САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

18 ноября 2017 г. I тур 9 класс 1 вариант

1. Старшие коэффициенты квадратных трехчленов $f(x)$ и $g(x)$ равны 1. Найдите $f(6)$, если известно, что $g(6) = 5$ и

$$\frac{f(-1)}{g(-1)} = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{3}{2}.$$

2. Клетки доски 20×20 покрашены в шахматном порядке. Стоящая на доске фигура *кузнечик* держит под боем все клетки своей горизонтали, имеющие тот же цвет, что и клетка, на которой она стоит, а также все клетки своей вертикали, имеющие противоположный цвет. (Чтобы побить какую-то клетку, кузнечик может перепрыгивать через другие фигуры.) Какое наибольшее число не бьющих друг друга кузнечиков можно расставить на этой доске?

3. Окружность, проходящая через вершины B и C трапеции $ABCD$, пересекает боковые стороны AB и CD в точках X и Y соответственно и касается основания AD в точке K. Оказалось, что $\angle BKC = 50°$, а $\angle ABK = \angle KDC$. Найдите $\angle XKY$.

4. На доске были выписаны 4000 различных натуральных чисел, меньших 30 000. Если на доске выписаны числа a и b, разрешается дописать на доску число НОД(a, b). Докажите, что такими операциями нельзя добиться того, что все числа от 1 до 10 000 будут выписаны на доске.

5. На плоскости отмечено 179 точек. Докажите, что найдётся такая отмеченная точка, что расстояния от неё до двух ближайших к ней отмеченных точек отличаются не более чем в 1,79 раза.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

18 ноября 2017 г. I тур 9 класс 2 вариант

1. Старшие коэффициенты квадратных трехчленов $f(x)$ и $g(x)$ равны 1. Найдите $f(8)$, если известно, что $g(8) = 15$ и

$$\frac{g(-2)}{f(-2)} = \frac{g(2)}{f(2)} = 2.$$

2. Клетки доски 16×16 покрашены в шахматном порядке. Стоящая на доске фигура *кузнечик* держит под боем все клетки своей вертикали, имеющие тот же цвет, что и клетка на которой она стоит, а также все клетки своей горизонтали, имеющие противоположный цвет. (Чтобы побить какую-то клетку, кузнечик может перепрыгивать через другие фигуры.) Какое наибольшее число не бьющих друг друга кузнечиков можно расставить на этой доске?

3. Окружность, проходящая через вершины A и B трапеции $ABCD$, пересекает боковые стороны BC и AD в точках M и N соответственно и касается основания CD в точке X. Оказалось, что $\angle AXB = 40°$, а $\angle ADC = \angle CBX$. Найдите $\angle MXN$.

4. На доске были выписаны 8000 различных натуральных чисел, меньших 60 000. Если на доске выписаны числа a и b, разрешается дописать на доску число НОД(a, b). Докажите, что такими операциями нельзя добиться того, что все числа от 1 до 20 000 будут выписаны на доске.

5. На плоскости отмечено 177 точек. Докажите, что найдётся такая отмеченная точка, что расстояния от неё до двух самых далеких от неё отмеченных точек отличаются не более чем в 1,77 раза.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem