



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
4 ДЕКАБРЯ 2021 г. I тур 8 класс 1 ВАРИАНТ

1. Аркадий, Борис и Виктор катались на электросамокатах, не зная про ограничение скорости. Весь путь был разделён на два участка. Аркадий проехал первый участок со скоростью 48 км/ч, а второй — со скоростью 24 км/ч. Борис проехал первый участок со скоростью 24 км/ч, второй — с постоянной скоростью не меньше 48 км/ч. Виктор оба участка проехал с одной и той же скоростью. Стартовали все одновременно и к финишу приехали тоже одновременно. Докажите, что Виктор ехал со скоростью не меньшей, чем 32 км/ч.

2. По кругу стоят различные числа $y_1, y_2, \dots, y_{2021}$. Может ли случиться так, что

$$y_1 + |y_2| = 3, \quad y_2 + |y_3| = 3, \quad \dots, \quad y_{2020} + |y_{2021}| = 3 \quad \text{и} \quad y_{2021} + |y_1| = 3?$$

3. Прямоугольник с целыми сторонами разрезали на 10 000 прямоугольников (не обязательно с целыми сторонами), проведя 99 горизонтальных и 99 вертикальных линий. Прямоугольники разбиения покрасили в черный и белый цвета так, что никакие два прямоугольника одного цвета не имеют общей стороны. Оказалось, что периметр каждого черного прямоугольника — натуральное число, оканчивающееся на 17 или на 19. Докажите, что количество черных прямоугольников, периметр которых оканчивается на 19, делится на 50.

4. На стороне BC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $BD = DE$ и $AD = AC$. На отрезке AD отмечена точка X , а на отрезке AC — точка Y так, что $DX = AY$. Докажите, что $EX + DY \geq AB$.

5. Дано 17 восемнадцатизначных чисел a_1, a_2, \dots, a_{17} . Могло ли так случиться, что если у всех этих чисел вычеркнуть последнюю цифру, то их сумма будет равна $2a_1$, если предпоследнюю — то $2a_2, \dots$, если вторую — то $2a_{17}$?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
4 ДЕКАБРЯ 2021 г. I тур 8 класс 2 ВАРИАНТ

1. Эрик, Юрик и Ярик катались на электросамокатах, не зная про ограничение скорости. Весь путь был разделён на два участка. Эрик проехал первый участок со скоростью 54 км/ч, а второй — с постоянной скоростью не более 27 км/ч. Юрик проехал первый участок со скоростью 27 км/ч, второй — со скоростью 54 км/ч. Ярик оба участка проехал с одной и той же скоростью. Стартовали все одновременно и к финишу приехали тоже одновременно. Докажите, что Ярик ехал со скоростью не большей, чем 36 км/ч.

2. По кругу стоят различные числа $x_1, x_2, \dots, x_{2021}$. Может ли случиться так, что

$$x_1 = 2 - |x_2|, \quad x_2 = 2 - |x_3|, \quad \dots, \quad x_{2020} = 2 - |x_{2021}| \quad \text{и} \quad x_{2021} = 2 - |x_1|?$$

3. Прямоугольник с целыми сторонами разрезали на 40 000 прямоугольников (не обязательно с целыми сторонами), проведя 199 горизонтальных и 199 вертикальных линий. Прямоугольники разбиения покрасили в черный и белый цвета так, что никакие два прямоугольника одного цвета не имеют общей стороны. Оказалось, что периметр каждого белого прямоугольника — натуральное число, оканчивающееся на 21 или на 23. Докажите, что количество белых прямоугольников, периметр которых оканчивается на 21, делится на 50.

4. На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка F , а на продолжении AC за точку A — точка G так, что $AF = AG$. На стороне AB отмечена точка D , а на стороне BC — точка E так, что $AD = BE$. Докажите, что $AE + DF \geq BG$.

5. Дано 26 двадцатисемизначных чисел a_1, a_2, \dots, a_{26} . Могло ли так случиться, что если у всех этих чисел вычеркнуть последнюю цифру, то их сумма будет равна $3a_1$, если предпоследнюю — то $3a_2, \dots$, если вторую — то $3a_{26}$?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru