

Первый день.

1. Можно ли пронумеровать вершины, рёбра и грани куба различными целыми числами от -12 до 13 так, чтобы номер каждой вершины равнялся сумме номеров сходящихся в ней рёбер, а номер каждой грани равнялся сумме номеров ограничивающих её рёбер?
2. У царя Гиерона есть 13 металлических слитков, неразличимых на вид; царь знает, что их веса (в некотором порядке) равны $1, 2, \dots, 13$ кг. Ещё у него есть прибор, в который можно положить один или несколько из имеющихся 13 слитков, и он просигналит, если их суммарный вес равен ровно 46 кг. Архимед, знающий веса всех слитков, хочет написать на двух слитках их веса и за два использования прибора доказать Гиерону, что обе надписи правильны. Как действовать Архимеду?
3. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D . На стороне AB выбрана точка P . Отрезки PC и AD пересекаются в точке Q . Точка R — середина отрезка AP . Докажите, что существует фиксированная точка X , через которую прямая RQ проходит при любом выборе точки P .
4. Натуральные числа a, b и c , большие 2022, таковы, что $a+b$ делится на $c-2022$, $a+c$ делится на $b-2022$, $b+c$ делится на $a-2022$. Какое наибольшее значение может принимать число $a+b+c$?