

Второй день.

5. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ диагонали AD и CE пересекаются в точке X . Оказалось, что $ABCX$ — параллелограмм и $BD = CX$; $BE = AX$. Докажите, что $AE = CD$.

6. Докажите, что для любого целого неотрицательного числа k , не превосходящего $\frac{2022 \cdot 2021}{2}$, существуют такие 2022 числа, что все их $\frac{2022 \cdot 2021}{2}$ попарные суммы различны и среди этих сумм ровно k положительных.

7. Положительные числа a, b, c и d не превосходят единицы. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \geq \frac{1}{4} + (1-a)(1-b)(1-c)(1-d).$$

8. В кружке 42 человека, любые двое из которых имеют среди кружковцев не менее десяти общих друзей. Докажите, что найдутся двое, имеющие среди кружковцев не менее двенадцати общих друзей.