

Вопросы к экзамену по геометрии, 4 семестр, 2021

1. Римановы метрики, их коэффициенты в координатах. Риманово расстояние.
2. Плоскость Лобачевского: модель в полуплоскости, элементарные движения.
3. Плоскость Лобачевского: отрезки и прямые в модели в полуплоскости.
4. Плоскость Лобачевского: модель Пуанкаре в круге.
5. Тензоры на многообразиях. Тензорность и линейность над кольцом функций.
6. Аффинные связности: локальность, вид в координатах.
7. Аффинные связности: симметричные и римановы связности.
8. Связность Леви-Чивиты, ее единственность и существование.
9. Связность Леви-Чивиты (ковариантная производная) вдоль пути.
10. Геодезические: определение, задание начальными данными.
11. Экспонента, радиус инъективности, его локальная отделенность от 0.
12. Лемма Гаусса, следствие о дифференциале экспоненты.
13. Геодезические и локально кратчайшие, маленькие сферы.
14. Основная лемма к теореме Хопфа-Ринова (существование отрезков и образ шара при экспоненте).
15. Полные римановы многообразия, теорема Хопфа-Ринова (по модулю леммы).
16. Тензор кривизны, его кососимметричность.
17. Вид тензора кривизны в размерности 2, внутренняя кривизна, связь с гауссовой кривизной.
18. Полугеодезические координаты: символы Кристоффеля, кривизна (уравнение Якоби).
19. Кривизна плоскости Лобачевского.
20. Начальные данные уравнения Якоби в полярных координатах. Метрики постоянной кривизны.
21. Сравнение длин и углов на поверхности и плоскости при заданном знаке кривизны.
22. Формула Гаусса-Бонне для «маленького» треугольника.
23. Формула Гаусса-Бонне для многоугольника. Кривизна и эйлерова характеристика поверхности.
24. Теорема Уитни: вложение многообразия в евклидово пространство большой размерности.
25. Теорема Уитни: понижение размерности.
26. Ориентация гладкого многообразия, перенос вдоль пути, дезориентирующие петли.
27. Ориентирующее накрытие. Односвязные многообразия ориентируемы.
28. Многообразия с краем: правильно вложенные подмногообразия, «дважды регулярные» прообразы.
29. Теорема Сарда.
30. Многомерная теорема Борсука: гладкий случай и непрерывный случай для D^n .
31. Теорема Брауэра, топологическая инвариантность размерности.
32. Степень отображения: локальность и степень сужения на край.
33. Степень отображения: гомотопическая инвариантность и независимость от точки.
34. Теорема о ежике. Примеры векторных полей без нулей на нечетномерных сферах.
35. Индекс гиперповерхности в \mathbb{R}^n , пересечение с лучами, постоянство на компонентах дополнения.
36. Вложенные гладкие гиперповерхности в \mathbb{R}^n : теорема Жордана, ориентируемость.