



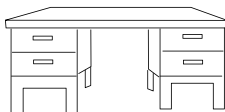
Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 6 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, а если под вторым — утроится. У Буратино есть 100 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, а какое утраивает, но хочет к утру иметь ровно 175 золотых. Как ему этого добиться? (Буратино может закопать часть денег под первое дерево, часть под второе, а часть не закапывать вовсе.)

2. Есть 100 пуговиц с двумя дырками и 100 пуговиц с четырьмя дырками. Можно ли положить их в 4 ящика стола, показанного на рисунке, так, чтобы в двух верхних ящиках лежало 120 пуговиц, в ящиках правой тумбы лежало 110 пуговиц, у пуговиц в двух нижних ящиках было бы в сумме 360 дырок и, наконец, у пуговиц в ящиках левой тумбы было бы 320 дырок?



3. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От В до А теплоход плывет 1 час, от В до Г — тоже 1 час, а от Б до Г — 2 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

4. Шифровальщик Федя заменяет буквы русского алфавита цифрами (одинаковые буквы он заменяет одинаковыми цифрами). После замены оказалось, что разность ВЕСНА — НАВЕС делится на 11. Докажите, что буквы “Н” и “А” он заменил на одну и ту же цифру.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



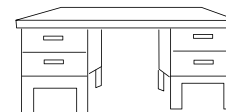
Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 6 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, а если под вторым — утроится. У Буратино есть 200 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, а какое утраивает, но хочет к утру иметь ровно 275 золотых. Как ему этого добиться? (Буратино может закопать часть денег под первое дерево, часть под второе, а часть не закапывать вовсе.)

2. Есть 100 пуговиц с двумя дырками и 100 пуговиц с четырьмя дырками. Можно ли положить их в 4 ящика стола, показанного на рисунке, так, чтобы в двух верхних ящиках лежало 120 пуговиц, в ящиках правой тумбы лежало 110 пуговиц, у пуговиц в двух нижних ящиках было бы в сумме 200 дырок и, наконец, у пуговиц в ящиках левой тумбы было бы 400 дырок?



3. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От Б до А теплоход плывет 2 часа, от Б до Г — 1 час, а от В до А — 3 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

4. Шифровальщик Федя заменяет буквы русского алфавита цифрами (одинаковые буквы он заменяет одинаковыми цифрами). После замены оказалось, что разность МЫШКА — КАМЫШ делится на 11. Докажите, что буквы “К” и “А” он заменил на одну и ту же цифру.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 7 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, а если под вторым — утроится. У Буратино есть 100 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, а какое утраивает, но хочет к утру иметь ровно 175 золотых. Как ему этого добиться? (Буратино может закопать часть денег под первое дерево, часть под второе, а часть не закапывать вовсе.)

2. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От В до А теплоход плывет 1 час, от В до Г — тоже 1 час, а от Б до Г — 2 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

3. Саша задумал четыре натуральных числа. Он умножил каждое число на 3 и все четыре результата выписал на доску. Кроме того, он подсчитал все возможные произведения задуманных чисел по два и получившиеся шесть произведений тоже выписал на доску. Докажите, что среди десяти чисел, написанных на доске, какие-то два числа оканчиваются одной и той же цифрой.

4. На поляне пасутся 150 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень каждая коза перепрыгнула со своего участка на один из соседних. Пастух подсчитал, что в результате на каждом участке количество коз изменилось ровно в семь раз. Докажите, что он ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 7 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. На Поле Чудес растут два дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, а если под вторым — утроится. У Буратино есть 200 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, а какое утраивает, но хочет к утру иметь ровно 275 золотых. Как ему этого добиться? (Буратино может закопать часть денег под первое дерево, часть под второе, а часть не закапывать вовсе.)

2. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От Б до А теплоход плывет 2 часа, от Б до Г — 1 час, а от В до А — 3 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

3. Саша задумал четыре натуральных числа. Он умножил каждое число на 7 и все четыре результата выписал на доску. Кроме того, он подсчитал все возможные произведения задуманных чисел по два и получившиеся шесть произведений тоже выписал на доску. Докажите, что среди десяти чисел, написанных на доске, какие-то два числа оканчиваются одной и той же цифрой.

4. На поляне пасутся 140 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень каждая коза перепрыгнула со своего участка на один из соседних. Пастух подсчитал, что в результате на каждом участке количество коз изменилось ровно в пять раз. Докажите, что он ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От В до А теплоход плывет 1 час, от В до Г — тоже 1 час, а от Б до Г — 2 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

2. На поляне пасутся 150 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в семь раз. Докажите, что он ошибся.

3. Точка M — середина стороны AB треугольника ABC . На отрезке CM выбраны точки P и Q так, что $CQ = 2PM$. Оказалось, что $\angle APM = 90^\circ$. Докажите, что $BQ = AC$.

4. Натуральные числа x и y меньше 2009. Известно, что x делится на 54, y делится на 31, $x + y$ делится на 85. Докажите, что $x - y$ делится на 23.

5. Саша задумал 20 натуральных чисел и вычислил все возможные произведения, составленные из двух задуманных чисел. Получилось 190 произведений. Докажите, что среди этих произведений найдутся 20, которые оканчиваются одной и той же цифрой.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?
А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I ТУР 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От Б до А теплоход плывет 2 часа, от Б до Г — 1 час, а от В до А — 3 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ.

2. На поляне пасутся 140 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в пять раз. Докажите, что он ошибся.

3. Точка M — середина стороны BC треугольника ABC . На отрезке AM выбраны точки K и L так, что $AK = 2LM$. Оказалось, что $\angle ALC = 90^\circ$. Докажите, что $\angle BKM = \angle CAM$.

4. Натуральные числа x и y меньше 2009. Известно, что x делится на 57, y делится на 32, $x + y$ делится на 89. Докажите, что $x - y$ делится на 25.

5. Саша задумал 16 натуральных чисел и вычислил все возможные произведения, составленные из двух задуманных чисел. Получилось 120 произведений. Докажите, что среди этих произведений найдутся 13, которые оканчиваются одной и той же цифрой.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?
А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г.

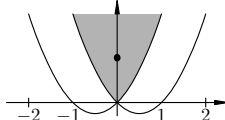
I тур

9 КЛАСС

1 ВАРИАНТ

1. В квадрате 3×3 расставлены цифры от 1 до 9, каждая — по одному разу. Если прочесть цифры каждой строки слева направо, а каждого столбца — сверху вниз, получатся трехзначные числа. Известно, что трехзначное число в первой строке равно половине суммы трехзначных чисел во второй и в третьей строках; а трехзначное число в третьем столбце равно половине суммы трехзначных чисел в первом и втором столбцах. Приведите пример такой расстановки.

2. На рисунке изображены две параболы, старшие коэффициенты которых равны единице. Третья парабола имеет вершину в точке $(0, 1)$ и целиком лежит в закрашенной области (возможно, касается ее границы). Какое наименьшее значение может принимать ее старший коэффициент?



3. На поляне пасутся 100 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в три раза. Докажите, что до полудня на поляне можно было найти несколько участков, на которых в сумме паслось ровно 25 коз.

4. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ выбрана точка X , а на продолжении этой стороны за точку D выбрана точка Y , причем $AX = XY$. Прямые BX и CD пересекаются в точке L , а прямые BY и CD — в точке K . Докажите, что $CK = KL$.

5. Натуральные числа x и y меньше 4 000 000. Дима разделил с остатком число $2x + 1$ на 2009, Саша разделил с остатком число $2y - 1$ на 2010, а Сережа разделил с остатком число $x + y$ на 4019. У всех трех мальчиков остатки оказались одинаковыми. Докажите, что в Сашином делении неполное частное было четным.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г.

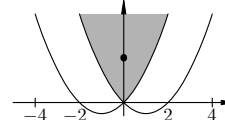
I тур

9 КЛАСС

2 ВАРИАНТ

1. В квадрате 3×3 расставлены цифры от 1 до 9, каждая — по одному разу. Если прочесть цифры каждой строки слева направо, а каждого столбца — сверху вниз, получатся трехзначные числа. Известно, что трехзначное число в третьей строке равно половине суммы трехзначных чисел в первой и второй строках; а трехзначное число в первом столбце равно половине суммы трехзначных чисел во втором и третьем столбцах. Приведите пример такой расстановки.

2. На рисунке изображены две параболы, старшие коэффициенты которых равны единице. Третья парабола имеет вершину в точке $(0, 2)$ и целиком лежит в закрашенной области (возможно, касается ее границы). Какое наименьшее значение может принимать ее старший коэффициент?



3. На поляне пасутся 100 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в четыре раза. Докажите, что после полудня на поляне можно найти несколько участков, на которых в сумме пасется ровно 20 коз.

4. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки X и Y , причем $BX = XY$. Прямые AX и CD пересекаются в точке L , а прямые AY и CD — в точке K . Докажите, что $DK = KL$.

5. Натуральные числа x и y меньше 4 000 000. Дима разделил с остатком число $2x + 1$ на 2009, Саша разделил с остатком число $2y - 1$ на 2008, а Сережа разделил с остатком число $x + y$ на 4017. У всех трех мальчиков остатки оказались одинаковыми. Докажите, что в Сашином делении неполное частное было четным.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.
В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I тур 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. $f(x)$, $g(x)$ и $f(x) + g(x)$ — квадратные трехчлены. Саша выписал на доску все корни этих квадратных трехчленов. Оказалось, что среди выписанных чисел имеется ровно три различных числа. Докажите, что хотя бы один из трехчленов f , g и $f + g$ имеет ровно один корень.

2. Натуральные числа x, y, z таковы, что $\text{НОД}(x, y) = z$ и $\text{НОК}(y, z) = x$. Докажите, что $x = y = z$.

3. Высоты AD и BE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Описанная окружность треугольника ABH пересекает отрезки AC и BC в точках F и G , отличных от концов. Докажите, что $FG = 2DE$.

4. На Поле Чудес растут три дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, если под другим — утроится, если под третьим — исчезнет. У Буратино есть 100 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, какое утраивает, а какое уничтожает. Какую наибольшую сумму он может обеспечить себе наутро?

5. Сколько решений имеет уравнение

$$\sin[x] = \{x\}$$

на промежутке $[-2009; 2010]$? (Как обычно, $[x]$ — это целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x ; $\{x\} = x - [x]$ — дробная часть числа x . Тот факт, что синус ненулевого целого числа не может быть целым, можно считать известным.)

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I тур 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. $f(x)$, $g(x)$ и $f(x) - g(x)$ — квадратные трехчлены. Саша выписал на доску все корни этих квадратных трехчленов. Оказалось, что среди выписанных чисел имеется ровно три различных числа. Докажите, что хотя бы один из трехчленов f , g и $f - g$ имеет ровно один корень.

2. Натуральные числа a, b, c таковы, что $\text{НОК}(a, b) = c$ и $\text{НОД}(a, c) = b$. Докажите, что $a = b = c$.

3. Высоты AD и BE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Описанная окружность треугольника ABH пересекает продолжение отрезка AC за точку A в точке F и продолжение отрезка BC за точку B в точке G . Докажите, что $FG = 2DE$.

4. На Поле Чудес растут три дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, если под другим — утроится, если под третьим — исчезнет. У Буратино есть 400 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, какое утраивает, а какое уничтожает. Какую наибольшую сумму он может обеспечить себе наутро?

5. Сколько решений имеет уравнение

$$\sin[x] = \{x\}$$

на промежутке $[-2010; 2011]$? (Как обычно, $[x]$ — это целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x ; $\{x\} = x - [x]$ — дробная часть числа x . Тот факт, что синус ненулевого целого числа не может быть целым, можно считать известным.)

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I тур 11 класс 1 ВАРИАНТ

1. Расставьте в таблице 3×3 числа от 15 до 23 так, чтобы все суммы в парах соседних клеток были различны.
2. Числа a, b, c ($0 < a < b < c < \pi$) образуют арифметическую прогрессию. Докажите, что квадратное уравнение

$$(\sin a)x^2 + 2(\sin b)x + \sin c = 0$$

имеет два различных вещественных корня.

3. Натуральные числа x и y меньше 4000 000. Дима разделил с остатком число $2x + 1$ на 2009, Саша разделил с остатком число $2y - 1$ на 2010, а Сережа разделил с остатком число $x + y$ на 4019. У всех трех мальчиков остатки оказались одинаковыми. Докажите, что неполные частные у Димы и Саши равны.

4. На Поле Чудес растут три дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, если под другим — утроится, если под третьим — исчезнет. У Буратино есть 100 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, какое утраивает, а какое уничтожает. Какую наибольшую сумму он может обеспечить себе наутро?

5. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. В треугольнике ABC выбрана точка P , а в параллелограмме $ACC_1 A_1$ — точка K так, что прямая PK параллельна плоскости ACD_1 . Докажите, что отрезок PK делится плоскостью ACB_1 пополам.

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

14 НОЯБРЯ 2009 г. I тур 11 класс 2 ВАРИАНТ

1. Расставьте в таблице 3×3 числа от 17 до 25 так, чтобы все суммы в парах соседних клеток были различны.
2. Числа a, b, c ($0 < a < b < c < \frac{\pi}{2}$) образуют арифметическую прогрессию. Докажите, что квадратное уравнение

$$(\cos c)x^2 + 2(\cos b)x + \cos a = 0$$

имеет два различных вещественных корня.

3. Натуральные числа x и y меньше 4000 000. Дима разделил с остатком число $2x + 1$ на 2008, Саша разделил с остатком число $2y - 1$ на 2009, а Сережа разделил с остатком число $x + y$ на 4017. У всех трех мальчиков остатки оказались одинаковыми. Докажите, что неполные частные у Димы и Саши равны.

4. На Поле Чудес растут три дерева. Если закопать несколько золотых под одним из них, то наутро сумма удвоится, если под другим — утроится, если под третьим — исчезнет. У Буратино есть 400 золотых. Он не знает, какое из деревьев удваивает деньги, какое утраивает, а какое уничтожает. Какую наибольшую сумму он может обеспечить себе наутро?

5. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. В треугольнике ADC выбрана точка M , а в параллелограмме $ACC_1 A_1$ — точка N так, что отрезок MN делится плоскостью ACD_1 пополам. Докажите, что прямая MN параллельна плоскости ACB_1 .

Этот листок Вы можете оставить себе на память.

В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ТЕЛЕФОН ИЛИ АДРЕС ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТЫ;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут предоставлены районным методистам, а также опубликованы в интернете на сайтах www.anichkov.ru/olimpus/matem и www.pdmi.ras.ru/~olymp