

### *Первый день.*

1. Можно ли пронумеровать вершины, рёбра и грани куба различными целыми числами от  $-12$  до  $13$  так, чтобы номер каждой вершины равнялся сумме номеров сходящихся в ней рёбер, а номер каждой грани равнялся сумме номеров ограничивающих её рёбер?
2. У царя Гиерона есть 13 металлических слитков, неразличимых на вид; царь знает, что их веса (в некотором порядке) равны  $1, 2, \dots, 13$  кг. Ещё у него есть прибор, в который можно положить один или несколько из имеющихся 13 слитков, и он просигналит, если их суммарный вес равен ровно  $46$  кг. Архимед, знающий веса всех слитков, хочет написать на двух слитках их веса и за два использования прибора доказать Гиерону, что обе надписи правильны. Как действовать Архимеду?
3. На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $P$ . Отрезки  $PC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $Q$ . Точка  $R$  — середина отрезка  $AP$ . Докажите, что существует фиксированная точка  $X$ , через которую прямая  $RQ$  проходит при любом выборе точки  $P$ .
4. Натуральные числа  $a, b$  и  $c$ , большие  $2022$ , таковы, что  $a+b$  делится на  $c-2022$ ,  $a+c$  делится на  $b-2022$ ,  $b+c$  делится на  $a-2022$ . Какое наибольшее значение может принимать число  $a+b+c$ ?