



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
10 ДЕКАБРЯ 2016 Г. I ТУР 11 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Можно ли расставить в таблице  $7 \times 9$  числа от 1 до 63 так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  сумма чисел была нечетна?

2. Перед открытием жилконторы к окошку в ней стояла очередь из 100 человек, и в течение дня приходили еще люди. Когда очередной клиент подходит к окошку, работница жилконторы делит время, оставшееся до конца рабочего дня, на текущее количество человек в очереди (включая подошедшего), и обслуживает его ровно столько времени, сколько получилось в частном. Всего за день было обслужено 130 человек. Докажите, что найдутся пять клиентов, которых обслуживали одинаковое время.

(Считается, что перерыва на обед нет и что никто не становится в конец очереди в тот же момент, когда очередной клиент подходит к окошку.)

3. Существуют ли такие натуральные числа  $a, b, c$ , что  $a$  и  $b$  имеют ровно 1000 общих делителей,  $a$  и  $c$  имеют ровно 720 общих делителей, а  $a, b, c$  имеют ровно 350 общих делителей?

4. График кубического многочлена  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  высекает на прямой, параллельной оси абсцисс, два отрезка длины 1, а на прямой, параллельной прямой  $y = x$ , два отрезка, длина одного из которых равна  $\sqrt{2}$ . Чему может быть равна длина второго?

5. Площадь поверхности тетраэдра  $ABCD$  равна  $S$ . Известно, что  $AB = 6, BC = 9, CD = 7, DA = 2$ . Докажите, что  $S > AC \cdot BD$ .

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Если Вы занимаетесь в кружке математики —  
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
10 ДЕКАБРЯ 2016 Г. I ТУР 11 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Можно ли расставить в таблице  $5 \times 11$  числа от 1 до 55 так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  сумма чисел была нечетна?

2. Чиновник весь рабочий день непрерывно отвечает на письма. В начале рабочего дня он обнаружил 130 неотвеченных писем, но в течение дня приходили новые письма. Когда чиновник приступает к ответу на очередное письмо, он делит время, оставшееся до конца рабочего дня, на количество неотвеченных на данный момент писем (включая это письмо), и тратит на ответ ровно столько времени, сколько получилось в частном. Всего за день он ответил на 160 писем. Докажите, что было 6 писем, на которые он потратил одинаковое время.

(Считается, что перерыва на обед нет и что никакое новое письмо не приходит в тот момент, когда чиновник начинает отвечать на очередное письмо.)

3. Существуют ли такие натуральные числа  $x, y, z$ , что  $x$  и  $z$  имеют ровно 1400 общих делителей,  $y$  и  $z$  имеют ровно 1000 общих делителей, а  $x, y, z$  имеют ровно 300 общих делителей?

4. График кубического многочлена  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  высекает на прямой, параллельной прямой  $y = -x$ , два отрезка длины  $\sqrt{2}$ , а на прямой, параллельной оси абсцисс, два отрезка, длина одного из которых равна 1. Чему может быть равна длина второго?

5. Площадь поверхности тетраэдра  $ABCD$  равна  $S$ . Известно, что  $AB = 1, BC = 7, CD = 8, DA = 4$ . Докажите, что  $S > AC \cdot BD$ .

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
Если Вы занимаетесь в кружке математики —  
ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [www.anichkov.ru/olimpus/matem](http://www.anichkov.ru/olimpus/matem)