ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Вадима Львовича ВАСИЛЬЕВА
«(2,3)-ПОРОЖДЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИМПЛЕКТИЧЕСКИХ ГРУПП»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06 –
математическая логика, алгебра и теория чисел

Вопрос о порождении группы некоторым набором своих элементов с заданными свойствами — одна из наиболее старых, но по-прежнему актуальных задач алгебры. В случае, когда речь идет о порождении элементами порядков 2 и 3, значение данной проблемы выходит за границы собственно теории групп, поскольку согласно классическому результату Клейна и Фрике $(2,3)$-порожденные группы — это в точности эпиморфные образы модулярной группы $PSL_2(\mathbb{Z})$, исключая циклические группы порядков один, два и три. Следовательно, эти исследования могут найти применение в тех областях математики: теории чисел, анализе, геометрии, в которых возникает модулярная группа.

В отличие от групп $PSL_n(\mathbb{Z})$ при $n \geq 3$, нетривиальные эпиморфные образы которых должны быть конечными в силу результатов Меннике и Басса-Лазара-Серра, модулярная группа имеет "слишком много" эпиморфных образов (согласно результату Шуппа каждая счетная группа может быть вложена в подходящую $(2,3)$-порожденную группу) и надеяться на их полную классификацию не приходится. Поэтому разумный подход здесь состоит в том, чтобы понять, какие из наиболее важных классов групп являются $(2,3)$-порожденными. Ди Мартино и Вавилов высказали гипотезу о том, что для каждого конечно порожденного коммутативного кольца каждая элементарная группа Шевалле (т.е. подгруппа группы Шевалле, порожденная соответствующими трансвекциями) достаточно большой размерности является $(2,3)$-порожденной. Это гипотеза подтверждена в случае конечных матричных групп благодаря усилиям Ди Мартино, Вавилова, Тамбурини, Уилсона, Гавиоли и Санкини. Развитый в их работах конструктивный подход — указывается явный вид порождающих элементов — работает с некоторыми ограничениями и в общем случае конечно порожденных коммутативных колец. В частности, в наиболее важном случае целочисленного кольца было доказано, что группы $SL_n(\mathbb{Z})$ являются $(2,3)$-порожденными при $n \geq 13$. Отметим, что полное решение вопроса о $(2,3)$-порождении для линейных групп над целочисленным кольцом для всех n позднее было получено научным руководителем диссертанта М. А. Всемирновым. Однако в случае симплектических групп над конечно порожденными коммутативными кольцами гипотезу Ди Мартино – Вавилова удавалось доказать только при дополнительном условии обратимости двойки в соответствующем кольце или в случае конечного поля. В частности, открытым оставался вопрос о $(2,3)$-порожденности групп $\mathrm{Sp}_{2n}(\mathbb{Z})$.