

В обзоре рассматриваются вопросы истории и современного развития теоретико-числового метода в приближенном анализе, основанного в работах Н. М. Коробова и его учеников. Рассмотрена связь теории равномерного распределения и теоретико-числового метода в приближенном анализе. Показано, что предпосылкой возникновения теоретико-числового метода был интегральный критерий Г. Вейля. Разобраны основные типы теоретико-числовых сеток: неравномерные, параллелепипедальные и алгебраические. Освящена деятельность семинара **трёх К**, приводятся биографические сведения о Н. М. Коробове и краткие сведения о руководителях семинара и его участниках.

Описаны основные направления исследований по теоретико-числовому методу в приближенном анализе. Рассмотрены вопросы информационного обеспечения теоретико-числового метода в приближенном анализе с помощью ПОИВС ТМК.

Более подробно в обзоре излагаются вопросы поиска оптимальных коэффициентов для параллелепипедальных сеток, теории гиперболической дзета-функции решёток, теории алгебраических сеток и её связь с теорией диофантовых приближений.

В частности, обсуждается алгебраическая теория полиномов Туэ. Построение теории опирается на изучение подмодулей $\mathbb{Z}[t]$ -модуля $\mathbb{Z}[t]^2$. Рассматриваются подмодули, заданные одним определяющим соотношением и одним определяющим соотношением k -ого порядка. Более сложным подмодулем является подмодуль заданный одним полиномиальным соотношением. Подмодули пар Туэ j -ого порядка напрямую связаны с полиномами Туэ j -ого порядка. С помощью алгебраической теории подмодулей пар Туэ j -ого порядка удалось получить новое доказательство теоремы М. Н. Добровольского (старшего) о том, что для каждого порядка j существуют два основных полинома Туэ j -ого порядка, через которые выражаются все остальные. Основные полиномы определяются с точностью до унимодулярной многочленной матрицы над кольцом целочисленных многочленов.

Рассматриваются дробно-линейные преобразования ТДП-форм. Показано, что при переходе от ТДП-формы, связанной с алгебраическим числом α к ТДП-форме, связанной с остаточной дробью к алгебраическому числу α , ТДП-форма преобразуется по закону, аналогичному преобразованию минимальных многочленов, а числители и знаменатели соответствующих пар Туэ преобразуются с помощью дробно-линейного преобразования второго рода.

Кроме этого, обсуждается новая классификация чисто-вещественных алгебраических иррациональностей на основе их разложения в цепные дроби.

Показано, что для чисто-вещественных алгебраических иррациональностей α степени $n \geq 2$, начиная с некоторого номера $m_0 = m_0(\alpha)$, последовательность остаточных дробей α_m является последовательностью приведённых алгебраических иррациональностей.

Найдены рекуррентные формулы для нахождения минимальных многочленов остаточных дробей с помощью дробно-линейных преобразований. Композиция этих дробно-линейных преобразований является дробно-линейным преобразованием, переводящем систему сопряжённых к алгебраической иррациональности α в систему сопряжённых к остаточной дроби, обладающую ярко выраженным эффектом концентрации около рациональной дроби $-\frac{Q_{m-2}}{Q_{m-1}}$.

Установлено, что последовательность минимальных многочленов для остаточных дробей образует последовательность многочленов с равными дискриминантами.

Перечислены некоторые наиболее актуальные нерешенные проблемы.