

Отзыв официального оппонента на диссертационную работу  
Петровой Юлии Петровны

Точные асимптотики  $L_2$ -малых уклонений для  
конечномерных возмущений гауссовских процессов,

представленной на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности

01.01.05 – Теория Вероятностей и Математическая Статистика

Исследование малых уклонений для случайного процесса  $X$  сводится к изучению вероятности  $\mathbb{P}(\|X\| < \varepsilon)$ , когда  $\varepsilon \downarrow 0$ . Здесь  $\|\cdot\|$  обозначает норму в каком-нибудь удобно выбранном пространстве. В диссертации этим пространством является  $L_2$ . Для гауссовских процессов типичный ответ имеет вид

$$\mathbb{P}(\|X\| < \varepsilon) = D\varepsilon^C \exp(-B\varepsilon^{-A})(1 + o(1)), \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad (1)$$

с некоторыми положительными постоянными  $A, B, D$  и вещественным  $C$ . Отметим, что асимптотики экспоненциального типа часто встречаются также в задачах спектральной теории и их доказательство, как правило, представляет серьезные трудности. Зачастую изучается более доступная логарифмическая асимптотика, т.е. поведение  $\ln \mathbb{P}(\|X\| < \varepsilon)$ . В диссертации рассматривается точная асимптотика, т.е. асимптотика вида (1).

Эта задача поставлена в контексте теории возмущений: изучаемые в диссертации процессы являются конечномерными возмущениями некоторых "модельных" гауссовских процессов, для которых все необходимые характеристики вычисляются явно, или почти явно. Одна из важных характеристик – набор собственных значений ковариационного оператора. Основную роль играет принцип сравнения Ли, в соответствии с которым, при условии "асимптотической близости" собственных значений возмущенной и невозмущенной задач, асимптотика типа (1) сохраняется с точностью до явного множителя. Надо отметить, что даже для модельных операторов нахождение собственных значений (а точнее, их асимптотического поведения) является непростой задачей, см. например, главу 4.

Прежде в литературе изучались либо одномерные возмущения, либо весьма частные случаи конечномерных возмущений. Одна из заслуг

