Отзыв

официального оппонента на диссертацию

Лишанского Андрея Александровича

"Динамика линейных операторов в пространствах аналитических функций"

представленную на соискание степени кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.01– "Вещественный, комплексный и функциональный анализ"

Диссертация посвящена посвящена исследованию поведения итераций элемента функционального пространства под действием линейного оператора. Актуальность исследований, проведенных в диссертации, подтверждается тем, что будучи самостоятельной трудной задачей спектральной теории операторов, она имеет множество приложений, связанных, в том числе, с востребованностью процедуры итераций в вычислительных процедурах.

Спектральная теория операторов востребована в широком круге прикладных и "внутренних" задач математики. Для таких исследований важно знать поведение орбит элементов под действием оператора, то есть различсные свойства цикличности элементов. В частности, можно поставить вопрос, является ли оператор гиперциклическим, т.е. может ли траектория какого либо элемента, возникающая в процессе итераций образовать всюду плотное множество в этом пространстве. Интерес к этой задаче возник одновременно с возникновением функционального анализа. Дж. Биркгоф в 1929 году доказал, что этим свойством обладает оператор сдвига , в пространстве всех целых функций. Однако, следующий существенный результат появился только в 1969 году, когда С. Ролевич доказал, что масштабированный оператор обратного сдвига (λS^*, $|\lambda| > 1$) является гиперциклическим в пространствах l^p.

Теория гиперциклических операторов стала активно разрабатываться с середины 1980-х годов, когда, в работах К. Китаи, Р. Гетнера, Ж. Годфруа, Дж. Шапиро появились достаточные условия гиперцикличности оператора. Свойство гиперцикличности было изучено для многих естественных классов операторов (весовые операторы сдвига, операторы композиции), были установлены интересные связи гиперцикличности со спектральной теорией и с эргодичностью. Однако теория гиперциклических операторов далека от завершения, и в ней остается много естественных открытых вопросов (например, гиперцикличность операторов Теплица).

В диссертации исследуется ряд таких вопросов, и получены новые результаты о гиперцикличности для нескольких классов линейных операторов (операторы Теплица в пространстве Харди и одномерные возмущения унитарных операторов). При этом автором разработан приемы, позволяющие получить новые доказательства некоторых известных результатов и открывающий перспективу для дальнейших исследований. Сформированный в диссертации аппарат по своему потенциалу можно сравнить с возможностями исследования поведения последовательности "во внутренних терминах" и возможностями, появляющимися при переходе к производящей функции.

Диссертация состоит из введения и трех глав. Текст диссертации изложен на 61 странице.

Первая часть работы посвящена исследованию свойств гиперциклических векторов. Они являются продолжением исследований начатых К. Китаи, Ж. Годфруа и Дж. Шапиро (1991), которые нашли некоторые достаточные признаки гиперцикличности оператора. Благодаря этому им удалось доказать, что любой оператор Теплица с символом $\bar{\phi}$, $(\phi \in H^\infty(D))$является гиперциклическим, если $\phi(D) \cap T \neq \emptyset$. Примерно тогда же П. Бурдон (1993) показал, что у любого гиперциклического оператора, действующего в гильбертовом пространстве существует плотное в исходном пространстве подпространство, состоящее из гиперциклических элементов. Естественно возник вопрос о том, могут ли гиперциклические элементы образовывать бесконечномерное замкнутое линейное подпространство. А. Монтес-Родригес показал, что при оператор обратного сдвига λS^*, $|\lambda| > 1$, действующий в l^2, не имеет таких подпространств.

Автор диссертации заметил, что при некотором усилении свойства гиперцикличности достаточным условием наличия замкнутого подпространства гиперциклических элементов у оператора Теплица с символом $\phi \in A(D)$ являются следующие условия:

$$\phi(D) \cap T \neq \emptyset, \quad \phi(T) \cap T \neq \emptyset$$

Пример А. Монтес-Родригеса показывает точность этих условий.
Доказательство эффективно использует теорему Гонзалеса, Леона-Сааведры и Монтес-Родригеса, решающую ту же задачу в общем случае, но в значительно более сложных терминах существенного спектра оператора.

Гиперциклические операторы являются антиподами тождественного оператора. Естественно возникает вопрос насколько сильно они отличаются друг от друга. К. Чан и Дж. Шапиро (1991) построили пример компактного возмущения тождественного оператора, порождающего гиперциклический оператор. Через десть лет этот результат был существенно усилен. С. Шкарин построил пример унитарного оператора и его возмущения оператором ранга 2, который оказывается гиперциклическим. Через год С. Гриво описала конструкцию, позволяющую получать тот же эффект на возмущении унитарного оператора оператором ранга один. Эта конструкция основана на полученном ею достаточном условии гиперцикличности оператора, основанном на предположении о существовании у оператора большого количества собственных элементов, обладающих рядом специфических свойств. Само построение примера превращалось при этом в проверку того, что такую систему собственных векторов можно построить по индукции. В диссертации найдена другая конструкция такого оператора, основанная на большой и глубоко изученной функциональной модели – пространствах K_θ. Автор, как и Гриво, проверяет достаточное условие гиперцикличности. Но здесь конструкция не идет на жестком поводке индукции, а сразу предъявляет объект нужной природы, и доказательство превращается в серию обоснований предельных переходов. Создается твердое ощущение, что возможности этой конструкции далеко не исчерпаны.

Полученные в первой части диссертации достаточные условия гиперцикличности операторов Теплица с антианалитическим символом, ставят вопрос о возможности введения в символ аналитического слагаемого. Первый шаг в этом направлении был сделан С. Шкариным, ему удалось найти условие гиперцикличности для операторов Теплица с символом $\Phi(z) = a\bar{z} + b + cz$ Очень специальный вид символа оставляет мало шансов на прямое обобщение этой конструкции. Это делает привлекательными и перспективными результаты, полученные автором диссертации в этом направлении. Он исследовал операторы с символом вида

$$\Phi(z) = p\Big(\frac{1}{z}\Big) + \phi(z)$$

здесь ϕ функция из пространства H^∞ и p многочлен степени N. Термины, в которых формулируется теорема, подобраны очень точно – они зависят от степени полинома, зазор между необходимыми и достаточными условиями "на глаз" очень невелик. Более того, если повысить гладкость функции ϕ – предположить ее непрерывность вплоть до грнаницы, то необходимые и достаточные условия сблизятся еще больше. Автор находит оригинальный и точный язык для формулировки критерия гиперцикличности. Он анализирует для этого взаимное расположения единичного круга и точек $w \in C$, для которых уравнение $\Phi(z) = w$ имеет ровно N решений в единичном круге.

Существенных замечаний по диссертационной работе у меня нет. По оформлению диссертации я могу сделать следующие замечания:

1)излагая доказательства, автор иногда делает это слишком тезисно, например, в конце раздела 3.1.2 автор, поясняя структуру собственных функций оператора, в каждой из 10 строк текста делает ссылку на хотя бы одну теорему , сформулированную ранее, причем сами формулировки приведены только во введении

2)во введении наблюдается обратная тенденция, например, в формулировке теоремы 1.4.2 на странице 15, за определением важной для формулировки теоремы функцией предлагается обратится на страницу 41, где приведено несложное определение этой функции

3)мелкие замечания по оформлению диссертации и опечаткам били переданы автору и будут учтены по мере возможности

Сделанные замечания не умоляют моей высокой оценки работы, проделанной автором.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Все результаты, входящие в диссертацию опубликованы в трех статьях в журналах, входящих в списки ВАК.

Считаю, что диссертационная работа "Динамика линейных операторов в пространствах аналитических функций"удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01– "Вещественный, комплексный и функциональный анализ а ее автор Лишанский Андрей Александрович заслуживает присуждения ему этой степени.

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики СПбГЭТУ

А.М.Коточигов

ОТДЕЛ КАДРОВ

ПОДПИСЬ РУКИ Коточигова ЗАВЕРЯЮ
ЗАМ.Н.ОК Н.САРАЕВ
" 29 " 12 2016