ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (СПбГУ)

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра Высшей математики и математической физики

Реферат по истории физики
для допуска к кандидатскому экзамену по истории и философии науки на тему:

«Профессор Владимир Савельевич Буслаев»

Автор: **Щетка Екатерина Владимировна**
аспирант 1 года обучения в о/а

Научный руководитель: **Федотов Александр Александрович**
д.ф.-м.н., доцент

Рецензент: **Рудакова Тамара Викторовна**
канд. ф.-м. н., ст. н. сотрудник

Санкт-Петербург
2018

Содержание

1 Введение

Петербургская математическая школа известна выдающимися результатами и достижениями в математике и физике не только в России, но и за рубежом. Одним из лидеров современной Петербургской математической школы являлся Владимир Савельевич Буслаев (19.04.1937—14.03.2012), выдающийся ученый, профессор и заведующий кафедрой высшей математики и математической физики Физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Владимир Савельевич — автор более 150 научных статей (полный список содержится в [1]), учебника "Вариационное исчисление"[2] и монографии "Коммутативный гармонический анализ—3"[3]. Его результаты послужили отправной точкой для нескольких направлений исследований в современной математической физике.

Владимир Савельевич Буслаев воспитал целую плеяду учеников. Он учил их выбирать конкретные сложные содержательные задачами, искать ключевые аналитические свойства. При этом он считал центральной работу с формулами, формульный анализ. Такой способ мышления он считал отличительной особенностью Петербургской математической школы.

Заслуги В. С. Буслаева отмечены государственной премией Российской Федерации и званием «Заслуженный деятель науки Российской Федерации»[4].

Целью данного реферата является описание биографии и научной деятельности профессора Владимира Савельевича Буслаева. Актуальность данной работы обусловлена тем, что о Владимире Савельевиче Буслаеве написано очень мало, а он был необычайно яркой личностью и ученым. Предложенные В. С. Буслаевым подходы, идеи и полученные им результаты навсегда сохранят непреходящую ценность для математического сообщества, а ученики и коллеги Владимира Савельевича всегда будут помнить этого блестящего ученого и замечательного человека.

Основная часть данной работы состоит из трех разделов. В первом разделе представлена краткая биография В.С. Буслаева. Во втором разделе рассматриваются основные результаты, полученные Владимиром Савельевичем. Каждый из параграфов этого раздела соответствует одному из основных направлений научных исследований Буслаева. Третий раздел посвящен научному признанию В.С. и его организационно-преподавательской деятельности.

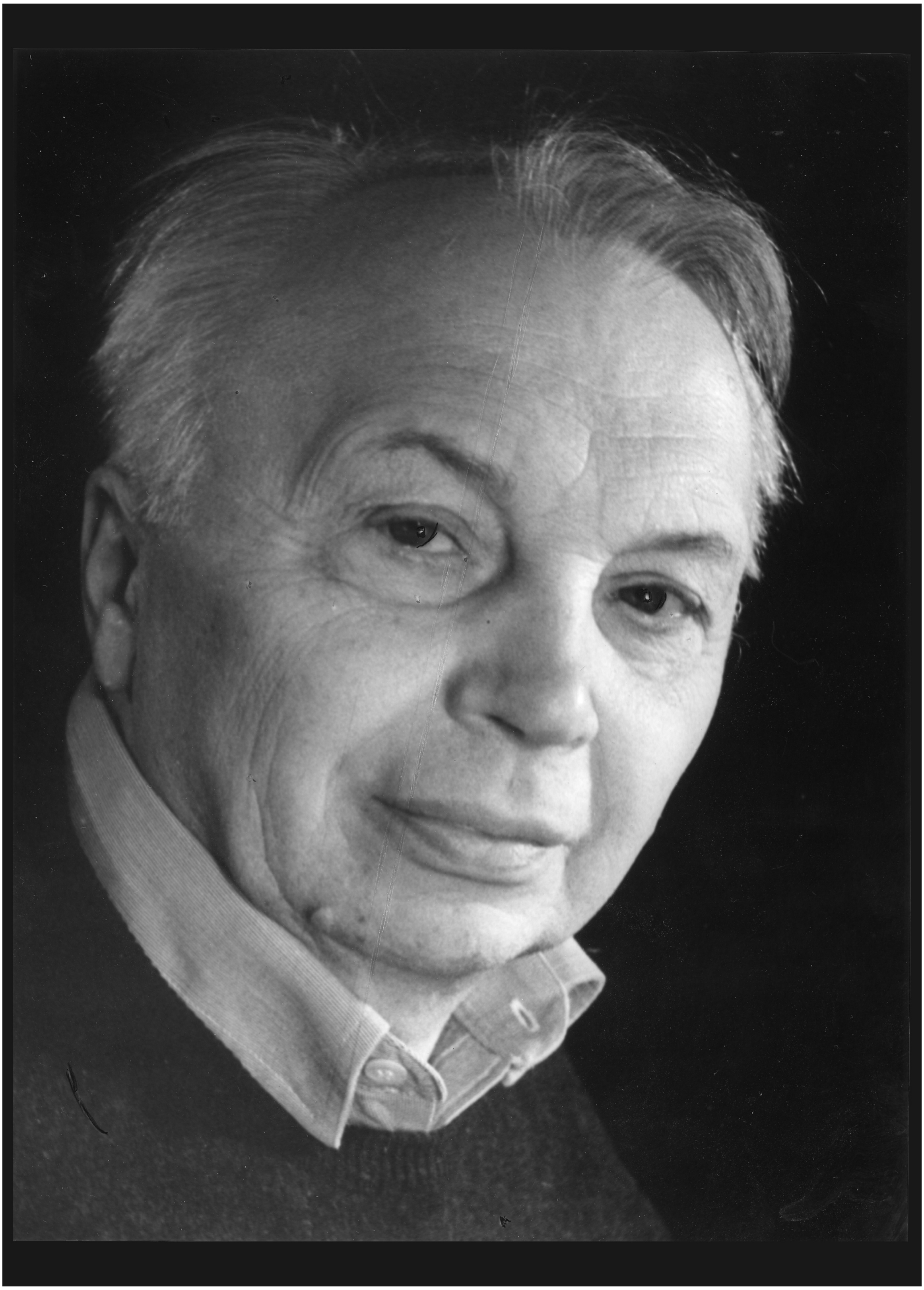

Рис. 1: Профессор Владимир Савельевич Буслаев (19.04.1937—14.03.2012)

2 Биография

Владимир Савельевич Буслаев родился 19 апреля 1937 г. в Ленинграде в семье советских интеллигентов первого поколения Лидии Алексеевны Фирсовой и Савелия Васильевича Буслаева. Савелий Васильевич Буслаев был одним из первых руководителей Высшей Профсоюзной Школы Культуры, позже переименованной в Гуманитарный Университет Профсоюзов. Во время Великой Отечественной войны В.С. был в эвакуации, в то время как его мать и отец с 1941 г. по 1945 г. находились на фронте. За боевые заслуги они были награждены орденами и медалями. По окончании войны они продолжили работу на государственной и партийной службе.

С 1945 г. В.С. Буслаев учился в средней школе №157 Смольнинского района, которую окончил в 1954 г. с золотой медалью. В том же году он поступил на физический факультет Ленинградского государственного университета. Специализировался по кафедре высшей математики и математической физики, которую возглавлял Владимир Иванович Смирнов, руководитель Ленинградской (Петербургской) школы математической физики.

Владимир Савельевич был блестящим студентом, — вспоминает преподаватель, который, работая начинающим ассистентом, вел семинары в группе третьего курса, где учился и студент Буслаев, — должность преподавателя имеет профессиональную вредность в том, что преподаватель иногда настолько мажорирует обучаемых, что у него развивается “комплекс полноценности”, который, как и любой комплекс, — штука вредная. Студент третьего курса Володя Буслаев быстро ликвидировал у меня этот комплекс. Дело было так. В программе значилась тема “Разложение функций (вроде синуса) в бесконечное произведение”. Я проповедовал достаточно традиционный подход: берем у функции логарифмическую производную, раскладываем ее в ряд алгебраических дробей, используя формулу Коши, после чего потенциируем этот ряд, чем дело и завершается. И вдруг, Володя приносит второе, более короткое решение. Оказывается, что если целая функция не слишком быстро растет на бесконечности, то произведение Вейерштрасса с точностью до простого множителя (экспоненты от линейной функции) дает искомое разложение. Я и слыхом не слыхал об этой теореме Адамара, что и привело к тому, что мой “комплекс полноценности” не состоялся.[1]

После окончания Университета в 1959 г. В.С. был принят в аспирантуру.

Рис. 2: В.С. Буслаев и М.Ш. Бирман

Его научными руководителями были Ольга Александровна Ладыженская, одна из самых ярких женщин в математике, и Людвиг Дмитриевич Фаддеев, один из мощнейших математиков современности. В 1963 г. В.С. защитил кандидатскую диссертацию на тему: “Коротковолновая асимптотика в задаче дифракции на выпуклых телах” [5], а в 1973 г. — докторскую диссертацию на тему: “Спектральные асимптотики и формулы следа для уравнения Шредингера”[6]. Уже результаты его кандидатской диссертации были прорывными, и многие коллеги безусловно оценивали ее уровень как уровень докторской. Работая нам материалом диссертаций, Владимир Савельевич активно и успешно занимался и совсем другими математическими задачами. Этого стиля — одновременной работы над задачами из разных направлений — он придерживался всю жизнь. Он всегда искал оригинальные аналитически богатые задачи, пути и результаты исследования которых было трудно предсказать заранее. Как старые мастера, он любил ручную работу с формулами, путь к общим конструкциям теории для него лежал через анализ сложных конкретных задач. Такой подход он считал одной из главных отличительных особенностей Петербургской математической школы. И сам Владимир Савельевич обладал редким талантом "аналитика—формулиста".

С 1962 г. В.С. работал на кафедре высшей математики и математической физики физического факультета СПбГУ сначала ассистентом, затем доцентом, а с 1976 г. профессором. Владимир Савельевич проработал на кафедре 50 лет, последние 12 лет возглавляя кафедру.

Рис. 3: Кафедра высшей математики и математической физики Физического факультета ЛГУ; нижний ряд: В.С. Буслаев, Л.Д. Фаддеев, М.Ш. Бирман, В.С. Булдырев, Н.В. Смирнов; верхний ряд: В.Л. Олейник, Б.С. Павлов, В.Б. Матвеев, И.А. Молотков, В.Ф. Лозуткин, С.Ю. Славянов, А.Р. Итс, А.Н. Попов., 1984 г.

По воспоминаниям современников В.С. был разносторонне образованным человеком с широким кругом интересов. Он хорошо знал и любил историю, литературу, живопись и музыку. Владимир Савельевич коллекционировал книги: у него была огромная домашняя библиотека.

У Владимира Савельевича было двое детей, его жена Марина Владимировна — математик, доцент Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета.

3 Научная деятельность

Научные интересы Владимира Савельевича относятся к области математической физики, в первую очередь — к области развития и применения асимптотических методов для задач квантовой физики и теории распространения волн. Основные направления исследований: строгое обоснование коротковолновой асимптотики в задачах дифракции (1962 -1973), спектральные асимптотики и формулы следа (1960 - 1975), формулы следа и сингулярности матрицы рассеяния для систем многих квантовых частиц (1968-1987), дальнодействующие потенциалы в квантовой задаче рассеяния (1970-2012), распространение волн в природных волноводах (1981-1988), рассеяние нелинейных волн (1982 — 2002), псевдодифференциальные операторы с дважды разрывными символами (1986 — 2012), адиабатическое приближение для уравнений с периодическими коэффициентами (1984 — 2004), метод монодромизации для разностных уравнений с периодическими коэффициентами (1993 — 2001). [7]

В теории дифракции Владимиру Савельевичу принадлежит яркий и глубокий результат — строгое обоснование коротковолновых асимптотик в задаче о дифракции на гладком выпуклом теле.

Широкую известность получили работы В. С. Буслаева по рассеянию на дальнодействующих потенциалах и его глубокие исследования по аналитической теории многочастичного рассеяния. Для задач с потенциалами, убывающими медленнее кулоновского, он совместно с В. Б. Матвеевым ввел понятие модифицированнных волновых операторов. Вместе с С. П. Меркурьевым он получил формулы следов, описал сингулярности матрицы рассеяния и нашел асимптотику собственных функций для систем многих квантовых частиц.

В. С. Буслаев был соавтором знаменитых формул следов Буслаева - Фаддеева. Впоследствии он обобщил их на многомерный случай.

В теории нелинейных уравнений В. С. Буслаеву принадлежат пионерские исследования поведения решений вполне интегрируемых уравнений при больших временах. Совместно с В. В. Сухановым он провел строгий анализ для уравнения Кортевега-де-Фриза. Вскоре после этого, вместе с Л. А. Тахтаджяном и Л. Д. Фаддеевым, он разработал гамильтонову интерпретацию теории рассеяния для этого уравнения. Кроме того, он получил серию результатов по нелинейному рассеянию и асимптотической устойчивости солитонов для общих нелинейных волновых уравнений (вместе с Г. С. Перельман).

В. С. Буслаев — автор ряда оригинальных и мощных асимптотических методов. Он развил новый подход к исследованию асимптотик решений адиабатически возмущенного периодического уравнения Шрёдингера и с его помощью, в частности, описал асимптотики резонансов Штарка—Ванье (совместно с Л. А. Дмитриевой и А. Грижисом). Им вместе с А. А. Федотовым был впервые разработан комплексный метод ВКБ для разностных уравнений, использованный затем для квазиклассического исследования спектра уравнения Харпера. В соавторстве с А. М. Будылиным В. С. Буслаев предложил метод исследования квазиклассических псевдодифференциальных операторов с символами, разрывными по обеим двойственным переменным, используемый для асимптотического анализа интегрируемых моделей.

В. С. Буслаеву принадлежит серия замечательных работ о распространении звука в океане. Среди известных результатов отметим четырехлучевые формулы для звукового поля вблизи поверхности глубокого моря и исследование рассеяния коротких акустических волн на синоптических вихрях (адиабатических неоднородностях), проведенное совместно с А. А. Федотовым.

Вместе с А. А. Федотовым В. С. Буслаев занимался теорией разностных уравнений с периодическими коэффициентами (на вещественной оси и в комплексной плоскости). Развитый при этом перенормировочный подход — метод монодромизации — и связанные с ним аналитические результаты он относил к своим наиболее ярким достижениям.

3.1 Формулы следа в квантовых задачах рассеяния

И.М. Гельфанд и В.М. Левитан получили для регулярной задачи Штурма-Лиувилля тождества для собственных значений, которые можно было интерпретировать как выражения для регуляризованных следов степеней оператора через сам оператор (его коэффициенты). В 1960 году В.С. в соавторстве с Л.Д. Фаддеевым опубликовали работу, в которой впервые был строго получен полный набор аналогичных тождеств для одномерного оператора Шредингера с непрерывным спектром (это был оператор на полуоси). Это — ставшие знаменитыми формулы следа Буслаева-Фаддеева. Далее Владимир Савельевич распространил результаты этой работы на многомерный случай, что потребовало развития очень продвинутого аналитического аппарата.

В начале 70—х годов Владимир Савельевич вновь вернулся к формулам следа уже в связи с квантовой трехчастичной задачей. Это было непростым делом: формулы, опубликованные другими математиками, оказались некорректными. Сначала В.С. были получены формулы следа для модели Фридрихса, затем он вывел формулы следа для оператора, который можно рассматривать как “трехчастичный” аналог модели Фридрихса, а дальнейшее обощение позволило ему успешно исследовать систему трех одномерных частиц в случае статистик Больцмана, Бозе и Ферми. Вместе со своим учеником С.П. Меркурьевым в работах 1969-1970 гг. он получил формулы следа для трех трехмерных частиц.

3.2 Дифракция на гладком выпуклом теле

По воспоминаниям Владимира Савельевича его внимание к исследованиям дифракции волн на гладком выпуклом теле привлекла Ольга Александровна Ладыженская.

Рис. 4: Кафедра высшей математики и математической физики Физического факультета ЛГУ, 1974 г.

Первое достижение Буслаева в этом направлении было связано с так называемой “ошибкой Иванова”. В 1956 году американский матфизик Дж.Б. Келлер из эвристических соображений получил формулы для коротковолновой асимптотики волнового поля в тени за гладким выпуклым телом. Встал вопрос о выводе этих формул хотя бы на уровне формальных асимптотических разложений. Этой задачей занялся московский математик В.И. Иванов.

Он использовал для формального вывода формул Келлера так называемый метод параболического уравнения. Все вроде бы делалось корректно, но получался неверный ответ. Иванову удалось описать быстро меняющийся экспоненциальный фактор, входящий в старший член, но стоящий перед ним медленно изменяющийся множитель получался не такой, как надо. Владимир Савельевич показал, что при выводе соответствующего параболического уравнения надо было учесть еще один член, и все получалось.

Владимиру Савельевичу принадлежит замечательное по своей естественности оправдание геометро-оптического приближения в задаче рассеяния волн на компактном гладком выпуклом теле и в других аналогичных задачах. В итоге, сложнейшая задача строгого оправдания геометро-оптического приближения в задаче рассеяния волн на компактном гладком выпуклом теле (в освещенной области и полутени) — задача, которую начал решать еще Эрселл (1957), — была решена в цикле работа В.С. Буслаева к середине 70-х годов.

К работам об оправдании асимптотик в задаче о дифракции на гладком выпуклом теле вплотную примыкает серия статей о поведении резольвенты и асимптотиках спектральных характеристик при больших значениях спектрального параметра и о формулах следов для эллиптических операторов во внешних областях.

3.3 Квантовые задачи рассеяния

Широкую известность получили работы В.С. Буслаева по рассеянию на дальнодействующих потенциалах и его глубокие исследования по аналитической теории многочастичного рассеяния.

Для операторов Шредингера с медленно убывающими потенциалами пределы, определяющие волновые операторы в традиционной теории рассеяния, не существуют. Для оператора Шредингера с кулоновским потенциалом аналог волнового оператора первым построил J.D. Dollard. Анализируя его работу, В.С. Буслаев и Л.Д. Фаддеев предложили общее определение волновых операторов в случае медленно убывающих потенциалов. Позже В.С. Буслаев и В.В. Матвеев завершили конструкцию обобщенных волновых операторов и доказали их существование. Примерно в то же время В.С. Буслаев построил обобщенные волновые операторы для модели Фридрихса с ядром, имеющим особенность на диагонали.

Вместе с М.М.Скригановым Владимир Савельевич построил полные формальные асимптотические разложения решения задачи рассеяния для трехмерного уравнения Шредингера на бесконечности.

Много работ Владимир Савельевич посвятил задачам рассеяния нескольких квантовых частиц. В соавторстве с А.Ф. Вакуленко Владимир Савельевич изложил новый подход к построению теории рассеяния для систем нескольких частиц: было предложено использовать предварительно угаданные сингулярности обобщенных собственных функций для построения унитарного оператора, который трансформирует изучаемый операторэнергии в оператор, по своим свойствам равноценный оператору энергии для системы двух частиц и доступный, тем самым, исследованию с помощью любых общих средств хорошо развитой теории двухчастичного рассеяния.

Продолжая заниматься задачами теории рассеяния нескольких тел, Владимир Савельевич развивает дифракционный подход в квантовой теории рассеяния, оказавшийся очень плодотворным. В соавторстве с С.П. Меркурьевым и С.П. Саликовым Владимир Савельевич рассматривает рассеяние в системе трех одномерных квантовых частиц с быстро убывающими четными парными потенциалами.

В 2000-х годах Владимир Савельевич вместе с С.Б. Левиным занялся исследованием рассеяния трех заряженных (кулоновских) трехмерных квантовых частиц. Задача рассеяния трех квантовых частиц с быстро убывающими парными потенциалами была решена Л.Д. Фаддеевым в 1963 году, и что в случае медленно убывающих парных потенциалов и, в частности, для системы нескольких заряженных частиц, Подход Л.Д. Фаддеева оказался неприменим. В.С. Буслаев и С.Б. Левин использовали идею дифракционного подхода и написали по нему серию работ.

3.4 Формулы следов для лагранжевых и гамильтоновых систем

Часть работ Владимира Савельевича посвящены формулам следа, описывающим регуляризованные определители линейных дифференциальных операторов, которые порождаются уравнениями в вариациях для канонических уравнений Гамильтона или уравнений Лагранжа на траекториях классической механической системы. Формулы следа связывают регуляризованные определители этих операторов и якобианы преобразований, задаваемых движением классической системы и действующих в пространстве, размерность которого равна числу ее степеней свободы. Интерес Владимира Савельевича к этим формулам был связан с тем, что они естественно возникают при изучении квазиклассической асимптотики для ядра оператора эволюции в квантовой механике. Они отражают эквивалентность асимптотических формул, которые получаются, с одной стороны, при прямой подстановке квазиклассического анзатца в уравнение Шредингера, а, с другой стороны, при формальном асимптотическом исследовании представления ядра оператора эволюции в виде континуального интеграла Фейнмана. Последний подход сводится к применению метода стационарной фазы к указанному континуальному интегралу, и в результате, к появлению определителя дифференциального оператора, входящего в формулу следа.

Рис. 5: В.С. Буслаев

3.5 Вполне интегрируемые нелиненые уравнения

Вполне интегрируемыми нелинейными уравнениями — новой для себя областью математической физики — Владимир Савельевич занялся в конце 70-х годов. К этому моменту появились первые результаты (ВЕ. Захарова и С.В. Манакова), посвященные асимптотическому исследованию ряда нелинейных уравнений, где на физическом уровне строгости были получены асимптотики решений уравнения Кортевега-де-Фриза (КдФ), нелинейного уравнения Шредингера и уравнения sine-Gordon при больших временах. Стало понятно, что изучение этих вопросов для нелинейных уравнений представляет собой тонкую аналитическую и асимптотическую задачу.

В.С. Буслаеву принадлежат пионерские исследования поведения решений вполне интегрируемых уравнений при больших временах. Совместно с В.В. Сухановым он провел строгий анализ для уравнения Кортевега-де-Фриза.

Вместе с Л.А. Тахтаджяном и Л.Д. Фаддеевым, Владимир Савельевич для уравнения КдФ разработал гамильтонову интерпретацию теории рассеяния и построил переменные типа действие—угол.

3.6 Исследования распространения звука в океане

В 80-е годы под руководством В.С. Буслаева и В.О. Булдырева на кафедре высшей математики и математической физики ЛГУ велись работы по акустике океана.

Математически исследовавшаяся задача сводится к построению функции Грина уравнения Гельмгольца в слое (толще воды), лежащем на подстилающем полупространстве (грунте). Типичный график зависимости скорости звука от глубины в океане имеет минимум, и вблизи этого минимума формируется подводный звуковой канал — океанический волновод.

Особенностью задачи является наличие большого параметра (частоты): глубина океана (километры) значительно больше длины волны (десятки метров), и изменение скорости звука на расстоянии порядка длины волны обычно мало. Поэтому при исследовании задач акустики океана естественно возникают квазиклассические асимптотики. Горизонтальные изменения свойств океана во многих случаях можно не учитывать или считать очень медленными. Поэтому естественно появляются и адиабатические конструкции.

Экспериментаторы были заинтересованы в создании компьютерных программ, способных очень быстро вычислять звуковое поле. Ведущая идея работ группы состояла в том, чтобы вместо прямых расчетов поля с помощью численных методов использовать асимптотические методы для получения новых формул, а на их основе создавать эффективные программы для расчета полей.

Задачи, пришедшие из акустики, Владимир Савельевич рассматривал как источник интересных аналитических вопросов. Ему и его ученикам м.В. Перель и А.А. Федотову принадлежит серия работ, посвященных этой тематике. Наиболее известными стали исследования звукового поля вблизи поверхности глубокого моря и исследования рассеяния коротких акустических волн на синоптических вихрях.

3.7 Адиабатическое возмущение периодического уравнения Шредингера

В начале 80-х годов Владимир Савельевич занялся развитием оригинального асимптотического подхода к исследованию решений адиабатически возмущенных линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. В частности, серия работ и докладов В.С. Буслаева, В.С. Буслаева и Л.А. Дмитриевой, В.С. Буслаева и А. Грижиса была посвящена одномерному уравнению Шредингера с периодическим потенциалом, возмущенным адиабатическим слагаемым. Такие уравнения возникают в разных разделах физики. Например, в физике твердого тела такие уравнения служат моделью для изучения электрона в кристалле, помещенном во внешнее электрическое поле (которое по сравнению с внутренним полем кристалла изменяется медленно).

Метод Буслаева является глубоким обобщением стандартного квазиклассического подхода: он позволяет получать асимптотики решений уравнения, возникающего при добавлении адиабатического возмущения к периодическому оператору Шредингера.

В серии работ В.С. и его учеников была последовательно решена обсуждаемая задача: описаны основные конструкции метода, построены асимптотические анзатцы решений вне окрестностей точек поворота, а затем формальные асиптотические решения были построены и в окрестностях точек поворота. Тем самым было дано математически последовательное описание эффекта электрического пробоя в теории блоховских электронов, хорошо известного из работ физиков.

Сначала было рассмотрено одномерное уравнение Шредингера, а после Владимир Савельевич обобщил все конструкции на многомерные задачи. Основные идеи подхода в этой задаче тесно связаны с идеями классического метода канонического оператора Маслова.

Далее В.С. совместно с Л.А. Дмитриевой рассмотрели условия квантования для задачи об адаиабатическом возмущении периодических операторов. В их работах были рассмотрены геометрические аспекты условия квантования.

Важным шагом в развитии обсуждаемой тематики явилось использование локальных асимптотических решений адиабатически возмущенных периодических уравнений для описания глобального асимптотического поведения решений и исследования на этой основе спектральных задач. В частности, удалось доказать существующие в литературе гипотезы и получить новые результаты относительно так называемых лестниц Штарка—Ваннье, возникающих в спектральном анализе периодического оператора Шредингера, возмущенного медленно меняющимся линейным потенциалом. Б.С. Буслаев и Л.А. Дмитриева математически доказали, что лестницы Штарка—Ваннье описывают резонансы возмущенного оператора, т.е. являются полюсами аналитического продолжения коэффициента отражения. Очень красивым результатом этих работ было описание в терминах лестниц резонансов механизма спектральной концентрации, обьясняющего образование спектральных и запрещенных зон из непрерывного спектра возмущенного оператора при стремлении интенсивности электрического поля к нулю.

3.8 Квазиклассические псевдодифференциальные операторы с разрывными символами

С середины 80—х годов В.С. Буслаев и А.М. Будылин начали изучение задач, относящихся к квазиклассическим псевдодифференциальным уравнениям с разрывными символами. Толчком к исследованиям послужила задача о нахождении второго члена асимптотики при следа гладкой функции некого “одномерного” интегрального оператора вида с гладким быстро убывающим ядром. Старший член асимптотики был хорошо известен. Задача носила заказной характер; она возникла в связи с исследованиями в теории передачи информации и была сообщена В.С. Буслаеву М.Ш. Бирманом. Авторы интересовались задачей в более общей постановке — для “многомерного” оператора.

Рис. 6: В.С. Буслаев и М.Ш. Бирман, 1996 г.

В серии работ В.С. Буслаев и А.М. Будылин построили асимптотическую теорию одномерных квазиклассических псевдо-дифференциальных уравнений и применили ее в ряде задач. Существенную роль в этих исследованиях сыграло найденное В.С.Буслаевым и его соавтором обобщение альтернирующего метода Шварца.

Когда теория псевдодифференциальных операторов с "дважды разрывными символами"была в основном уже построена, стало понятно, что развитые методы применимы и к операторам более общего типа, формально принадлежащим к классу интегральных операторов Фурье. Интерес к матричным задачам сопряжения такого типа был обусловлен их приложениями к исследованию уже упоминавшихся выше нелинейных уравнений математической физики.

3.9 Нелинейные неинтегрируемые уравнения

В 1990—2010 Владимир Савельевич в соавторстве с Галиной Перельман и Катрин Сулем совершил важнейшие открытия в теории асимптотической устойчивости солитонов (устойчивость односолитонных решений к малым возмущениям) для одномерного нелинейного уравнения Шредингера.

3.10 Разностные уравнения с периодическими коэффициентами

Задачу об уравнении Харпера — разностном уравнении Шредингера $\frac{1}{2}(\psi(x+h)+\psi(x-h))+\cos x\psi(x) = E\psi(x)$ Владимир Савельевич привез из Франции. Это уравнение возникает при исследовании блоховского электрона в двумерном кристалле, помещенном во внешнее однородное магнитное поле в приближении сильной связи, параметр h определяется величиной магнитного потока через ячейку кристалла.

Уравнение Харпера привлекло внимание и физиков, и математиков благодаря своим интересным спектральным свойствам. В 1975 году американский физик Дуглас Хофштадтер опубликовал работу, в которой представил знаменитую бабочку Хофштадтера — рисунок спектра оператора Харпера, полученный численно на компьютере для последовательности рациональных h. Фрактальная структура спектра привела к гипотезе, что спектр оператора Харпера для иррациональных h является канторовым множеством. В 1984 году английский физик М. Уилкинсон опубликовал работу, в кторой он попытался объяснить канторовость спектра с помощью некой асимптотической перенормировочной процедуры, указывавшей на иерархическую структуру спектра. Эвристический алгоритм, предложенный Уилкинсоном, был превращен в математически строгий анализ в статье В. Элффера и Й. Шостранда 1988 года. С помощью перенормировочной процедуры, основанной на технике квазиклассических ПДО, традиционной для исследования многомерных задач, они получили описание геометрии спектра уравнения Харпера.

Под влиянием докладов и работ Элффера и Шостранда Владимир Савельевич очень заинтересовался задачей и предложил А.А. Федотову заняться ею вместе. Он считал, что исследовать ее надо как одномерную аналитическую задачу. Работы В.С. Буслаева и А.А. Федотова привели к открытию целого направления исследований по аналитической и спектральной теории разностных уравнений. Возникший при этом перенормировочный подход — метод монодромизации — Владимир Савельевич оценивал как очень яркое открытие. Позже оказалось, что идея монодромизации очень эффективна и для исследования разностных и дифференциальных квазипериодических уравнений.

Элффер и Шостранд изучали задачу в случае, когда параметр h в уравнении Харпера разлагается в квазиклассическую цепную дробь (т.е. цепную дробь, все элементы которой достаточно велики), и первым шагом В.С. Буслаева и А.А. Федотова было создание оригинального подхода для изучения квазиклассических асимптотик решений разностных уравнений на комплексной плоскости. Идея подхода — это идея классического комплексного метода ВКБ, развитого для исследования на комплексной плоскости решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Но разностные уравнения нелокальны, и новый метод оказался весьма нетривиальным обобщением классического. Также, как и классический, он был нацелен на вычисления асимптотик экспоненциально малых объектов, важных для спектрального анализа. Для развития нового подхода потребовалось открыть (и переоткрыть) серию результатов, относящихся к аналитической теории разностных уравнений на комплексной плоскости.

Одновременно был сделан первый шаг на пути переосмысления понятий из классической теории дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами: для разностных уравнений с периодическими коэффициентами было введено понятие матрицы монодромии. В отличие от обыкновенных дифференциальных уравнений, пространство решений разностных уравнений — модуль над кольцом периодических функций, и матрица монодромии является периодической функцией переменной уравнения. Асимптотическое исследование матрицы монодромии для уравнения Харпера привело к двум неожиданным результатам: выяснилось, что для естественного с точки зрения квазиклассических конструкций базиса решений матрица монодромии является тригонометрическим полиномом первого порядка, а асимптотика ее коэффициентов такова, что естественно порождаемое ею разностное уравнение близко к уравнению Харпера.

В работах для разностных уравнений с периодическими коэффициентами было введено понятие блоховского решения и был придан точный смысл разностному уравнению, порождаемому матрицей монодромии. Как и исходное, это уравнение — уравнение монодромии — является разностным уравнением с периодическими коэффициентами; было показано, что построение блоховских решений для исходного уравнения сводится к построению блоховских решений для уравнения монодромии. Переход от исходного уравнения к уравнению монодромии был назван монодромизацией. Построение блоховских решений для уравнения монодромии ведет к еще одной монодромизации и т.д. В итоге возникает бесконечная цепочка разностных уравнений, порожденных процедурой монодромизации и можно говорить, что монодромизация определяет (вообще говоря) бесконечномерную динамическую систему. В работе было показано, что в случае, когда праметр сдвига уравнения Харпера разлагается в квазиклассическую цепную дробь, монодромизацию можно определить так, что все матрицы монодромии, порожденные уравнением Харпера, принадлежат двупарметрическому семейству матричных тригономтерических полиномов первого порядка, и вся работа сводится к исследованию двумерной динамической системы. В работе эта констуркция была использована для объяснения канторовости спектра уравнения Харпера в случае,исследованном Элфером и Шострандом. Стало понятно, что спектральные свойства разностного уравнеиня с периодическими коэффициентами определяются свойствами динамической системы, порождаемой монодромизацией. Таким образом, построение аналога теории Блоха-Флоке (классической для дифференциальных операторов с периодическими потенциалами) для разностных уравнений с периодическими коэффициентами привело к созданию процедуры монодромизации.

Многие из полученных результатов казались независимыми от предположения наличия квазиклассического параметра, и впоследствии авторы отказались от него. В работе обсуждаются общие свойства и конструкция блоховских решений и отображения монодромизации для разностных уранвений с периодическими коэффициентами. Далее в пространстве решений уравнения Харпера был построен базис решений, для которого матрица монодромии является тригонометрическим полиномом первого порядка. Идея доказательств была подсказана квазиклассическими конструкциями, она состоит в построении в пространстве решений базиса из целых функций, обладающих минимальным ростом при стремлении мнимой части переменной к бесконечности. Были детально исследованы аналитические свойства коэффиициентов Фурье матрицы монодромии как мероморфные функции спектрального параметра, а затем показано, что для систем двух разностных уравнений первого порядка, коэффициенты которого являются тригонометрическими полиномами общего положения, монодромизацию можно проводить так, что все матрицы монодромии окажутся тригонометрическими полиномами одного и того же порядка. В этом случае динамическая система, порожденная монодромизацией, окажется конечномерной.

Интереснейшие исследования, проведенные в описанные работах, безусловно, требуют дальнейшего осмысления и продолжения.

Рис. 7: В.С. Буслаев и А.А. Федотов на международной конференции по спектральной теории памяти М.Ш. Бирмана, институт Эйлера, 2009 г.

3.11 Другие работы

Из ранних статей Владимира Савельевича выделяются работы, посвященные квазиклассическим асимптотикам и квантованию.

В 1969-1970 у В.С. появилось несколько работ в результате анализа конструкций В.П. Маслова. В них Владимир Савельевич построил обобщение метода ВКБ по существу эквивалентное каноническому оператору. В совместной работе с М.М. Скригановым найдено условие, при котором линейное непрерывное отображение пространства $L_2(M)$ обобщенных функционалов на фазовом пространстве M во множество операторов Гильберта—Шмидта на пространстве Фока лишь числовым множителем отличается от вейлевского квантования.

Вместе с В.Э. Грикуровым с помощью компьютерных вычислений Владимир Савельевич пытался найти диапазон значений параметров, для которых при "столкновении" солитонов неинтегрируемых нелинейных уравнений возникает их нетривиальное взаимодействие (не сводящееся к перерассеянию как для вполне интегрируемых уравнений).

В совместной работе Владимира Савельевича и Леонида Андреевича Пастура обсуждаются ансамбли больших случайных эрмитовских матриц, связанные с моделями из квантовой теории поля.

Под влиянием работ М.Ш. Бирмана И Т.А. Суслиной Владимир Савельевич заинтересовался теорией усреднения (гомогенизации), которая изучает свойства решений дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. В работе вместе со своим учеником А.А.Пожарским, он изучает необычную для теории гомогенизации задачу — задачу рассеяния на периодической структуре.

4 Научное признание

4.1 Премии и почетные звания

Профессор В.С.Буслаев — автор более 150 публикаций, его научные работы отмечены премией Ленинградского математического общества (1963), Первой премией ЛГУ (1975) и Государственной премией (2000). Он был приглашенным докладчиком Международного конгресса математиков (1983) и общего собрания Германского математического общества (2000), прочитал почетный курс Коксетеровских лекций в Институте Филдса (Торонто, 1997), в 2000 году был пленарным докладчиком на Юбилейной сессии Немецкого математического общества. В.С. принимал участие в качестве пленарного докладчика более чем в 30 международных конференциях, сам был организатором ряда конференций. В 2005 году Университетом Париж—13 ему было присвоена почетная степень Doctor Honoris Causa, присуждаемая на основании значительных заслуг перед наукой или культурой. В 1975 году за цикл работ по теории дифракции Владимир Савельевич Буслаев был удостоен первой премии Ленинградского Государственного Университета за лучшие научные исследования. Его научные успехи и вклад в организацию преподавания математики на физическом факультете Университета отмечены почетными званиями «Заслуженный работник высшей школы РФ» (1999 год), «Заслуженный деятель науки РФ» (2008 год), Государственной премией РФ в области науки и техники (2000 год), званием «Почетный профессор СПбГУ» (2012 год). Под его руководством 15 аспирантов защитили кандидатские диссертации, пятеро из них (В.В. Матвеев, С.П.Меркурьев, Г.С. Перельман, М.М. Скриганов и А.А. Федотов) позднее стали докторами наук. В.С.Буслаев был руководителем Отдела математической и вычислительной физики НИИ физики им. В. В. Фока СПбГУ, членом специализированных ученых советов, руководил рядом грантов, в том числе международных. Был председателем секции математической физики Головного Совета министерства. Член редколлегии журнала «Алгебра и анализ» (С.-Петербургский математический журнал), член правления С.-Петербургского Математического общества.

Рис. 8: В.С. Буслаев и Т.А. Суслина, 2000-е гг.

4.2 Организационная деятельность

Последние двенадцать лет В.С. был деятельным и инициативным заведующим кафедрой высшей математики и математической физики, пользуясь высочайшим авторитетом. Вместе с Людвигом Дмитриевичем Фаддеевым и Михаилом Соломоновичем Бирманом он продумывал и организовывал всю жизнь кафедры от подбора новых коллег до организации всего преподавания. При этом он был и одним из научных лидеров. Оценивая результаты научной работы, Владимир Савельевич, прекрасно разбираясь во всех направлениях, разрабатывавшихся на кафедре, живо реагировал на чужие идеи, результаты, доклады, был полон эмоций, пытался все понять и оценить по существу, взглянуть на работы “сверху”, найти свое видение. Он ценил оригинальные исследования, идеи и методы, противопоставляя их разработку решению многочисленных задач по накатанной схеме. Очень трудно было удовлетворить его высоким критериям оценки научной работы.

Владимир Савельевич Буслаев создал научный семинар, посвященный проблемам спектрального и асимптотического анализа, и на протяжении десятков лет руководил его работой. В конце 70-х годов Владимир Савельевич занялся исследованиями нелинейных уравнений. В это же время сложилась еще одна группа, под руководством В.В.Матвеева и А.Р.Итса, которая активно занималась этой тематикой. Общий интерес и привел к организации специального семинара. Поначалу он был посвящен вопросам нелинейных интегрируемых уравнений, а также вопросам обратных задач (спектрального типа). Позже он стал семинаром по широкой аналитической тематике, определяемой интересами Владимира Савельевича, и все его ученики и близкие коллеги рассказывали на нем о своих исследованиях и результатах. К концу 90-х годов семинар превратился в кафедральный. Теперь уже все сотрудники и лучшие студенты и аспиранты кафедры "отчитывались" здесь о своей работе. Открытое высокопрофессиональное обсуждение идей и результатов докладчиков, обмен идеями и творческая атмосфера, поддерживаемые Владимиром Савельевичем, имели огромное значение для всех участников этого семинара.

Владимир Савельевич был членом ученого совета физического факультета, членом двух специализированных советов по защитам диссертаций, членом редколлегий журналов РАН «Алгебра и анализ» и «Функциональный анализ и его приложения», на протяжении многих лет являлся членом правления Санкт—Петербургского математического общества.

4.3 Преподавательская деятельность

Владимир Савельевич воспитал множетство учеников и последователей. Под его руководством было защищено пятнадцать кандидатских диссертаций, пятеро из его учеников впоследствии стали докторами наук — В.В. Матвеев, С.П.Меркурьев, Г.С. Перельман, М.М. Скриганов и А.А. Федотов, многие стали известными учеными в ведущих университетах России и Запада, академик С.П.Меркурьев был ректором СПбГУ в 1986—1993 годы. Буслаев передавал ученикам и любовь к математике, и математический образ мышления, и математическую систему ценностей. Он предлагал им принципиальные открывающие перспективы задачи. Обладая редкой математической интуицией, Владимир Савельевич выбирал задачи, с которыми не могли справиться известные специалисты и давал их своим ученикам. При этом он говорил, что это — наши задачи, т.е. задачи, решение которых естественно для нашей аналитической культуры, и задачи решались. Он готов был включаться в обсуждения, вычисления, написание статей, в общем, в работу. При этом, все-таки, свои отношения с учениками он строил по-разному, одних он постоянно сопровождал, а другим позволял самостоятельно заниматься поиском, поддерживая их дискуссиями. Обсуждая с учениками анализ, методы и результаты, Владимир Савельевич был полон эмоций, зажигался сам и разжигал интерес у собеседника. Процесс совместной работы с Владимиром Савельевичем представлял собой познание нового, неизвестного и удивительно красивого мира. Он бывал очень требовательным к своим ученикам во всем и бывало судил их очень строго. В то же время, для своих учеников он всегда был очень небезразличным и близким человеком.

Рис. 9: Кафедра высшей математики и математической физики Физического факультета СПбГУ, 2000-е гг.

Точно так же, как к научной работе и кафедральным делам, Владимир Савельевич относился и к преподаванию — всегда как к личному, всегда как к одной из главнейших сторон нашей жизни. Он был блестящим педагогом высокой математической культуры; его курсы лекций всегда были глубоко продуманы и обладали замечательной гармоничностью. Они были наполнены интересным материалом и пользовались популярностью у студентов. При этом, как и в научной работе, для Буслаева главным было выделение аналитических структур и связей между ними. Он разработал и в течение многих лет читал лекции по математической физике, рассказывая о комплексном анализе и специальных функциях, обобщенных функциях и вариационном исчислении. Ему принадлежат оригинальные курсы лекций по общей теории групп и по теории алгебр и групп Ли, по теории потенциального и многочастичного рассеяния и по квантовой механике с точки зрения математика. Книга [2] Владимира Савельевича — один из лучших учебников по вариационному исчислению, поражающий своей энциклопедичностью и продуманностью связей.

Буслаев щедро делился накопленным бесценным опытом и читал многочисленные лекции с подробнейшими разъяснениями. Так, по воспоминанию одного из коллег, лекции по теории нелинейных неинтегрируемых уравнений в Вене и Мюнхене, Ванфе и Обервольфахе в 2004—2009 годах оказали сильное влияние на всех участников зтих семинаров: В.Вайнберга, А.И.Комеча, Е.А.Копылову, Д. Стюарта (Кембридж), и многих других.

5 Заключение

Почетный профессор Санкт-Петербургского государственного университета, доктор физико-математических наук Владимир Савельевич Буслаев — один из лидеров современной Петербургской математической школы, заслуживший широкое международное признание. Он был поразительно разносторонним и глубоким математиком с колоссальным охватом тем и задач математики и физики. Для научных исследований В.С. характерно обращение к весьма разнообразным научным вопросам и их разработка на самом передовом уровне. По рассказам коллег и студентов Владимир Савельевич был потрясающим педагогом и чутким научным руководителем. В течение 50 лет Владимир Савельвич Буслаев работал на кафедре высшей математикии математической физики Физического факультета ЛГУ (впоследствии СПбГУ), на протяжении более 30 лет он руководил огранизацией математического образования студентов-физиков ЛГУ и СПбГУ, а также подготовкой на кафедре специалистов по математической физике. Эта работа всегда велась на факультете и кафедре на уникально высоком уровне, который кафедра стремится поддерживать и в настоящее время, постоянно внося в преподавание передовые новации.

Для молодого поколения математиков и физиков Владимир Савельевич Буслаев является замечательным примером яркого и многогранного ученого, посвятившего всю свою жизнь науке и преподаванию в Университете.

Автор реферата благодарен коллегам, ученикам и семье В.С. Буслаева за фотографии и материал, необходимый для данной работы.

Список литературы

[1] В. М. Бабич, А. М. Будылин, Л. А. Дмитриева, А. И. Комеч, С. Б. Левин, М. В. Перель, Е. А. Рыбакина, В. В. Суханов, А. А. Федотов, “О математическом творчестве Владимира Савельевича Буслаева”, Алгебра и анализ, 25:2 (2013), 3–36; St. Petersburg Math. J., 25:2 (2014), 151–174.

[2] Буслаев В.С. Вариационное исчисление Л.: Издательство Ленинградского университета, 1980 г., 288 стр.

[3] Паламодов В., Буслаев В., Ерикке Б., Хавин В. Коммутативный гармонический анализ – 3, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, 72, ВИНИТИ, М., 1991, 268 с.

[4] Профессора Санкт-Петербургского государственного университета: Биобиблиографический словарь. - СПб.: Издательский дом С.-Петерб. ун-та, 2004. — 756 с.

[5] Буслаев В.С. Кандидатская диссертация: Коротковолновая асимптотика в задаче дифракции на выпуклых телах. Ленинградский государственный университет, 1963, 1-218.

[6] Буслаев В.С. Докторская диссертация: Спектральные асимптотики и формулы следа для уравнения Шредингера. Ленинградский государственный университет, 1973, 1-237.

[7] В. М. Бабич, А. Р. Итс, В. А. Марченко, Л. А. Пастур, Б. А. Пламеневский, Т. А. Суслина, Л. Д. Фаддеев, А. А. Федотов, Н. Н. Уральцева, “Владимир Савельевич Буслаев (некролог)”, УМН, 69:1(415) (2014), 163–168; Russian Math. Surveys, 69:1 (2014), 153–158 .