



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
15 НОЯБРЯ 2025 Г. I ТУР 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Можно ли разрезать квадрат 10×10 по клеточкам на 88 прямоугольников так, чтобы из каких-то пяти из них удалось составить прямоугольник 3×6 ? (Прямоугольники при этом можно поворачивать.)

2. На доске написаны три положительных числа. Произведение первого и второго числа отличается от среднего арифметического их квадратов на $1/2$. Произведение второго и третьего числа отличается от среднего арифметического их квадратов на 2. На сколько может отличаться произведение первого и третьего числа от среднего арифметического их квадратов? Найдите все возможные ответы и докажите, что других нет.

3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ площади треугольников ABD и BCD равны. Известно, что $\angle ADB = 90^\circ$. Точка M — середина стороны BC . Докажите, что $MC + CD \geq AM$.

4. Натуральное число m называется *особым*, если существует такой набор из 80 последовательных натуральных чисел, что среди них есть число m , а каждое из остальных чисел этого набора взаимно просто с m . Какой наибольший НОД может быть у двух различных особых чисел, не превосходящих 1900?

5. Пусть S — бесконечная строка из цифр. Для натурального k обозначим через S_k бесконечную строку, получаемую из исходной строки выписыванием её k -й, $2k$ -й, $3k$ -й, $4k$ -й, ... цифр. Известно, что при любых натуральных $n > m > 7$ строки S_n и S_m не совпадают. Может ли оказаться, что при некотором $n > 7$ строка S_n совпадает со строкой S_7 ?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
15 НОЯБРЯ 2025 Г. I ТУР 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Можно ли разрезать прямоугольник 10×11 по клеточкам на 92 прямоугольника так, чтобы из каких-то шести из них удалось составить квадрат 5×5 ? (Прямоугольники при этом можно поворачивать.)

2. На доске написаны три положительных числа. Произведение первого и второго числа отличается от среднего арифметического их квадратов на 4,5. Произведение второго и третьего числа отличается от среднего арифметического их квадратов на 2. На сколько может отличаться произведение первого и третьего числа от среднего арифметического их квадратов? Найдите все возможные ответы и докажите, что других нет.

3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна стороне BC и делит исходный четырёхугольник на два треугольника одинаковой площади. Точка E — середина стороны AD . Докажите, что $AE + CD \geq BE$.

4. Натуральное число k называется *особым*, если существует такой набор из 50 последовательных натуральных чисел, что среди них есть число k , а каждое из остальных чисел этого набора взаимно просто с k . Какой наибольший НОД может быть у двух различных особых чисел, не превосходящих 1000?

5. Пусть P — бесконечная строка из цифр. Для натурального m обозначим через P_m бесконечную строку, получаемую из исходной строки выписыванием её m -й, $2m$ -й, $3m$ -й, $4m$ -й, ... цифр. Известно, что при любых натуральных $k > \ell > 13$ строки P_k и P_ℓ не совпадают. Может ли оказаться, что при некотором $s > 13$ строка P_s совпадает со строкой P_{13} ?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru