



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 г.      I тур      6 КЛАСС      1 ВАРИАНТ

1. Саша написал трехзначное число, ни одна из цифр которого не равна 9, а потом увеличил каждую цифру этого числа на 1. Могло ли от этого произведение цифр числа увеличиться вдвое?

2. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на 4 треугольника и 3 четырехугольника. Сумма периметров четырехугольников равна 25 см. Сумма периметров четырех треугольников равна 20 см. Периметр исходного большого треугольника равен 19 см. Найдите сумму длин жирных отрезков. Не забудьте обосновать ответ.



3. На доске размером  $30 \times x$  клеток расставлено несколько ладей таким образом, что каждая ладья бьет ровно одну другую. При этом в каждой вертикали и в каждой горизонтали присутствует как минимум одна ладья. Докажите, что  $x$  делится на 3. (Ладья — это шахматная фигура, которая держит под боем все клетки своей вертикали и своей горизонтали.)

4. Когда добрая фея взмахивает волшебной палочкой, появляются либо 100 карамелек и 100 ирисок, либо 101 карамелька и 98 ирисок, либо 103 карамельки и 94 ириски. На детском празднике фея взмахнула палочкой несколько раз и появилось 2943 карамельки. Сколько появилось ирисок?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН или АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;  
Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?  
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)

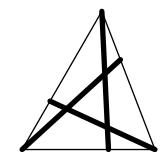


Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 г.      I тур      6 КЛАСС      2 ВАРИАНТ

1. Владик написал трехзначное число, ни одна из цифр которого не равна 0, а потом уменьшил каждую цифру этого числа на 1. Могло ли от этого произведение цифр числа уменьшиться вдвое?

2. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на 4 треугольника и 3 четырехугольника. Сумма периметров четырехугольников равна 22 см. Сумма периметров четырех треугольников равна 19 см. Сумма длин жирных отрезков равна 17 см. Найдите периметр исходного большого треугольника. Не забудьте обосновать ответ.



3. На доске размером  $36 \times x$  клеток расставлено несколько ладей таким образом, что каждая ладья бьет ровно одну другую. При этом в каждой вертикали и в каждой горизонтали присутствует как минимум одна ладья. Докажите, что  $x$  делится на 3. (Ладья — это шахматная фигура, которая держит под боем все клетки своей вертикали и своей горизонтали.)

4. Когда добрая фея взмахивает волшебной палочкой, появляются либо 100 ирисок и 100 карамелек, либо 102 ириски и 96 карамелек, либо 103 ириски и 94 карамельки. На детском празднике фея взмахнула палочкой несколько раз и появилось 3137 ирисок. Сколько появилось карамелек?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН или АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;  
Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?  
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 Г.      I ТУР      7 КЛАСС      1 ВАРИАНТ

**1.** Есть 10 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а другая — белая. Карточки лежат на столе белой стороной вверх. Костя перевернул 5 карточек, затем Сережка перевернул 6 карточек, а после этого Оля перевернула 7 карточек. В результате все 10 карточек оказались перевернуты черной стороной вверх. Как такое могло произойти?

**2.** Остап Бендер умножил некоторое двузначное число на его первую цифру, Буратино умножил то же самое число на его вторую цифру, а Крокодил Гена сложил их результаты. Докажите, что сумма не равна 672.

**3.** Вдоль дороги длиной 60 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый турист идет по дороге со скоростью 5 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число часов. Второй турист путешествует на велосипеде со скоростью 12 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого туриста. Вышли и пришли туристы одновременно. Сколько пеньков на дороге? Не забудьте обосновать ответ.

**4.** Докажите, что на доску  $10 \times 10$  нельзя положить по клеточкам 9 доминошек (т. е. 9 прямоугольников  $1 \times 2$ ) так, чтобы в каждой вертикали и в каждой горизонтали они занимали нечетное количество клеток. Доминошки могут соприкасаться сторонами, но не должны перекрываться.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
Класс, школа, район школы;  
Телефон или адрес электронной почты;  
Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?  
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 Г.      I ТУР      7 КЛАСС      2 ВАРИАНТ

**1.** Есть 12 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а другая — белая. Карточки лежат на столе белой стороной вверх. Оля перевернула 7 карточек, затем Сережка перевернул 8 карточек, а после этого Костя перевернул 9 карточек. В результате все 12 карточек оказались повернуты черной стороной вверх. Как такое могло произойти?

**2.** Железный Дровосек умножил некоторое двузначное число на его первую цифру, Пятачок умножил это число на его вторую цифру, а папа Карло сложил их результаты. Докажите, что сумма не равна 624.

**3.** Вдоль дороги длиной 60 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый турист идет по дороге со скоростью 4 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число часов. Второй турист путешествует на велосипеде со скоростью 15 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого туриста. Вышли и пришли туристы одновременно. Сколько пеньков на дороге? Не забудьте обосновать ответ.

**4.** Докажите, что на доску  $8 \times 8$  нельзя положить по клеточкам 7 доминошек (т. е. 7 прямоугольников  $1 \times 2$ ) так, чтобы в каждой вертикали и в каждой горизонтали они занимали нечетное количество клеток. Доминошки могут соприкасаться сторонами, но не должны перекрываться.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
Класс, школа, район школы;  
Телефон или адрес электронной почты;  
Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?  
А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

## САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

### ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

26 ЯНВАРЯ 2008 Г.

I ТУР

8 КЛАСС

1 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги длиной 37 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

2. Есть 100 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а другая — белая. Карточки лежат на столе белой стороной вверх. Костя перевернул 50 карточек, затем Сережа перевернул 60 карточек, а после этого Оля перевернула 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались повернуты черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто три раза? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.

3. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  нашлись точки  $K$  и  $L$ , такие что  $L$  — середина  $AK$  и  $BK$  — биссектриса угла  $\angle LBC$ . Оказалось, что  $BC = 2BL$ . Докажите, что  $KC = AB$ .

4. На длинной полоске бумаги напечатано число  $3^{2007}2008$ . Саша разрезал полоску на три куска. Изучив числа, написанные на этих кусках, Саша заявил, что каждое из этих трех чисел является степенью тройки. Докажите, что он ошибается.

5. Найдутся ли такие различные вещественные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , что прямые  $y = ax + b$ ,  $y = bx + c$ ,  $y = cx + a$  пересекаются в одной точке?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Телефон или адрес электронной почты;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

## САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

### ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

26 ЯНВАРЯ 2008 Г.

I ТУР

8 КЛАСС

2 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги длиной 41 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

2. Есть 120 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а другая — белая. Карточки лежат на столе белой стороной вверх. Оля перевернула 70 карточек, затем Сережа перевернул 80 карточек, а после этого Костя перевернул 90 карточек. В результате все 120 карточек оказались повернуты черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто три раза? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.

3. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  нашлись точки  $M$  и  $N$ , такие что  $CN$  — биссектриса угла  $BCM$ ,  $CB = 2MC$ ,  $\angle ACM = \angle CBA$ . Докажите, что  $AC = BN$ .

4. На длинной полоске бумаги напечатано число  $3^{2008}2007$ . Дима разрезал эту полоску на три куска. Изучив числа, написанные на этих кусках, Дима заявил, что каждое из этих трех чисел является степенью тройки. Докажите, что он ошибается.

5. Найдутся ли такие различные вещественные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , что прямые  $y = ax + b$ ,  $y = bx + c$ ,  $y = cx + a$  пересекаются в одной точке?

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Телефон или адрес электронной почты;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

26 ЯНВАРЯ 2008 Г.

I ТУР

9 КЛАСС

1 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги длиной 37 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

2. Учительница написала на доске два натуральных числа. Саша умножил первое число на сумму цифр второго и получил 20072007200720072007, а Кирилл умножил второе число на сумму цифр первого и получил 20082008200820082008. Докажите, что кто-то из них ошибся.

3. Докажите, что в клетках квадратной таблицы  $4 \times 4$  можно расставить различные делители числа  $14^3$  так, чтобы произведение чисел в любой строке и в любом столбце было равно  $14^6$ .

4. На продолжении стороны  $AD$  вписанного четырехугольника  $ABCD$  за точку  $D$  отмечена точка  $E$ , такая что  $AC = CE$  и  $\angle BDC = \angle DEC$ . Докажите, что  $AB = DE$ .

5. Докажите, что на доску  $100 \times 100$  нельзя положить по клеточкам 98 доминошек (т. е. 98 прямоугольников  $1 \times 2$ ) так, чтобы в каждой вертикали и в каждой горизонтали они занимали нечетное количество клеток. Доминошки могут соприкасаться сторонами, но не должны перекрываться.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

26 ЯНВАРЯ 2008 Г.

I ТУР

9 КЛАСС

2 ВАРИАНТ

1. Вдоль дороги длиной 41 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

2. Учительница написала на доске два натуральных числа. Саша умножил первое число на сумму цифр второго и получил 20072007200720072007, а Кирилл умножил второе число на сумму цифр первого и получил 20062006200620062006. Докажите, что кто-то из них ошибся.

3. Докажите, что в клетках квадратной таблицы  $4 \times 4$  можно расставить различные делители числа  $15^3$  так, чтобы произведение чисел в любой строке и в любом столбце было равно  $15^6$ .

4. На продолжении стороны  $AD$  вписанного четырехугольника  $ABCD$  за точку  $D$  отмечена точка  $E$ , такая что  $AC = CE$  и  $\angle ADB = \angle DCE$ . Докажите, что  $AB = DE$ .

5. Докажите, что на доску  $200 \times 200$  нельзя положить по клеточкам 198 доминошек (т. е. 198 прямоугольников  $1 \times 2$ ) так, чтобы в каждой вертикали и в каждой горизонтали они занимали нечетное количество клеток. Доминошки могут соприкасаться сторонами, но не должны перекрываться.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 Г.      I ТУР      10 КЛАСС      1 ВАРИАНТ

**1.** Вдоль дороги длиной 37 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза больше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

**2.** Саша и Кирилл задумали два натуральных числа. Саша умножил первое число на сумму цифр второго и получил 20072007200720072007. Кирилл умножил второе число на сумму цифр первого числа и получил 20082008200820082008. Докажите, что кто-то из мальчиков ошибся.

**3.** Найдутся ли такие различные вещественные числа  $a, b, c$ , что прямые  $y = ax + b$ ,  $y = bx + c$ ,  $y = cx + a$  пересекаются в одной точке?

**4.** На продолжении стороны  $AD$  вписанного четырехугольника  $ABCD$  за точку  $D$  отмечена точка  $E$  такая, что  $AC = CE$  и  $\angle BDC = \angle DEC$ . Докажите, что  $AB = DE$ .

**5.** Числа от 1 до 600 выписаны в строчку в некотором порядке. Сумма любых двух соседних чисел не превосходит 800. Докажите, что сумма каких-то двух чисел, стоящих через одно, больше 800.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
*Если Вы занимаетесь в кружке математики —*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 Г.      I ТУР      10 КЛАСС      2 ВАРИАНТ

**1.** Вдоль дороги длиной 41 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза больше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков на дороге?

**2.** Саша и Кирилл задумали два натуральных числа. Саша умножил первое число на сумму цифр второго и получил 20072007200720072007. Кирилл умножил второе число на сумму цифр первого числа и получил 20062006200620062006. Докажите, что кто-то из мальчиков ошибся.

**3.** Найдутся ли такие различные вещественные числа  $a, b, c$ , что прямые  $y = ax - b$ ,  $y = bx - c$ ,  $y = cx - a$  пересекаются в одной точке?

**4.** На продолжении стороны  $AD$  вписанного четырехугольника  $ABCD$  за точку  $D$  отмечена точка  $E$  такая, что  $AC = CE$  и  $\angle ADB = \angle DCE$ . Докажите, что  $AB = DE$ .

**5.** Числа от 1 до 300 выписаны в строчку в некотором порядке. Сумма любых двух соседних чисел не превосходит 400. Докажите, что сумма каких-то двух чисел, стоящих через одно, больше 400.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;  
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
*Если Вы занимаетесь в кружке математики —*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 г.      I тур      11 КЛАСС      1 ВАРИАНТ

1. Дан квадратный трехчлен  $f(x) = 2x^2 - ax + 7$ . При каких значениях параметра  $a$  найдется такое число  $\varphi$  из промежутка  $(\pi/4; \pi/2)$ , что выполняется равенство  $f(\sin \varphi) = f(\cos \varphi)$ ?

2. Даны натуральные числа  $k, \ell, m, n$  и возрастающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, a_3, \dots$  с положительными членами. Известно, что среднее геометрическое ее членов  $a_k$  и  $a_\ell$  больше, чем среднее арифметическое  $a_m$  и  $a_n$ . Докажите, что  $(k + \ell)/2 > \sqrt{mn}$ .

3. На длинной полоске бумаги напечатано число  $3^{2007}2^{2008}$ . Саша разрезал полоску на три куска. Изучив числа, написанные на этих кусках, Саша заявил, что каждое из этих трех чисел является степенью тройки. Докажите, что он ошибается.

4. Через вершины  $A$  и  $B$  остроугольного треугольника  $ABC$  проведена окружность, пересекающая сторону  $AC$  в точке  $X$ , а сторону  $BC$  в точке  $Y$ . Оказалось, что эта окружность проходит через центр описанной окружности треугольника  $XCY$ . Отрезки  $AY$  и  $BX$  пересекаются в точке  $P$ . Известно, что  $\angle ACB = 2\angle APX$ . Найдите  $\angle ACB$ .

5. Числа от 1 до 600 выписаны в строчку в некотором порядке. Сумма любых двух соседних чисел не превосходит 800. Докажите, что есть два числа, стоящих через одно, сумма которых больше 800.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;  
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
*Если Вы занимаетесь в кружке математики —*  
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)



Комитет по образованию Санкт-Петербурга  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Российский государственный педагогический университет  
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных  
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
26 ЯНВАРЯ 2008 г.      I тур      11 КЛАСС      2 ВАРИАНТ

1. Дан квадратный трехчлен  $f(x) = 3x^2 - ax - 5$ . При каких значениях параметра  $a$  найдется такое число  $\varphi$  из промежутка  $(0; \pi/4)$ , что выполняется равенство  $f(\sin \varphi) = f(\cos \varphi)$ ?

2. Даны натуральные числа  $k, \ell, m, n$  и убывающая геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, b_3, \dots$  с положительными членами. Известно, что среднее геометрическое ее членов  $b_k$  и  $b_\ell$  больше, чем среднее арифметическое  $b_m$  и  $b_n$ . Докажите, что  $(m + n)/2 > \sqrt{k\ell}$ .

3. На длинной полоске бумаги напечатано число  $3^{2008}2^{2007}$ . Дима разрезал эту полоску на три куска. Изучив числа, написанные на этих кусках, Дима заявил, что каждое из этих трех чисел является степенью тройки. Докажите, что он ошибается.

4. Через вершины  $B$  и  $C$  остроугольного треугольника  $ABC$  проведена окружность, пересекающая сторону  $AB$  в точке  $P$ , а сторону  $AC$  в точке  $Q$ . Оказалось, что эта окружность проходит через центр описанной окружности треугольника  $APQ$ . Отрезки  $BQ$  и  $CP$  пересекаются в точке  $X$ . Известно, что  $\angle BAC = 3\angle BXP$ . Найдите  $\angle BAC$ .

5. Числа от 1 до 300 выписаны в строчку в некотором порядке. Сумма любых двух чисел, стоящих через одно, не превосходит 400. Докажите, что есть два соседних числа, сумма которых больше 400.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.  
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;  
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
*Если Вы занимаетесь в кружке математики —*  
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.  
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem) и [www.pDMI.ras.ru/~olymp](http://www.pDMI.ras.ru/~olymp)

## ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ БУДУЩИХ СТУДЕНТОВ

Санкт-Петербург издавна славился высоким уровнем подготовки инженеров различных специальностей. На сегодняшний день одними из наиболее востребованных специалистов на рынке Санкт-Петербурга являются IT-специалисты (2-е место в рейтинге) и инженеры (7-е место в рейтинге). Объясняется это тем, что на рынок города пришли всемирно известные компании, работающие в различных отраслях, в которых востребована профессия инженера. Одной из таких компаний является Моторола, открывшая в 1997 г. в нашем городе Центр разработки программного обеспечения. Уже сегодня в Центре работают более 700 российских специалистов.

Высшее образование сегодня – это уверенность в завтрашнем дне, интересная и хорошо оплачиваемая работа в самых передовых и высокотехнологичных областях науки и производства. На сегодняшний день нет такого понятия как послевузовское распределение. Поэтому, выбирая тот или иной вуз, ту или иную специальность, уже сегодня стоит задуматься, насколько востребована данная специальность, куда вы сможете устроиться, окончив вуз, с какими из компаний у вуза налажены тесные связи. Ежегодно более 100 студентов стажируются на базе Центра разработки программного обеспечения, получая в дальнейшем возможность трудоустройства в компании. Компания Моторола сотрудничает с крупнейшими техническими вузами Санкт-Петербурга:

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28. Тел.: 428-42-10

E-mail: [decanat@math.spbu.ru](mailto:decanat@math.spbu.ru) сервер: [www.math.spbu.ru](http://www.math.spbu.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### ФАКУЛЬТЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел.: 247-16-28 и 327-35-85

E-mail: [dean@ftk.spbstu.ru](mailto:dean@ftk.spbstu.ru) сервер: [www.ftk.spbstu.ru](http://www.ftk.spbstu.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИНФОРМАТИКИ

197376, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, д. 5. Тел.: 234-27-46

Приемная комиссия: 346-29-23. Центр довузовской подготовки: 234-34-23

Платные подготовительные курсы: 346-44-49

E-mail: [postmaster@fkti.etu.spb.ru](mailto:postmaster@fkti.etu.spb.ru) сервер: <http://www.eltech.ru>

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ; ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67. Тел.: 312-21-07

сервер: [www.guap.ru](http://www.guap.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ;

#### ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49. Тел.: 232-43-18

E-mail: [kharchenko@mail.ifmo.ru](mailto:kharchenko@mail.ifmo.ru) сервер: [www.ifmo.ru](http://www.ifmo.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФЕССОРА М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА;

#### ФАКУЛЬТЕТ РАДИОСВЯЗИ, РАДИОВЕЩАНИЯ И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

191186, Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, д. 61. Тел.: 315-01-18; 315-06-48; 315-26-92

E-mail: [rector@sut.ru](mailto:rector@sut.ru) сервер: [www.sut.ru](http://www.sut.ru)

=====

БОЛЕЕ ПОДРОБНО О ПРОГРАММЕ СТАЖИРОВОК ДЛЯ СТУДЕНТОВ В MOTOROLA МОЖНО УЗНАТЬ: сервер: <http://www.motorola.com/ru/softwareresolutions>  
E-mail: [Alexander.Stepanov@motorola.com](mailto:Alexander.Stepanov@motorola.com) Тел.: 329-19-44

=====



## ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ БУДУЩИХ СТУДЕНТОВ

Санкт-Петербург издавна славился высоким уровнем подготовки инженеров различных специальностей. На сегодняшний день одними из наиболее востребованных специалистов на рынке Санкт-Петербурга являются IT-специалисты (2-е место в рейтинге) и инженеры (7-е место в рейтинге). Объясняется это тем, что на рынок города пришли всемирно известные компании, работающие в различных отраслях, в которых востребована профессия инженера. Одной из таких компаний является Моторола, открывшая в 1997 г. в нашем городе Центр разработки программного обеспечения. Уже сегодня в Центре работают более 700 российских специалистов.

Высшее образование сегодня – это уверенность в завтрашнем дне, интересная и хорошо оплачиваемая работа в самых передовых и высокотехнологичных областях науки и производства. На сегодняшний день нет такого понятия как послевузовское распределение. Поэтому, выбирая тот или иной вуз, ту или иную специальность, уже сегодня стоит задуматься, насколько востребована данная специальность, куда вы сможете устроиться, окончив вуз, с какими из компаний у вуза налажены тесные связи. Ежегодно более 100 студентов стажируются на базе Центра разработки программного обеспечения, получая в дальнейшем возможность трудоустройства в компании. Компания Моторола сотрудничает с крупнейшими техническими вузами Санкт-Петербурга:

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### МАТЕМАТИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28. Тел.: 428-42-10

E-mail: [decanat@math.spbu.ru](mailto:decanat@math.spbu.ru) сервер: [www.math.spbu.ru](http://www.math.spbu.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### ФАКУЛЬТЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел.: 247-16-28 и 327-35-85

E-mail: [dean@ftk.spbstu.ru](mailto:dean@ftk.spbstu.ru) сервер: [www.ftk.spbstu.ru](http://www.ftk.spbstu.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИНФОРМАТИКИ

197376, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, д. 5. Тел.: 234-27-46

Приемная комиссия: 346-29-23. Центр довузовской подготовки: 234-34-23

Платные подготовительные курсы: 346-44-49

E-mail: [postmaster@fkti.etu.spb.ru](mailto:postmaster@fkti.etu.spb.ru) сервер: <http://www.eltech.ru>

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ; ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67. Тел.: 312-21-07

сервер: [www.guap.ru](http://www.guap.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ;

#### ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49. Тел.: 232-43-18

E-mail: [kharchenko@mail.ifmo.ru](mailto:kharchenko@mail.ifmo.ru) сервер: [www.ifmo.ru](http://www.ifmo.ru)

### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ ИМ. ПРОФЕССОРА М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА;

#### ФАКУЛЬТЕТ РАДИОСВЯЗИ, РАДИОВЕЩАНИЯ И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

191186, Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, д. 61. Тел.: 315-01-18; 315-06-48; 315-26-92

E-mail: [rector@sut.ru](mailto:rector@sut.ru) сервер: [www.sut.ru](http://www.sut.ru)

=====

БОЛЕЕ ПОДРОБНО О ПРОГРАММЕ СТАЖИРОВОК ДЛЯ СТУДЕНТОВ В MOTOROLA МОЖНО УЗНАТЬ: сервер: <http://www.motorola.com/ru/softwareresolutions>  
E-mail: [Alexander.Stepanov@motorola.com](mailto:Alexander.Stepanov@motorola.com) Тел.: 329-19-44

=====

