



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I ТУР 6 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В первую строку таблицы 5×5 вписывают числа от 1 до 5, во вторую строку — тоже числа от 1 до 5, в третью — числа от 3 до 7, в четвертую — тоже от 3 до 7, в пятую — от 4 до 8. Как следует вписывать числа, чтобы суммы чисел во всех столбцах таблицы оказались одинаковыми?

2. На доске выписаны числа от 1 до 2150. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 100, то его делят на 100; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 87 минут. Не забудьте обосновать ответ.

3. Гарри Поттер ведёт машину со скоростью 60 км/ч. Проезжая мимо елки, он мгновенно телепортируется до ближайшего по ходу движения дуба. В пунктах А и В, расстояние между которыми равно 120 км, растут дубы, а на дороге между ними растут еще 10 дубов и ни одной елки. Докажите, что можно посадить на этой дороге 6 елок так, чтобы путь туда и обратно занимал у Поттера меньше 3 часов.

4. Два слова называются *позомими*, если в них присутствует общая буква, которая встречается в них одинаковое число раз. Например, слова «кляквя» и «какао» — похожие (из-за буквы «к»). Вгляд задумал три клячевых слова: КАРАВАС, ВАРКАС и БАРС. Затем он взял большой словарь и выписал из него все слова, которые похожи на все три его клячевых слова. Костя продегал с таким же словарем аналогичную операцию, используя другие клячевые слова: БАРАБАС, РАБ и КАРА. Докажите, что у Влада выписано не меньше слов, чем у Кости.

Этот текст Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~olmtr и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I ТУР 6 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В первый столбец таблицы 5×5 вписывают числа от 1 до 5, во второй столбец — числа от 2 до 6, в третий — тоже от 2 до 6, в четвертый — от 3 до 7, в пятый — тоже от 3 до 7. Как следует вписывать числа, чтобы суммы чисел во всех строках таблицы оказались одинаковыми?

2. На доске выписаны числа от 1 до 2070. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 50, то его делят на 50; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 36 минут. Не забудьте обосновать ответ.

3. Гарри Поттер ведёт машину со скоростью 80 км/ч. Проезжая мимо дуба, он мгновенно телепортируется до ближайшей по ходу движения елки. В пунктах А и В, расстояние между которыми равно 80 км, растут елки, а на дороге между ними растут еще 12 елок и ни одного дуба. Докажите, что можно посадить на этой дороге 7 дубов так, чтобы путь туда и обратно занимал у Гарри меньше 1,5 часов.

4. Два слова называются *позомими*, если в них присутствует общая буква, которая встречается в них одинаковое число раз. Например, слова «кляквя» и «какао» — похожие (из-за буквы «к»). Вгляд задумал три клячевых слова: ПОТОЛОК, ОПЛОТ, ТОЛК. Затем он взял большой словарь и выписал из него все слова, которые похожи на все три его клячевых слова. Костя продегал с таким же словарем аналогичную операцию, используя другие клячевые слова: ЛОКОЛОК, КОЛ, ПОЛО. Докажите, что у Влада выписано не меньше слов, чем у Кости.

Этот текст Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~olmtr и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

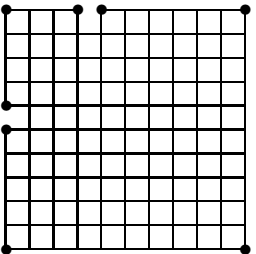
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I тур 7 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. На доске выписаны числа от 1 до 2150. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 100, то его делят на 100; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 87 минут. Не забудьте обосновать ответ.

2. Между городами A и B ездят автобусы с одинаковой постоянной скоростью. Автобус, выехавший из A в полдень, и автобус, выехавший из B в 15.00, встретились на расстоянии 500 км от A . Автобус, выехавший из A в 14.00, и автобус, выехавший из B в 11.00, встретились на расстоянии 300 км от A . На каком расстоянии от A встретятся автобусы, выехавшие из A и из B в 13.00?

3. На рисунке изображён план города Альфинска. Каждый единичный отрезок — это улица. На некоторых улицах движение одностороннее, но при этом с каждого перекрёстка можно уехать по крайней мере в три стороны (кроме перекрёстков, отмеченных точками, — с них можно уехать в две стороны). Покажите, что из левого нижнего угла города можно проехать в правый верхний, не нарушая правил дорожного движения.



4. Таяна выписала в строчку 120 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. Серёжа выписал под ними еще какие-то 120 последовательных чисел в некотором порядке. Под каждым числом второй строчки Саша написал произведение этого числа и числа, стоящего над ним. Оказалось, что в третьей строчке тоже стоят 120 последовательных натуральных чисел. Покажите, что Саша где-то обманул.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (ВОЛЬПИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Домашний адрес или телефон;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.rdm1.gas.ru/~olimp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

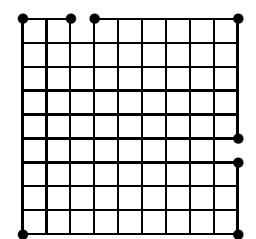
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I тур 7 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. На доске выписаны числа от 1 до 2070. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 50, то его делят на 50; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 36 минут. Не забудьте обосновать ответ.

2. Между городами X и Y ездят автобусы с одинаковой постоянной скоростью. Автобус, выехавший из X в полдень, и автобус, выехавший из Y в 17.00, встретились на расстоянии 600 км от X . Автобус, выехавший из X в 15.00, и автобус, выехавший из Y в 10.00, встретились на расстоянии 400 км от X . На каком расстоянии от X встретятся автобусы, выехавшие из X и из Y в 14.00?

3. На рисунке изображён план города Бетинска. Каждый единичный отрезок — это улица. На некоторых улицах движение одностороннее, но при этом с каждого перекрёстка можно уехать по крайней мере в три стороны (кроме перекрёстков, отмеченных точками, — с них можно уехать в две стороны). Покажите, что из левого верхнего угла города можно проехать в правый нижний, не нарушая правил дорожного движения.



4. Папа выписал в строчку 100 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. Андрей выписал под ними еще какие-то 100 последовательных чисел в некотором порядке. Под каждым числом второй строчки Майя написала произведение этого числа и числа, стоящего над ним. Оказалось, что в третьей строчке тоже стоят 100 последовательных натуральных чисел. Покажите, что Майя где-то обманула.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (ВОЛЬПИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Домашний адрес или телефон;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.rdm1.gas.ru/~olimp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I тур 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. На доске выписаны числа от 1 до 2150. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 100, то его делят на 100; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 87 минут.

2. Навигатор на «Лексусе» бизнесмена Бориса Михайловича сообщает, сколько осталось ехать до пункта назначения, если двигаться со скоростью, равной средней скорости на промежутке от начала пути до настоящего момента. Борис Михайлович выехал из дома на дачу. В середине пути навигатор сообщил, что осталось ехать 1 час. В этот момент прямо перед «Лексусом» на дороге выехал тракторист Вася, обогнать которого не было никакой возможности. После того как Б.М. проехал половину оставшегося пути, навигатор сообщил, что осталось ехать 2 часа. Через сколько часов после этого приедет на дачу бизнесмен, если так и не обогонит тракториста? (Скорость трактора постоянна.)

3. Точка E — середина основания AD трапеции $ABCD$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке F . Известно, что $AF \perp BD$. Докажите, что $BC = FC$.

4. Квадрат 20×20 разбит на единичные квадратики. Несколько сторон единичных квадратов стёрты, причём стёртые отрезки не имеют общих концов, а на верхней и правой сторонах квадрата стёртых отрезков нет. Докажите, что из левого нижнего угла квадрата можно добраться в правый верхний по нестёртым отрезкам.

5. Вася вычислил сумму цифр у 200 последовательных натуральных чисел и выписал эти суммы в строку в некотором порядке. Петя выписал под ними суммы цифр еще каких-то 200 последовательных натуральных чисел (также в произвольном порядке). После чего Тania умножила каждое из Васиных чисел на число, написанное под ним, и получила в результате 200 последовательных натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Домашний адрес или телефон;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.rdm1.gas.ru/~olimp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I тур 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. На доске выписаны числа от 1 до 2070. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 50, то его делят на 50; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 36 минут.

2. Навигатор на «Кадиллаке» бизнесмена Игоря Сергеевича сообщает, сколько осталось ехать до пункта назначения, если двигаться со скоростью, равной средней скорости на промежутке от начала пути до настоящего момента. Игорь Сергеевич ехал из дома на дачу. В середине пути навигатор сообщил, что осталось ехать 1 час. В этот момент прямо перед «Кадиллаком» на дороге выехал тракторист Коля, обогнать которого не было никакой возможности. После того как И.С. проехал четверть оставшегося пути, навигатор сообщил, что осталось ехать 2 часа. Через сколько часов после этого приедет на дачу бизнесмен, если так и не обогонит тракториста? (Скорость трактора постоянна.)

3. Диагонали трапеции $KLMN$ ($KN \parallel LM$) пересекаются в точке P . Прямая, проходящая через точку P перпендикулярно LN , пересекается с прямой KN в точке Q . Известно, что $QK = KN$. Докажите, что $LM = PN$.

4. Квадрат 10×10 разбит на единичные квадратики. Несколько сторон единичных квадратов стёрты, причём стёртые отрезки не имеют общих концов, а на верхней и левой сторонах квадрата стёртых отрезков нет. Докажите, что из правого нижнего угла квадрата можно добраться в левый верхний по нестёртым отрезкам.

5. Вася вычислил суммы цифр у 100 последовательных натуральных чисел и выписал эти суммы в строку в некотором порядке. Петя выписал под ними суммы цифр еще каких-то 100 последовательных натуральных чисел (также в произвольном порядке). После чего Тania умножила каждое из Васиных чисел на число, написанное под ним, и получила в результате 100 последовательных натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе следующие данные:

Фамилия, имя;

Класс, школа, район школы;

Домашний адрес или телефон;

Фамилия, имя, отчество преподавателя математики в школе.

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Хотите ли Вы заниматься в кружке математики?

А если уже занимаетесь — Фамилия, имя, отчество преподавателя кружка математики, место занятий.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.rdm1.gas.ru/~olimp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I ТУР 9 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Расставьте по кругу натуральные числа от 1 до 8 так, чтобы любое число делилось на разность соседних с ним чисел.

2. Даны квадратные трехчлены $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что уравнение $f(x)g(x) = 0$ имеет ровно один корень, а уравнение $f(x) + g(x) = 0$ — ровно два корня. Докажите, что уравнение $f(x) - g(x) = 0$ не имеет корней.

3. Дмитрий Вагнеревич едет на машине со скоростью 120 км/ч. Однако, проезжая мимо поста ДПС (в любом из двух направлений), он замедляется и до ближайшего перекрестка едет со скоростью 60 км/ч. Расстояние между перекрестками А и В равно 60 км, и на пути между ними расположено еще 11 перекрестков. Докажите, что можно расставить на этом пути 6 постов ДПС так, чтобы дорога от А до В и обратно заняла у Дмитрия Вагнеревича не менее 1 часа 15 минут. Распологать пост на перекрестке не разрешается.

4. В треугольнике ABC с тупым углом B проведены биссектриса угла BAC и биссектриса внешнего угла при вершине A . Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Расстояние от O до обеих биссектрис, а также до прямой BC равны 3. Найдите $\angle ABC$.

5. В школе учатся 360 девочек. Каждый мальчик в школе дружит ровно с тремя девочками, а каждая девочка дружит ровно с пятью девочками. При этом для любых двух дружащих друг с другом девочек есть хотя бы один мальчик, который дружит с ними обеими. Какое наименьшее количество мальчиков может учиться в этой школе?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~olmtr и www.anichkov.ru/olmtrus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. I ТУР 9 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Расставьте по кругу натуральные числа от 2 до 9 так, чтобы любое число делилось на разность соседних с ним чисел.

2. Даны квадратные трехчлены $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что уравнение $f(x)g(x) = 0$ имеет ровно один корень, а уравнение $g(x) - f(x) = 0$ — ровно два корня. Докажите, что уравнение $f(x) + g(x) = 0$ не имеет корней.

3. Сергей Львович едет на машине со скоростью 60 км/ч. Однако, проезжая мимо неработающего светофора (в любом из двух направлений), он разгоняется и едет со скоростью 120 км/ч до ближайшего поста ДПС. Расстояние между пунктами А и В, в которых стоят посты ДПС, равно 60 км; на пути между ними расположено еще 11 постов ДПС. Докажите, что можно расставить на этом пути 6 неработающих светофоров так, чтобы дорога от А до В и обратно заняла у Сергея Львовича не более 1 часа 45 минут. Ставить светофор на посту ДПС не разрешается.

4. В треугольнике ABC с тупым углом A проведены биссектриса угла ACB и биссектриса внешнего угла при вершине C . Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Расстояние от O до обеих биссектрис, а также до прямой AB равны 2. Найдите $\angle ABC$.

5. В школе учатся 420 мальчиков. Каждый девочка в школе дружит ровно с тремя мальчиками, а каждый мальчик дружит ровно с пятью мальчиками. При этом для любых двух дружащих друг с другом мальчиков есть хотя бы одна девочка, которая дружит с ними обоими. Какое наименьшее количество девочек может учиться в этой школе?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~olmtr и www.anichkov.ru/olmtrus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. 1 ТУР 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В клетках таблицы 3×3 стоят положительные числа. При этом произведение чисел в любых двух соседних клетках равно 2. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.) Докажите, что сумма всех чисел в таблице не меньше $4\sqrt{10}$.

2. Вася написал в строку некотором порядке 200 последовательных натуральных чисел. А Петя выписал под ними еще какие-то 200 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. После чего Таня умножила каждое из Васиных чисел на число, написанное под ним, и получила в результате 200 последовательных натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

3. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D . Описанная окружность треугольника ABD проходит через центр вписанной окружности треугольника BSD . Найдите $\angle ACB$, если известно, что $\angle ABC = 40^\circ$.

4. Дана функция $f(x) = 2|x - a| + |x - b| + c$, где a, b, c — некоторые числа, $a < b$. Известно, что множество решений неравенства $f(x) \leq 3$ является интервалом длины 2. Докажите, что $f(x) > 0$ при всех x .

5. На танцы пришли 30 девочек и несколько мальчиков. Оказалось, что каждый мальчик знаком ровно с тремя девочками, и каждая девочка знакома ровно с тремя другими девочками. При этом для любых двух знакомых друг с другом девочек есть хотя бы один мальчик, который знаком с ними обоими. При каком наименьшем количестве мальчиков такое может быть?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ, ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~oluptr и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 г. 1 ТУР 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В клетках таблицы 3×3 стоят положительные числа. При этом произведение чисел в любых двух соседних клетках равно 3. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.) Докажите, что сумма всех чисел в таблице не меньше $4\sqrt{15}$.

2. Витя написал в строку некотором порядке 100 последовательных натуральных чисел. А Папа выписал под ними еще какие-то 100 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. После чего Тимур умножил каждое из Витиных чисел на число, написанное под ним, и получил в результате 100 последовательных натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

3. На стороне KL треугольника KLM отмечена точка P . Описанная окружность треугольника KPM проходит через центр вписанной окружности треугольника PLM . Найдите $\angle KLM$, если известно, что $\angle KML = 50^\circ$.

4. Дана функция $f(x) = |x - a| + 3|x - b| + c$, где a, b, c — некоторые числа, $a < b$. Известно, что множество решений неравенства $f(x) \leq 2$ является интервалом длины 1. Докажите, что $f(x) > 0$ при всех x .

5. На танцы пришли 60 мальчиков и несколько девочек. Оказалось, что каждый девочка знакома ровно с тремя мальчиками, и каждый мальчик знаком ровно с тремя другими мальчиками. При этом для любых двух знакомых друг с другом мальчиков есть хотя бы одна девочка, которая знакома с ними обоими. При каком наименьшем количестве девочек такое может быть?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ, ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~oluptr и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 Г. I ТУР 11 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Решите в положительных числах систему уравнений

$$x^y = y^x, \quad x^5 = y^7.$$

2. Докажите, что при $u, v \geq 1/2$ выполняется неравенство

$$u^2v^2 + 2(u+v) \geq 4uv + 1.$$

3. На танцы пришли 30 девочек и несколько мальчиков. Оказалось, что каждый мальчик знаком ровно с тремя девочками, а каждая девочка знакома ровно с четырьмя другими девочками. При этом для любых двух знакомых друг с другом девочек есть хотя бы один мальчик, который знаком с ними обоими. При каком наименьшем количестве мальчиков такое может быть?

4. Внутри тетраэдра $ABCD$ выбрана точка P , такая что равны углы $\angle PAD = \angle PBC$, $\angle PDA = \angle PCB$, $\angle APC = \angle BPD$. Докажите, что если $AC = BD$, то либо $AP = BP$, либо $AP = DP$.

5. Вася написал в строку в некотором порядке 100 последовательных натуральных чисел. А Петя написал под ними еще какие-то 100 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. После чего Тonia умножила каждое из Васиных чисел на число, написанное под ним, и получила в результате 100 последовательных членов арифметической прогрессии натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~oluptr и www.anichkov.ru/olimpus/matem



Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургский государственный университет
Российский государственный педагогический университет
Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных
СПб отделение математического института им. В.А.Стеклова

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЕ

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

8 ДЕКАБРЯ 2012 Г. I ТУР 11 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Решите в положительных числах систему уравнений

$$x^y = y^x, \quad x^5 = y^3.$$

2. Докажите, что при $a, b \geq 1$ выполняется неравенство

$$a^2b^2 + 16(a+b) \geq 16(ab+1).$$

3. На танцы пришли 60 мальчиков и несколько девочек. Оказалось, что каждая девочка знакома ровно с тремя мальчиками, а каждый мальчик знаком ровно с четырьмя другими мальчиками. При этом для любых двух знакомых друг с другом мальчиков есть хотя бы одна девочка, которая знакома с ними обоими. При каком наименьшем количестве девочек такое может быть?

4. Внутри тетраэдра $PABC$ выбрана точка Q , такая что равны углы $\angle QBA = \angle PCQ$, $\angle QAB = \angle QPC$, $\angle BQP = \angle CQA$. Докажите, что если $AC = BP$, то либо $CQ = BQ$, либо $AQ = BQ$.

5. Витя написал в строку в некотором порядке 200 последовательных натуральных чисел. А Паша написал под ними еще какие-то 200 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. После чего Тимур умножил каждое из Витиных чисел на число, написанное под ним, и получил в результате 200 последовательных членов арифметической прогрессии натуральных чисел. Докажите, что кто-то из них ошибся.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ДОМАШНИЙ АДРЕС ИЛИ ТЕЛЕФОН;
ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ.
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.
Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах www.rdm1.gas.ru/~oluptr и www.anichkov.ru/olimpus/matem