

Отзыв научного руководителя о диссертации А. Н. Медведева  
«Локальная гладкость аналитической функции в сравнении с  
гладкостью ее модуля»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.01.01. «Вещественный,  
комплексный и функциональный анализ»

Хорошо известно, что, при некоторых естественных предположениях о нулях, для аналитической функции в круге, непрерывной вплоть до границы, гарантирована половинная гёльдерова гладкость во всем круге в сравнении с гёльдеровой гладкостью модуля этой функции, причем результат точен. Еще когда А.Н.Медведев был студентом последнего курса университета, я предложил ему исследовать локальный вариант этого явления: можно ли из гёльдерова условия для модуля функции всего в одной граничной точке извлечь какую-нибудь информацию о гёльдеровой гладкости самой функции в той же точке?

Оказалось, что это возможно, причем снова наблюдается эффект падения гладкости вдвое, если термин «гладкость» понимается должным образом. Разумеется, как и в глобальной постановке, необходимо наложить некоторые условия на нули функции, не которых я не буду останавливаться.

Часть этих результатов была получена А.Н.Медведевым совместно со мной и А.В.Васиным, другая часть – самостоятельно. Из этих последних особого упоминания заслуживает теорема о том, что если логарифм модуля граничных значений внешней функции (т.е., говоря несколько грубо, аналитической функции с радикальным отсутствием нулей) лежит в симметричном пространстве  $X$ , то ее гладкость (снова в одной точке, как и выше) падает в сравнение с гладкостью модуля не в два раза, а меньше (насколько именно, полностью определяется пространством  $X$ ). Кроме того, он впервые рассмотрел задачу о падении гладкости для функций, аналитических в полуплоскости.

Возвращаясь к совместной статье диссертанта со мной и А.В.Васиным, я хочу сказать, что в целом участие авторов трудно разделить, однако все же я и А.В.Васин несколько более ответственны за случай гёльдеровых условий порядка  $\alpha$ , в то время как вклад А.Н.Медведева в изучение случая гёльдеровых условий с произвольной мажорантой для модуля гладкости был определяющим. В особенности это справедливо для гладкостей между 1 и 2; при написании совместной статьи авторы просто не решились в этом случае проводить вычисления для произвольных модулей гладкости ввиду их громоздкости, однако диссертант затем в одиночку успешно преодолел возникающие здесь трудности.

До упомянутых работ локальная задача о падении гладкости не рассматривалась. Ее решение требует иных (и нетривиальных) технических приемов в сравнении с глобальной постановкой. Я считаю, что А.Н. Медведев внес очень существенный вклад в классическую тему, взглянув на нее с новой и неожиданной стороны, и решил важную задачу комплексного анализа. Его диссертация, на мой взгляд, удовлетворяет всем необходимым требованиям, а сам он заслуживает ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель  
Академик РАН



Кисляков

С. В. Кислякова

С.В. Кисляков