

Вопросы по гладким многообразиям, весна 2026

1. Паракомпактность. Все многообразия паракомпактны.
2. Лемма о сжатии. Локально конечные покрытия координатными шарами.
3. Локально конечные семейства функций. Гладкое разбиение единицы.
4. Сглаживание непрерывных функций с точностью до локально отделенной от нуля поправки.
5. Гладкая лемма Урысона. Локальная гладкая продолжимость функций.
6. Множества меры 0. Понижение размерности в теореме Уитни о вложении.
7. Теорема Уитни: построение инъективного погружения.
8. Собственные отображения. Теорема Уитни: от инъективного погружения к вложению.
9. Нормальное расслоение. Почему оно многообразия.
10. Построение трубчатой окрестности.
11. Локальная гладкая продолжимость отображений между многообразиями.
12. Сильная топология на пространстве непрерывных отображений. Описание через $\varepsilon(x)$.
13. Сглаживание непрерывных отображений.
14. Сглаживание отображений, фиксированных на подмножестве, сглаживание гомотопий.
15. Многообразия с краем: правильно вложенные подмногообразия, дважды регулярные прообразы.
16. Многообразия с краем: теорема о воротнике.
17. Теорема Сарда.
18. Обобщенная теорема Борсука. Нестягиваемость сферы.
19. Топологическая инвариантность размерности.
20. Топологическая инвариантность края.
21. Ориентация многообразия. Перенос ориентации вдоль пути, критерий ориентируемости через петли.
22. Ориентация края и регулярного прообраза, их согласованность.
23. Двулистное ориентирующее накрытие.
24. Степень отображения над регулярным значением. Почему она локально постоянна.
25. Степень отображения: степень сужения на край равна 0.
26. Корректность и гомотопическая инвариантность степени отображения.
27. Индекс гиперповерхности относительно точки в \mathbb{R}^n . Его постоянство на компонентах дополнения.
28. Гладкая теорема Жордана для компактной гиперповерхности в \mathbb{R}^n .
29. Теорема о еже.
30. невырожденные нули векторного поля, векторные поля с невырожденными нулями.
31. Индекс нуля векторного поля. Корректность определения.
32. Инвариантность суммы индексов нулей векторного поля.
33. Диффеоморфность уровней и подуровней функции между критическими значениями.
34. Гессиан функции в критической точке, корректность его определения.
35. Функции Морса. Их существование.
36. Индексы критических точек функции Морса. Эйлерова характеристика через них.
37. Лемма Морса о строении функции вблизи невырожденной критической точки.
38. Если на многообразии есть функция Морса с двумя критическими точками, то это сфера.
39. Как меняется подуровень функции Морса при переходе через критическую точку.
40. Трансверсальность отображения и подмногообразия. Теорема Тома о трансверсальности.