



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 11 класс 1 ВАРИАНТ

1. Трое велосипедистов стартовали одновременно из точки A круговой трассы в одном направлении и финишировали одновременно в точке B . При этом первый обгонял третьего 8 раз, а второй обгонял третьего 2 раза. (Скорости велосипедистов постоянны; встречи в моменты старта и финиша обгонами не считаются.) Скорость первого равна 27 км/ч, скорость второго равна 19 км/ч. Найдите скорость третьего велосипедиста.

2. Сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (не обязательно прямоугольного) плоскостью представляет из себя пятиугольник с вершинами на рёбрах AA_1 , BB_1 , CC_1 , CD и DA . Его стороны в порядке обхода, начиная с одной из вершин, равны 2, 3, 4, 5, 7. Найдите угол между сторонами длины 5 и 7.

3. Даны многочлены третьей степени $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что уравнение

$$f(x) = g(|x|)$$

имеет ровно 6 различных вещественных корней. Сколько различных вещественных корней имеет уравнение $f(|x|) = g(x)$?

4. Существуют ли такие различные простые числа p и q , большие 1000, и такое натуральное число N , что в разложение числа $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$ на простые множители p входит в степени $200q + 199$, а q входит в степени $200p + 199$?

5. В школе действует несколько кружков. Среди них есть кружок по топологии, который никто не посещает, и кружок по обществознанию, на который ходят все 2020 учеников школы. Списочные составы любых двух кружков различны. Кроме того, для любых двух кружков A и B

1) найдётся кружок C , который посещают в точности те ученики, которые посещают как A , так и B ;

2) найдётся кружок D , который посещают в точности те ученики, которые посещают хотя бы один из кружков A или B .

Докажите, что какой-то ученик посещает не менее половины всех кружков.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
21 НОЯБРЯ 2020 г. I тур 11 класс 2 ВАРИАНТ

1. Трое велосипедистов стартовали одновременно из точки A круговой трассы в одном направлении и финишировали одновременно в точке B . При этом первый обгонял второго 3 раза, а третьего — 15 раз. (Скорости велосипедистов постоянны; встречи в моменты старта и финиша обгонами не считаются.) Скорость второго равна 25 км/ч, а скорость третьего равна 16 км/ч. Найдите скорость первого велосипедиста.

2. Сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (не обязательно прямоугольного) плоскостью представляет из себя пятиугольник с вершинами на рёбрах AB , AA_1 , $A_1 D_1$, $D_1 C_1$ и DC . Его стороны в порядке обхода, начиная с одной из вершин, равны 3, 4, 5, 7, 9. Найдите угол между сторонами длины 3 и 9.

3. Даны многочлены третьей степени $p(x)$ и $q(x)$. Известно, что уравнение

$$p(|x|) + q(x) = 0$$

имеет ровно 6 различных вещественных корней. Сколько различных вещественных корней имеет уравнение $p(x) + q(|x|) = 0$?

4. Существуют ли такие различные простые числа r и s , большие 500, и такое натуральное число M , что в разложение числа $M! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot M$ на простые множители r входит в степени $150s + 149$, а s входит в степени $150r + 149$?

5. В межпланетном парламенте действует несколько комитетов. Среди них есть комитет по этике, в котором нет ни одного депутата, и комитет по толерантности, в который входят все 10 000 депутатов. Списочные составы любых двух комитетов различны. Кроме того, для любых двух комитетов X и Y

1) найдётся комитет Z , в котором состоят в точности те депутаты, которые состоят хотя бы одним из комитетов X и Y ;

2) найдётся комитет W , в котором состоят в точности те депутаты, которые состоят одновременно и в X , и в Y .

Докажите, что какой-то депутат состоит не менее чем в половине всех комитетов.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>