

## Вопросы к экзамену по топологии, 1 семестр, 2019

1. Метрические пространства, шары, открытые множества, объединения, пересечения.
2. Топологические пространства. Замкнутые множества, объединения, пересечения, разности.
3. Внутренность множества. Внутренние точки.
4. Замыкание, граница. Точки прикосновения, изолированные и предельные точки.
5. Подпространства. Открытость и замкнутость в пространстве и подпространстве.
6. Сравнение топологий (сильнее/слабее). Метрический случай. Липшицево эквивалентные метрики.
7. База топологии. Какие системы множеств являются базами топологий. Предбаза.
8. Топология произведения. Произведение метрических пространств.
9. Непрерывные отображения. Непрерывность в точке. Непрерывность и метрика  $(\varepsilon-\delta)$ .
10. Непрерывность композиции и сужения, замена области значений.
11. Фундаментальные покрытия.
12. Непрерывность и произведение: проекции, теорема о покоординатной непрерывности.
13. Пример функции на плоскости, непрерывной по каждой координате, но разрывной.
14. Арифметические операции. Сумма, произведение, частное непрерывных функций.
15. Гомеоморфизм. Примеры. Гомеоморфные интервалы на прямой.
16. Аксиомы счетности. Теорема Линделёфа.
17. Сепарабельные пространства. Сепарабельность и счетная база.
18. Аксиомы отделимости. Нормальность метрических пространств.
19. Лемма Урысона.
20. Связность. Связные подмножества прямой.
21. Непрерывный образ связного пространства. Теорема о промежуточном значении.
22. Компоненты связности, их замкнутость.
23. Линейная связность. Линейная связность влечет связность, но не наоборот.
24. Компоненты линейной связности. Локально линейно связные пространства.
25. Негомеоморфность разных видов интервалов, окружности и плоскости.
26. Компактные пространства. Компактность отрезка.
27. Замкнутое подмножество компакта компактно. Произведение компактов компактно.
28. Компакт в хаусдорфовом пространстве замкнут. Хаусдорфов компакт нормален.
29. Компактные множества в  $\mathbb{R}^n$ .
30. Компактность и центрированные наборы множеств. Теорема о вложенных компактах.
31. Непрерывный образ компакта. Теорема Вейерштрасса.
32. Непрерывные биекции компактов.
33. Лемма Лебега. Равномерная непрерывность на компактах.
34. Полные метрические пространства. Полнота  $\mathbb{R}^n$ . Полнота и замкнутость.
35. Теорема о вложенных шарах. Нигде не плотные множества. Теорема Бэра.
36. Секвенциальная компактность. Компактность и метрика  $\implies$  секвенциальная компактность.
37. Вполне ограниченность. Секвенциальная компактность  $\implies$  полнота и вполне ограниченность.
38. Полнота и вполне ограниченность  $\implies$  компактность.
39. Компактность и метризуемость  $\implies$  счетная база.
40. Для пространств со счетной базой компактность равносильна секвенциальной компактности.
41. Факторпространства. Пропускание отображения через фактор.
42. Хаусдорфовы факторпространства компактов.  $D^n/S^{n-1} \simeq S^n$ .
43. Многообразия. Примеры. Склеивание поверхностей из многоугольников.
44. Эйлерова характеристика. Стандартные поверхности, их эйлеровы характеристики.