

Примерная программа курса «Симметрические функции»

1. Разбиения, диаграммы Юнга, разложения, слабые разложения, граф Юнга, различные упорядочения на разбиениях.
2. Алгебра симметрических функций. Базис из мономиальных симметрических функций.
3. Элементарные симметрические функции.
4. Полные однородные симметрические функции.
5. Инволюция ω .
6. Степенные суммы.
7. Приложение: частичные многочлены Белла.
8. Стандартное скалярное произведение в алгебре симметрических функций.
9. Функции Шура. Комбинаторное определение.
10. Алгоритм RSK. Определение и основные свойства.
11. Тождество Коши и его следствия.
12. Симметрия алгоритма RSK и её следствия.
13. Двойственный алгоритм RSK и его следствия.
14. Функции Шура. Классическое определение.
15. Теорема о косых функциях Шура, коэффициенты Литлвуда–Ричардсона, правило Пьерри.
16. Операторы $f^\perp$, сопряженные к мультипликаторам.
17. Операторы $H^\perp(t)$ и $E^\perp(t)$.
18. Специализации алгебры симметрических функций. Экспоненциальная специализация.
19. Тождество Якоби–Труди.
20. Правило Мурнагана–Накаямы.
21. Характеристическое отображение Фробениуса. Связь между симметрическими функциями и характерами симметрических групп.
22. Формула Фробениуса для характеров. Формула крюков.
23. Специализации функций Шура.
24. Приложение к перечислению плоских разбиений.
25. Плетизм.
26. Бесконечное клин-пространство. Бозон-фермионное соответствие.
27. Вершинные операторы. Приложение к вычислению корреляционных функций мер Шура.