



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
15 НОЯБРЯ 2025 г. I тур 9 класс 1 ВАРИАНТ

1. В ряд выписывают числа: 4, 11, 13, 15, 17, ... Каждое число, начиная с четвертого, равно наименьшей из всех возможных сумм двух уже написанных (различных) чисел, которая ещё не встречается в этом ряду. Какое число окажется на 2025-м месте в этом ряду? Не забудьте обосновать ответ.

2. Красный и синий баки заполняются водой — каждый своим шлангом. Шланги были включены одновременно, а когда красный бак заполнился на одну пятую, шланги поменяли местами. После этого оба бака заполнились одновременно. Объём синего бака 100 л. Какой наибольший объём мог иметь красный бак? (Скорость вытекания воды из каждого шланга постоянна, эти две скорости не обязательно равны.)

3. Натуральное число k называется *особым*, если существует такой набор из пятидесяти последовательных натуральных чисел, что среди них есть число k , а каждое из остальных чисел этого набора взаимно просто с k . Какой максимальный НОД может быть у двух различных особых чисел, не превосходящих 2000?

4. Федя выбирает такие натуральные числа $n, a_1, a_2, \dots, a_n$, что $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq 25n$. Дима хочет разместить в таблице с 100 строками и n столбцами n связанных клетчатых фигурок так, чтобы фигурки не имели общих клеток и при всех $i, 1 \leq i \leq n$, выполнялось свойство:

i -я фигурка состоит из a_i клеток

и содержит хотя бы одну клетку i -го столбца.

Может ли Федя выбрать такие числа, чтобы Диме не удалось выполнить своё желание? (Фигурка называется *связной*, если от любой ее клетки до любой другой можно прийти, переходя из клетки в соседнюю по стороне и не выходя за пределы фигурки.)

5. В треугольнике ABC проведена медиана BD . На стороне AB отмечена точка E . Известно, что $\angle ABD = 2\angle CBD$, $\angle BED = 2\angle ACB$ и $\angle BDC = 117^\circ$. Описанная окружность треугольника ACE пересекает отрезок BC в точке F . Точка M — середина отрезка EF . Найдите $\angle BDM$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtaland.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
15 НОЯБРЯ 2025 г. I тур 9 класс 2 ВАРИАНТ

1. В ряд выписывают числа: 4, 10, 11, 14, 15, ... Каждое число, начиная с четвертого, равно наименьшей из всех возможных сумм двух уже написанных (различных) чисел, которая ещё не встречается в этом ряду. Какое число окажется на 2026-м месте в этом ряду? Не забудьте обосновать ответ.

2. В 9:00 каждый из двух землекопов начал копать свою яму. В некоторый момент по сигналу бригадира землекопы поменялись местами. Закончили копать они одновременно. Каждый землекоп всё время копал со своей постоянной скоростью. Итоговый объём второй ямы оказался ровно в 10 раз больше, чем её объём в момент сигнала бригадира. Итоговый объём первой ямы — 3 м^3 . Какой наибольший итоговый объём могла иметь вторая яма?

3. Натуральное число n называется *особым*, если существует такой набор из сорока последовательных натуральных чисел, что среди них есть число n , а каждое из остальных чисел этого набора взаимно просто с n . Какой максимальный НОД может быть у двух различных особых чисел, не превосходящих 1500?

4. Сергей выбирает такие натуральные числа $k, b_1, b_2, \dots, b_k$, что $b_1 + b_2 + \dots + b_k \leq 50k$. Фёдор хочет разместить в таблице с k строками и 150 столбцами k связанных клетчатых фигурок так, чтобы фигурки не имели общих клеток и при всех $i, 1 \leq i \leq k$, выполнялось свойство:

i -я фигурка состоит из b_i клеток

и содержит хотя бы одну клетку i -й строки.

Верно ли, что какие бы числа ни выбрал Сергей, Фёдор сможет выполнить своё желание? (Фигурка называется *связной*, если от любой ее клетки до любой другой можно прийти, переходя из клетки в соседнюю по стороне и не выходя за пределы фигурки.)

5. В треугольнике ABC проведена медиана AM . На продолжении стороны AC за точку C отмечена точка F . Известно, что $\angle CAM = 2\angle BAM$, $\angle AFM = 2\angle ABC$ и $\angle AMC = 50^\circ$. Описанная окружность треугольника BCF пересекает отрезок AB в точке E . Точка N — середина отрезка EF . Найдите $\angle AMN$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtaland.ru