ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Васильева Вадима Львовича
"(2,3)-порождение гиперболических симплектических групп",
представленную на соискании ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Многие задачи теории групп и смежных разделов математики редуцируются к нахождению порождающих элементов, удовлетворяющих некоторым свойствам, например, обратная задача теории Галуа (метод жесткости). Хорошо известно, что классические группы порождаются своими простейшими элементами: так, например, симметрические группы порождаются транспозициями, а простые классические линейные группы или более обобщенно — простые группы лиева типа — порождаются корневыми элементами; в обоих случаях мощность порождающего множества растет вместе с ростом мощности самой группы. Для конечных простых групп и близких к ним, а также для линейных групп как над полями, так и над кольцами, особый интерес вызывают порождающие множества минимальной мощности относительно некоторых свойств. Первые систематические исследования в этом направлении датируются началом прошлого столетия. Так, Л. Диксон в своей книге "Linear Groups with an Exposition of the Galois Field Theory", вышедшей в 1901 г., доказал, что для любого нечетного $q \neq 9$, специальная линейная группа размерности два над полем из q элементов $SL_2(q)$ порождается двумя трансвекциями $t_{12}(1)$ и $t_{21}(\alpha)$, если α порождает основное поле. В этом же году Г. Миллер показал, что любая простая знакопеременная группа A_n порождается двумя элементами, а если n отлично от 6, 7, 8, то порядки этих порождающих могут быть 2 и 3.

Объект исследования диссертации — симплектическая группа $Sp_{2n}(R)$ над коммутативным кольцом R, а также ее подгруппа $ESp_{2n}(R)$, порожденная симплектическими трансвекциями. Известно, что $Sp_{2n}(R) = ESp_{2n}(R)$, если R — евклидово кольцо. Основная задача диссертации — доказательство существования пар порождающих элементов порядков 2 и 3 ((2,3)-порождаемость) или их отсутствия для группы $Sp_{2n}(R)$ над различными кольцами R. Отметим, что эта задача не решена полностью для группы $Sp_{2n}(R)$ даже в случае конечного поля R.

Перейдем к рассмотрению результатов диссертации по главам. Первая глава является вводной, в ней приводятся необходимые определения и известные факты, используемые в работе.

Теорема 2.1 главы 2 утверждает, что при $n \geq 13+12\cdot 2^l$ группа $ESp_{2n}(\mathbb{Z}[X_1, \dots X_l])$ является (2,3)-порожденной. В качестве следствия получается (2,3)-порождаемость группы $Sp_{2n}(\mathbb{Z})$ при $n \geq 25$ в принципиально важном случае, когда основное кольцо есть кольцо целых чисел $\mathbb{Z}$.

Теорема 2.2 является обобщением теоремы 2.1 (случай произвольного (l+1)-порожденного коммутативного кольца с единицей).

Теорема 2.3 устанавливает (2,3)-порождаемость группы $ESp_{2n}(R)$ при $n \geq 25$ для коммутативного кольца R с единицей, аддитивно порожденного множеством $\{s^{2k},\ 2s^{2k-1} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ для некоторого $s \in R$. В качестве следствия получается (2,3)-порождаемость группы $Sp_{2n}(q)$ при $n \geq 25$ над любым конечным полем.

В теоремах 3.1 и 3.2 главы 3 указаны явно пары порождающих элементов (симплектических матриц) порядков 2 и 3 для групп $Sp_8(\mathbb{Z})$ и $Sp_{10}(\mathbb{Z})$ соответственно.