



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 9 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Трое велосипедистов стартовали одновременно из одной точки круговой трассы в одном направлении и финишировали одновременно в той же точке. При этом первый обгонял третьего 8 раз, а второй обгонял третьего 2 раза. (Скорости велосипедистов постоянны; встречи в моменты старта и финиша обгонами не считаются.) Скорость первого равна 30 км/ч, скорость второго равна 20 км/ч. Найдите скорость третьего велосипедиста.

2. Биссектриса угла B треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке D . На стороне BC отмечена такая точка E , что $\angle ADC = \angle AEC$. Докажите, что $DC + DE > AB$.

3. Каждая клетка доски 100×100 окрашена в один из 20 цветов. Клетка называется *удивительной*, если ни в её вертикали, ни в её горизонтали нет других клеток того же цвета. Какое наибольшее количество удивительных клеток может быть на доске?

4. Даны два квадратных трехчлена $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что уравнение

$$f(x) = g(|x|)$$

имеет ровно четыре различных корня. Сколько корней имеет уравнение $f(|x|) = g(x)$?

5. У фермера есть 44 мешка с кормом и одна свинья. Каждый мешок содержит больше 1 кг корма. Докажите, что фермер может дать свинье не более чем 29 кг корма из этих мешков так, чтобы после этого любые три мешка вместе весили целое число килограммов.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 9 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Трое велосипедистов стартовали одновременно из одной точки круговой трассы в одном направлении и финишировали одновременно в той же точке. При этом первый обгонял второго 3 раза, а третьего — 15 раз. (Скорости велосипедистов постоянны; встречи в моменты старта и финиша обгонами не считаются.) Скорость второго равна 24 км/ч, а скорость третьего равна 18 км/ч. Найдите скорость первого велосипедиста.

2. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке E . На продолжении стороны AB за точку B отмечена такая точка D , что $\angle ADC = 2\angle EBC$. Докажите, что $BE + DE \geq AC$.

3. Каждая клетка доски 200×200 окрашена в один из 10 цветов. Клетка называется *удивительной*, если ни в её вертикали, ни в её горизонтали нет других клеток того же цвета. Какое наибольшее количество удивительных клеток может быть на доске?

4. Даны два квадратных трехчлена $p(x)$ и $q(x)$. Известно, что уравнение

$$p(x) + q(|x|) = 0$$

имеет ровно четыре различных корня. Сколько корней имеет уравнение $p(|x|) + q(x) = 0$?

5. У фермера есть 35 мешков с кормом и одна свинья. Каждый мешок содержит больше 1 кг корма. Докажите, что фермер может дать свинье не более чем 23 кг корма из этих мешков так, чтобы после этого любые три мешка вместе весили целое число килограммов.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>