



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 11 класс 1 ВАРИАНТ

1. Числа a, b, c удовлетворяют уравнениям

$$ab + a + b = c, \quad bc + b + c = a, \quad ca + c + a = b.$$

Найдите все возможные значения a .

2. Последовательность (x_n) задана такими условиями: $x_1 = 1$, а x_{n+1} при каждом натуральном n равно наибольшему числу, которое можно получить перестановкой цифр числа $x_n + 1$. Найдите наименьшее n , для которого в десятичной записи числа x_n ровно 2017 знаков.

3. В тетраэдре $ABCD$ медиана AE грани ABC перпендикулярна ребру BD , а медиана AF грани ABD перпендикулярна ребру BC . Докажите, что ребро AB перпендикулярно ребру CD .

4. Квадратные трёхчлены $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что

$$\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 2.$$

Найдите $f(1)$, если известно, что $g(1) = 3$, $f(4) = 7$ и $g(4) = 4$.

5. При составлении варианта районной олимпиады каждый член жюри принял участие не более чем в 10 обсуждениях. Обсуждения бывают большие и малые. В малом обсуждении участвуют 7 членов жюри, каждый из которых шлёт ровно по одному электронному письму каждому из 6 остальных. В большом обсуждении участвуют 15 членов жюри, каждый из которых шлёт ровно по одному электронному письму каждому из 14 остальных. Всего было послано 1994 письма, не считая писем, которые послал секретарь жюри. В скольких обсуждениях участвовал секретарь?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2017 г. I тур 11 класс 2 ВАРИАНТ

1. Числа x, y, z удовлетворяют уравнениям

$$xy + z = x + y, \quad yz + x = y + z, \quad zx + y = z + x.$$

Найдите все возможные значения x .

2. Последовательность (a_n) задана такими условиями: $a_1 = 1$, а a_{n+1} при каждом натуральном n равно наибольшему числу, которое можно получить перестановкой цифр числа $a_n + 1$. Найдите наибольшее n , для которого в десятичной записи числа a_n ровно 2017 знаков.

3. В тетраэдре $KLMN$ медиана NP грани NKL перпендикулярна ребру LM , а ребро NL перпендикулярно ребру KM . Докажите, что медиана NQ грани NLM перпендикулярна ребру KL .

4. Квадратные трёхчлены $p(x)$ и $q(x)$ таковы, что

$$\frac{p(3)}{q(3)} = \frac{p(4)}{q(4)} = 3.$$

Найдите $q(2)$, если $p(2) = 3$, $p(5) = 7$ и $q(5) = 4$.

5. В 2017 году каждая страна-член ООН участвовала не более чем в 10 дипломатических кризисах. Кризисы были локальные и глобальные. В локальном кризисе участвуют 15 стран, каждая из которых направляет ноту протеста каждой из 14 остальных. В глобальном кризисе участвует 21 страна, каждая из которых направляет ноту каждой из 20 остальных. Всего секретариат ООН зарегистрировал 9998 нот, не считая тех, что были направлены Руританией. В скольких кризисах участвовала Руритания?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ указать о себе (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem