Отзыв научного руководителя
о диссертации Данилы Дмитриевича Черкашина
"Экстремальные задачи в раскрасках гиперграфов",
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Диссертация Данилы Дмитриевича Черкашина относится к асимптотическим экстремальным задачам о раскрасках гипеграфов. Эта область восходит к работам П. Эрдёша 1960-х годов и с тем пор бурно развивается, привлекая алгоритмические, вероятностные, алгебраические методы. Ей занимались и занимаются такие математики, как Л. Ловас, Н. Алон, П. Франкл, В. Рёдль, А. В. Косточка и др.

Гиперграф понимается как конечное множество *вершин* и некоторое семейство его подмножеств — *рёбер*. Если все рёбра имеют размер n, гипеграф называют n-*однородным*. Раскраска множества вершин в r цветов называется *правильной*, если нет одноцветных рёбер, и *полноцветной*, если каждое ребро содержит вершины всех цветов. Основной предмет диссертации — величины $m(n,r)$, $p(n,r)$, определяемые как наименьшее число рёбер в n-однородном гиперграфе, который нельзя правильно (соответственно, полноцветно) покрасить в r цветов.

В первой главе доказывается, что

$$m(n,r) \geq c(r) \left(\frac{n}{\log n}\right)^{\frac{r-1}{r}} r^n$$

при фиксированном r и большом n. Этот результат, полученный независимо Д. Черкашиным и Я. Козиком в 2013 г., до сих пор является рекордным.

Вторая глава посвящена полноцветным раскраскам. Доказано, в частности, что при $n \geq r \geq 2$ выполняется оценка

$$p(n,r) \geq e^{-1}\frac{r-1}{n-1}e^{\frac{n-1}{r-1}}.$$

В доказательстве используется геометрически модифицированный и рандомизированный алгоритм Плухара.

В третьей главе изучается задача, ответ в которой зависит от арифметических свойств большого числа n. Разбросом раскраски гиперграфа в два цвета называется максимальная разность между количеством вершин двух цветов в одном ребре. Минимум расбросов по всем возможным раскраскам называют разбросом гипеграфа. При каком наименьшем количестве $f(n)$ рёбер найдётся n-однородный гиперграф с положительным разбросом? Например, очевидно, что $f(n) = 1$ при нечётном n. В диссертации доказывается, что $f(n) = O(\log(snd(n)))$, где $snd(n)$ — наименьшее примарное число, которое не делит n.

В четвёртой главе изучаются накрест пересекающиеся семейства множеств — гиперграфы, рёбра которых разбиты на два класса так, что любые два ребра из разных