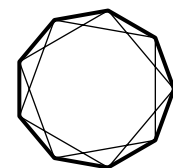
А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ  
КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах  
[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 8 класс 2 ВАРИАНТ

1. В девятиугольнике провели несколько диагоналей как показано на рисунке. Леша расставил в вершинах девятиугольника целые числа. Он утверждает, что на концах любой стороны девятиугольника стоят два числа, одно из которых делится на другое; а кроме того, на концах любой из проведенных диагоналей стоят числа, ни одно из которых не делится на другое. Может ли это быть правдой?



2. Наступила осень. Некоторые зелёные листья на дереве желтеют, а некоторые зелёные листья — краснеют. Жёлтые и красные листья, повисев немного, опадают. Вчера  $1/7$  всех листьев на дереве были зелеными, еще  $1/7$  — жёлтыми, а остальные — красными. А сегодня  $1/7$  всех листьев на дереве — зелёные, еще  $1/7$  — красные, а остальные — жёлтые. Докажите, что не менее  $2/3$  листьев, висевших вчера на дереве, опали за эту ночь.

3. Клетчатая фигура “уголок” состоит из центральной клетки, к которой присоединены горизонтальный и вертикальный прямоугольники  $1 \times 9$  (один из четырех возможных видов уголков показан на рисунке, сторона каждой клетки равна 1, а всего в фигуре 19 клеток). Докажите, что при любой раскраске клеток квадрата  $2018 \times 2018$  в 99 цветов из него можно вырезать уголок, содержащий две клетки одинакового цвета.



4. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  такая, что  $AB = CD$  и  $\angle BAC = 2\angle ACD$ . Докажите, что  $AD + AC > BC$ .

5. Катя выписала на доску в порядке возрастания все натуральные делители натурального числа  $m$ , а Света стерла несколько первых и несколько последних чисел получившегося ряда так, что осталось 141 число. Какое наибольшее количество из этих 141 делителей могло являться седьмыми степенями натуральных чисел?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ  
КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах  
[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)