PDMI PREPRINT — 4/2002

HERMÉNEUTIQUE FORMELLE
ET PRINCIPE DE FREGE GÉNÉRALISÉ

Oleg PROSOROV

Académie des Sciences de la Russie
Institut Mathématique Steklov
Russie, 191011 Saint-Pétersbourg, Fontanka 27

E-mail : prosorov@pdmi.ras.ru

le 31 janvier 2002

RÉSUMÉ

Les divers procédés interprétatifs révèlent l'existence des structures mathématiques sous-jacentes qui se manifestent dans le processus de compréhension d'un discours ou d'un texte. Cet article, qui est la suite des travaux précédents [11, 12], vise à établir une théorie de la compréhension de textes que nous appelons *herméneutique formelle.* Pour un texte admissible X correspond naturellement une catégorie dite de Schleiermacher $\mathbf{Schl}(X)$ des faisceaux particuliers, ceux qui englobent les significations du texte. Nous proposons une généralisation du principe de compositionnalité de significations de G. Frege qui en étend la portée des phrases aux textes et qui sert de base pour cette correspondance. L'herméneutique formelle décrit un langage naturel dans une *catégorie des espaces textuels.* Tout genre particulier de textes ou de discours y définit une sous-catégorie pleine des *schémas formels discursifs.* Ces catégories et aussi les divers foncteurs liés à l'interprétation des textes sont les objets principaux d'étude de l'herméneutique formelle, au sens où nous l'entendons.

Classification MS2000 : 03B65, 68Q55, 68T50, 91F20

Mots clés : herméneutique formelle, cercle herméneutique, principe compositionnel généralisé de Frege, topologie phonocentrique, topologie logocentrique, espace étalé, faisceau, catégorie, foncteur, topologie de Grothendieck, site, topos, espace textuel, schéma formel discursif.

Table des matières

Introduction

Le postulat de l'accessibilité directe du « sens en soi » des textes sacrés a rendu possible la constitution d'une science herméneutique en tant que méthode d'interprétation des textes sacrés. Cette herméneutique théologique a pour base spéculative une croyance en l'existence d'un sens déterminé des Saintes Ecritures qu'il faut lire avec l'intention de découvrir successivement les pensées de Dieu.

Le présupposé d'existence d'un sens unique bien déterminé du texte écrit qu'il s'agit d'interpréter par les efforts méthodiques a été contesté par l'herméneutique contemporaine née au XIX^{e} siècle.

L'herméneutique philosophique renonce au paradigme naïf de lecture. La compréhension résulte d'un effort dans la production du sens. Ce n'est pas une reconstruction du sens présupposé propre à la pensée de l'auteur. C'est plutôt la construction d'une multitude de sens possibles propre au procédé de la compréhension. Il n'existe pas d'interprétation vrai du texte donné. Il en existe une multitude qui ont une juste prétention à la validité. Une fois ces interprétations mises sur un pied d'égalité, la problématique se déplace vers l'analyse du processus de la compréhension en tant que tel. Aussitôt une foule de questions primordiales s'imposent : la compréhension d'un texte est-elle toujours possible, quels sont les procédés conduisant à la compréhension ; bref, comment la compréhension se fait-elle ?

Il existe à ce jour quelques types de réponses à ces questions. Dans cette étude, loin de vouloir présenter les différents points de vue existants, nous voulons démontrer que même si nous renonçons à traiter des questions philosophiques si délicates de la compréhension, et admettons seulement l'existence objective des structures mathématiques sous-jacentes au procédé de lecture que l'on admette et utilise inconsciemment, que nous pouvons concevoir ensuite une *herméneutique formelle* comme le cadre théorique pour une sémantique au-delà de limite d'une phrase, donc au niveau de texte.

Compte tenu du caractère interdisciplinaire du présent travail, nous nous permettrons parfois de rappeler au passage quelques notions et résultats bien connus aux spécialistes. Cela va être utile pour couper cour à tout malentendu possible à cause d'éventuelle discordance terminologique.

1. Le domaine de l'herméneutique formelle

L'étude des signes et du langage en tant que moyens de communication se distribue de la manière suivante :

– l'approche syntaxique traite les relations des signes entre eux, des mots dans la phrase ; on cherche des règles de formation des expressions régulières et des règles de transformation des expressions en d'autres expressions ;

– l'approche sémantique traite de la relation des signes, mots et phrases au monde ; c'est l'étude conjointe du sens, de la référence et de la vérité ;

– l'approche pragmatique traite la relation des signes aux usagers des signes, des phrases aux locuteurs.

Cette division tripartite est généralement admise après les travaux de Ch. Morris sur la sémiologie. La conjonction de ces approches n'épuisent pas de problématique de la communication langagière parce qu'elles se limitent dans le cadre d'une phrase. Comme toutes les unités linguistiques, la phrase ne se laisse pas définir sans difficulté. La plupart des définitions insistent sur ce qu'une phrase est l'unité minimale de communication suivie d'une marque sonore ou écrite de terminaison.

Toute communication suppose une activité émettrice qui produit le message et une activité réceptrice qui produit la compréhension. Le message est une extériorisation de la pensée soit par la parole soit par l'écriture. Une seule phrase comme l'unité minimale communicative ne suffit pas pour exprimer toute la variété des pensées et des idées que les hommes ont besoin de communiquer. Pour les exprimer, on assemble les phrases en discours ou en texte par les procédés compositionnels dont les règles de la narration, du récit, de la description, de la démonstration, etc. font l'objet de la rhétorique qui étudie une activité émettrice dans l'acte de communication. Pour pouvoir comprendre un discours ou un texte, il faut appartenir à la même communauté linguistique que l'auteur. L'activité réceptrice dans l'acte de communication, à son tour, fait l'objet de l'herméneutique, elle seule dépassant la limite des signes et des phrases pour s'occuper aussi des procédés de compréhension qui portent sur un message tout entier. En ce qui concerne l'écriture, toute herméneutique a donc une double visage : l'art et la technique d'interprétation des textes comme une pratique et la théorie de compréhension des textes comme une science.

L'étude de l'activité réceptrice dans un acte de communication peut être entreprise visant des objectifs différents. De façon générale, le texte admissible comme message dans une communication langagière a une triple aspect concernant :

– le *thème* ou le *sujet* traité ; on n'emploie pas les mêmes termes pour décrire une expérience physique, un acte juridique ou une émotion lyrique ;

– les *moyens expressifs* d'une langue à une époque donnée ;

– le but de la communication qui est faite dans une *intention* déterminée.

Il n'en reste que les deux derniers aspects si l'on étudie l'activité réceptrice dans une communication en langue naturelle à une époque donnée pour y trouver des lois généraux de l'interprétation propres à tout texte quel qu'il en soit le thème.

Selon une *herméneutique générale*, pour accéder à la compréhension d'un texte, on procède par deux démarches que Schleiermacher nomme[1] l'*interprétation grammaticale* et l'*interprétation technique*. Il faut donc toujours faire deux choses en même temps : une analyse de la structure synchronique d'une langue pour reconstruire la structure expressive disponible dans une culture

[1] Cité d'après H. Wismann [2].

à une époque donnée et puis, une analyse technique de l'intervention diachronique d'un auteur dans la langue. La première démarche est plus difficile à analyser pour en donner une explication formelle, parce qu'un langage est encore un système social des signes médiatisant les réponses que se donnent les membres d'une société les uns aux autres. Faire une interprétation grammaticale, c'est reconstruire l'emploi des combinaisons de signes et les transformations de signes qui sont en usage dans la société en question, c'est dénoter les objets et les situations comme le font les membres de cette société et s'exprimer comme eux dans les circonstances semblables ; c'est ce que W. Dilthey appelle[2] *code culturel.*

Bref, reconstruire la structure grammaticale d'une langue, l'utiliser correctement, c'est suivre les règles de l'usage courant dans une société donnée. L'interprétation grammaticale d'une langue devient une tâche immense s'il s'agit d'une langue ancienne ou étrangère. Toutefois, la compréhension d'un texte ordinaire écrit en langue courante présuppose une interprétation grammaticale automatique quand il s'agit d'un lecteur cultivé et de sa langue maternelle. Il en est de même pour un texte spécial dans les mains d'un lecteur averti qui possède des connaissances dans le domaine.

Sans entrer dans le détail, ce qui nous entraînerait trop loin, nous limiterons nos études seulement aux situations où l'interprétation grammaticale ne pose aucun problème pour diriger la recherche vers les problèmes de compréhension. Nous postulons donc une connaissance complète de la langue et une conscience de toutes ses relations sémantiques de la part de celui qui a une affaire au texte en question. Cela veut dire qu'on va supposer une *compétence discursive totale* des locuteurs pour analyser le processus de compréhension en tant que tel. Pour le moment, nous laissons sans commentaires comment peut-on acquérir une telle compétence. Bref, une langue, comment s'enseigne-t-elle ? C'est aussi une question fondamentale ; on va y revenir dans la suite.

Dans ce présupposé d'une compétence discursive des locuteurs, une *herméneutique formelle* esquissée dans le présent travail se propose d'établir une théorie de la compréhension de texte.

1.1. Textes admissibles. — Mais la compréhension desquels textes allons nous analyser et qu'est-ce qui est un texte pour nous ? Soyons précis et soulignons dès le début qu'une théorie développée ensuite ne concerne que le processus de compréhension d'un texte écrit dans une langue naturelle et destiné à la compréhension. La dernière restriction est essentielle. C'est que l'on va supposer une certaine sincérité de la part de l'auteur qui ne fait pas de la peine au lecteur de se laisser prendre aux pièges de grossières équivoques, des contrepèteries, des lapsus, des charabias prémédités, etc. On va donc exclure de notre considération les textes de ce genre en les traitant comme métha-communicationnels pour s'occuper de textes écrits en bonne volonté en tant qu'un message destiné à la compréhension.

De plus, nous laissons de côté la peinture, la musique et aussi beaucoup d'autres artefacts culturels lesquels on pouvait considérer comme textes dans un certain sens large du terme. Bien qu'elle soit d'emblée généralisable pour les « textes » pareils, l'herméneutique formelle développée dans cet article ne concerne que les textes proprement dits au sens strict du terme, écrits en langue naturelle dont interprétation grammaticale ne pose aucun problème. L'herméneutique formelle se propose une tâche de formaliser le processus de compréhension dans une situation ordinaire de lecture. Elle ne cherche pas à inventer une langue artificielle ou formalisée quelconque pour y trouver un modèle du procédé communicationnel en tant qu'un homomorphisme de la syntaxe à la sémantique ou étendre un tel homomorphisme des phrases aux textes d'une langue formelle. Elle cherche à formaliser les lois qui dirigent les procédés de compréhension des textes écrits dans une langue naturelle. On a une conviction que de telles lois régissent aussi la compréhension de textes en certaines langues formalisée ou en certaines extensions d'une langue naturelle. Mais

[2] Cité d'après H. Wismann [3].

nous ne considérons pas du tout les diverses tentatives de faire un texte de collages, de dessins, de citations etc.

Nous voudrions insister encore sur ce que nous ne considérons pas les textes dont l'auteur a eu recours aux techniques aléatoires pour les produire comme par exemple les essais réalisés par l'Ouvroir de Littérature Potentielle (Oulipo). Rappelons l'un des plus extravagants de leur *Méthode S + 7* : « Elle consiste à prendre un texte et à remplacer chaque substantif par le septième qui le suit dans tel dictionnaire donné »[3]. Les tentatives diverses de composition des textes à l'aide d'un ordinateur qui utilisent des méthodes plus sophistiquées ne nous intéressent pas non plus, peu importe que leur production est syntaxiquement correcte. On accepte une littérature de style « un peu du Kafka mais écrit par un illettré » mais on rejette n'importe quel pastiche de Kafka écrit par un ordinateur. Nous n'avons rien contre l'ordinateur ou l'intelligence artificielle. Bien au contraire, nous en sommes partisans passionnés ! La raison de telle restriction-là est pure et simple : Aussi hétérogène qu'elle soit la chaîne des mots fabriquée ainsi, nous pouvons toujours y trouver quelques fragments capables à provoquer notre aptitude à produire le sens ; mais nous ne pouvons absolument pas considérer ces éclats de cohérence sémantique comme une compréhension, car il n'y a dans ce « texte » aucune expression écrite des phénomènes humains qui requièrent une interprétation et une compréhension. Aucune herméneutique (même formelle à notre sens) ne s'occupe donc de tels « textes ».

1.2. Deux paradigmes de lecture. — Analysons maintenant de plus près la compréhension d'un texte donné que l'on considère comme admissible.

Certes, il y a une grande différence entre la compréhension d'un texte et la compréhension d'une parole. Dans un discours, et plus encore dans une conversation, les interlocuteurs peuvent par un simple échange de questions-réponses, arriver à une compréhension mutuelle ; le mot n'est qu'un moyen pour y arriver, une sorte d'instrument jetable. Une fois la parole comprise, le courant passe et on n'a plus besoin de cet outil. De plus, dans une conversation, toute la situation de présence des locuteurs, leur contact visuel disent beaucoup au niveau extra-linguistique ce qui facilite la compréhension mutuelle. Dans une situation pareille, parfois un court silence en dit plus long que le plus long des discours. Aussi n'est-il sans raison qu'un maître à penser est toujours entouré des disciples qui le suivent partout.

Une difficulté de compréhension apparaît avec l'écriture. Dans un texte, le mot n'est pas seulement un moyen médiatique entre l'émetteur et le récepteur d'information. Il est encore en quelque sorte, son propre défenseur et le but recherché. Dans ce cas, un lecteur, seul devant le texte, essaie de comprendre ce que l'auteur a voulu exprimer. Entre eux, il y a toujours une distance dans le temps et l'espace, parfois énorme sur le plan culturel et historique. L'intervention de l'écrivain dans le dialogue est réduite donc au texte où le signe linguistique se propose sous une apparence de signifiant graphique. Un trait caractéristique reste tout de même invariable dans ces deux codes, phonique et graphique. Bien que le texte soit accessible par la vision et comme tel il puisse, en principe, être saisi d'un seul coup d'œil, on ne regarde un texte comme un tableau ou un paysage. Au contraire, sa lecture exige un procédé consécutif de compréhension imposé par la phonie. Pour comprendre un texte, le regard y découvre une chaîne parlée. En acquérant sa langue maternelle, les enfants le font en lisant à voix haute ; agrandi, on passe à une lecture en voix intérieure. Tout de même, le processus de compréhension est inséparable de cette transformation. Il est là peut-être une raison de plus pour laquelle Flaubert, inlassablement, relisait à voix haute sa prose. La compréhension d'un texte au cours de lecture s'appuie donc sur sa conversion en parole intérieure. Ce processus de transformation d'un texte en parole intérieure se déploie dans le temps, et la compréhension du texte qui le suit, elle aussi reproduit la compréhension de la

[3] R. Queneau, *Bâtons, chiffres et lettres*, Gallimard, coll. « Idées » N 70, 1965, p.338.

parole. Concernant l'apport de W. von Humboldt à la philosophie de langue, E. Cassirer écrit : – « Pour Humboldt, le signe sonore, tout en étant matière de tout processus de production langagière, est en quelque sorte une passerelle jetée entre le subjectif et l'objectif parce qu'il réunit leurs instants essentiels. C'est qu'il est, d'un côté, le son prononcé et en tant que tel produit et articulé par nous-même ; mais, de l'autre côté, en tant que le son entendu, il fait partie de notre environnement sensoriel. C'est pourquoi nous l'entendons et le connaissons en même temps et comme quelque chose "intérieure" et comme quelque chose "extérieure" – comme une énergie de l'intériorité qui s'exprime et s'objective dans une extériorité »[4]. Or le processus de compréhension pendant la lecture d'un texte ressemble bien à celui de compréhension pendant l'écoute d'une parole. Donc, les théories correspondantes de compréhension doivent être bien ressemblantes, à quelques détails techniques près. Il ne s'agit jamais d'écrire comme on parle, mais, malgré toutes les différences stylistiques, le texte est une parole figée ! Et comme tel, il est une séquence de ses éléments constitutifs qui forment un ensemble ordonné dont la structure d'ordre est héritée de sa conversion successive en parole présumée pendant la lecture.

Ce point de vue peut être contesté par les partisans de diverses techniques de lecture à grande vitesse basées sur la suppression de cette parole intérieure. Disons que leurs techniques exigent l'entraînement spécifique et sont loin d'être utilisables par tout le monde. De toute façon, leurs stratégies de lecture n'abolissent pas cette double apparence phonique et graphique du signe linguistique.

A la poursuite des structures mathématiques sous-jacentes au texte, nous allons les traiter simultanément, ces deux codes parlé et écrit du message langagier, en accordant privilège à la phonie compte tenu que « Les conditions de la transcription graphique d'un message ont pour conséquence une perte sensible d'information »[5]. Cette dualité du signifiant nous oblige à définir finalement deux types de topologie, à savoir *phonocentrique* et *logocentrique* qui expriment mathématiquement l'existence de deux paradigmes de lecture.

En effet, le processus de lecture, qui se déploie dans le temps à plusieurs reprises, a pour but de faire un recouvrement du texte par un ensemble de ses fragments, chacun lu tout en respectant l'ordre naturel de ses éléments constitutifs. Ces lectures partielles s'enchaînent pour donner finalement la lecture du texte tout entier. Dans ce processus des lectures partielles se manifeste l'intention du lecteur, le contenu exact de ses fins et de ses moyens. Si le côté « fins » de chaque étape est toujours l'intention de comprendre, c'est-à-dire de saisir une signification véhiculée par ce fragment particulier, on atteint cette fin à partir des moyens qu'on dispose. Le côté « moyens » dépend du paradigme de lecture.

Le *paradigme phonocentrique* de lecture présuppose qu'on comprend ce que signifie un fragment lu tel quel, interprété suivant le contexte. Outre la compétence discursive totale, ce paradigme présuppose aussi une certaine culture de la part du lecteur laquelle se manifeste par ce qu'il choisit consciemment ou non un certain *mode* de lecture : littéral, historique, allégorique, moral, spirituel, psychanalytique, etc., mais celui-ci n'intervient pas dans la trame du texte.

Le *paradigme logocentrique* de lecture présuppose aussi une compétence discursive totale de la part du lecteur mais il refuse la priorité accordée à la phonie et intervient dans la trame du texte d'une manière analytique et attitudinale. Il en résulte aussi la compréhension d'une signification véhiculée par tel fragment particulier du texte donné mais cette lecture va jusqu'à formuler la compréhension dans un autre texte dérivé d'explication. Le paradigme logocentrique de lecture représente ainsi autant l'interprétation d'un texte que son traitement.

[4] E. Cassirer, *Philosophie der symbolischen Formen. B. 1923. Bd 1. Sprache. Einleitung und Problemstellung, S.3-51* trad. russe in S. Levit et al. (éd.) *Culturologie. XX^{e} siècle*, Juriste, Moscou, 1995, p.184.

[5] J. Dubois, *Grammaire structurale du français : nom et pronom*, Librairie Larousse, Paris, 1965, p.15.

1.3. Compréhension comme passage du local au global. — Certes, la compréhension d'un tout est l'aspiration majeure du lecteur, et il a déjà le pressentiment, bien avant la lecture, de ce dont il sera question ; il connaît déjà le titre, l'auteur, le cadre historique du texte, tout ce que l'on peut appeler *contexte*. De plus, un lecteur dispose toujours d'une certaine culture. Il dirige son attention sur le *scopus*, le but et l'objectif du texte dans son ensemble. Donc, il a déjà une pré-compréhension mais celle-ci demeure floue avant la lecture.

Examinons maintenant une action de lecture d'un texte donné. C'est un processus successif qui va d'une partie à l'autre et ainsi de suite jusqu'à la fin. Ce qui est évident c'est qu'une question de la compréhension du tout ne peut même pas être formulée avant que la lecture ne soit terminée. Cela veut dire que la compréhension procède (se déploie dans le temps) comme un passage du local au global. Une analyse attentive du rapport circulaire entre la compréhension du tout et la compréhension des parties constitue donc l'objet d'étude de toute herméneutique comme théorie générale de l'interprétation des textes.

Or n'importe quel texte écrit, aussi bien qu'un message oral, se divise bien naturellement en segments séparés par des marques de délimitation qui sont les signes de ponctuation ou les moyens prosodiques. Les segments que l'on trouve traditionnellement au premier échelon sont des énoncés ou des phrases. Il y a ensuite au deuxième échelon des segments plus petits comme les suites de mots ou syntagmes. On peut trouver des parties encore plus petites qui sont les suites de syllabes. Enfin, on trouve des unités primitives comme lettres pour un texte ou comme phonèmes pour un message oral. Cette division hiérarchique le long de l'axe temporel semble être universelle parce qu'on la retrouve dans la plupart des langues.

Donc, toute analyse du procédé de la compréhension d'un texte commence par un certain problème de segmentation pour y trouver les unités sémantiques minimales. L'important, c'est le niveau auquel il faut se placer pour discerner les unités irréductibles d'une totalité signifiante. On va appeler *locus* cette unité élémentaire qui occupe une certaine position le long de la ligne d'écriture. Considéré au niveau inférieur, un locus se décompose, à son tour, en entités morphologiques où l'on distingue encore des unités élémentaires. Cela peut être un énoncé, une phrase, un mot et même une syllabe suivant le niveau fixé d'analyse sémantique. Il est difficile de définir formellement ce qui est un locus, mais il se caractérise toujours par la donnée d'une place et d'une unité signifiante qu'y se trouve. On va revenir ensuite sur la définition formelle. *Grosso modo*, c'est un lieu où les lettres disparaissent tout à coup et où un sens surgit.

Mais qu'entendons nous par un sens ? Ce qui doit nous intéresser, avant de nous engager dans les études formelles, c'est le problème fondamental qui se pose : « Qu'est-ce que le *sens* ? » qui en entraîne un autre : « Qu'est-ce que *comprendre* ? » La vrai question est celle qu'avait posée Kant : « Comment un langage signifiant est-il possible ? » Loin d'avoir l'ambition d'y répondre, nous adoptons le point de vue partagé par la majorité de linguistes. Il est généralement admis que les *sens* des mots dans une langue sont définis uniquement par l'*usage* dans une communauté linguistique. C'est ainsi qu'on apprend sa langue maternelle depuis l'enfance. La même position théorique témoignent aussi les dictionnaires par une pratique d'élaboration du sens des mots en les donnant des exemples d'emploi. Par exemple, prenons pour un locus tel mot qui occupe telle place dans un texte donné et consultons à son sujet n'importe quel dictionnaire. Cela dépend, mais il peut arriver que ce soit un article de deux pages. Certain mots n'ont qu'un sens mais la plupart ont plusieurs sens. Disons, par exemple, qu'un Micro-Robert de 1980 compte 17 sens de l'adjectif *bon*, 35 sens du verbe *faire*, etc. Selon des grammaires descriptives, un mot a le *sens premier* et bien d'autre sens qui en sont issus et qu'on appelle *sens figurés*. Tous les dictionnaires du monde témoignent sa propre pratique de l'explication, de l'élaboration du sens des mots en affirmant le caractère évolutif de toute langue vivante et de son usage. Pour s'exprimer, on a toujours recours à des mots de son vocabulaire, mais on leur donne des sens nouveaux. Ainsi le sens des mots se transforme toujours. Donc, il vaut mieux parler d'une multitude des sens possibles du locus en question. Mais qu'est-ce qu'un sens et comment vient-il aux mots ? Dans les recherches sur les fondements logiques des mathématiques, G. Frege fut amené à distinguer nettement la langue scientifique et la langue de communication. Les travaux de Frege avait une influence considérable sur le développement non seulement de la logique mais aussi de la linguistique au XX^e siècle. Dans un article de 1892, *Über Sinn und Bedeutung* Frege introduit dans la sémantique une distinction fondamentale : la distinction entre sens *(Sinn)* et référent *(Bedeutung)*. « Il est assez naturel, écrit Frege, d'associer à un signe (nom, groupe de mots, caractères), outre ce qu'il désigne et qu'on pourrait appeler son référent, ce que je voudrais appeler le sens du signe où est contenu le mode de donation de l'objet »[6].

Si $a = b$, les deux termes désignent le même objet ; mais on affirme l'équivalence parce que a et b ont les sens différents. C'est que $a = a$ n'intéresse personne. Frege a étendu cette distinction sur tous les termes (noms, prédicats ou phrases) qui désignent une entité, le *référent* ou *nominatum*, et expriment un *sens*. Ces distinctions s'appliquent donc aux phrases. Dans un contexte ordinaire, le sens d'une phrase affirmative (prise isolément), qui est un « contenu de pensée » *(Gedanke)*, ne doit pas être confondu avec son référent qui, selon Frege, n'est rien d'autre que sa *valeur de vérité* : « vrai » ou « faux », puisqu'il distingue seulement deux valeurs de vérité. A ce propos R. Carnap écrit : « I think any unprepared reader would be inclined to regard a sentence as a name of a proposition rather than as a name of a truth-value – if, indeed, he is at all willing to regard a sentence as a name of anything »[7].

Lorsqu'on passe d'un contexte ordinaire à un contexte oblique, le terme reçoit un autre référent et un autre sens, il désigne désormais ce qui était initialement son sens et il en exprime un nouveau. Ainsi, dans le contexte oblique, la phrase *désigne* donc ce qui, dans un contexte direct, serait son sens. Cette définition paraît inévitable dans le contexte direct, si l'on veut adopter une logique multivalente ou considérer aussi des phrases qui n'ont aucune valeur de vérité.

Dans un livre de 1903, *The Principles of Mathematics*, B. Russell introduit une autre distinction fondamentale entre la signification *(meaning)* et la dénotation *(denoting)*. Voisine de celle que Frege avait introduit en 1892 entre le sens et le référent, cette distinction repose sur les définitions suivantes : un nom signifie un concept, tandis que ce dernier dénote un objet. Le fait qu'on comprend la signification d'un terme implique que celui-ci renvoie, à travers un concept, à un objet doté d'une existence réelle ou intelligible. Cette terminologie rassellienne subsiste, notamment dans les travaux consacrés à l'étude de son apport à la philosophie de langue.

La distinction entre le sens et la signification sur un autre plan existe en linguistique théorique. Quant à ce type de différence terminologique, B. Pottier écrit : – « L'unité d'existence sémantique, en langue naturelle, est le sémème, ou l'ensemble de sèmes coexistants. Le sémème, être de langue (en compétence), s'actualise dans le discours [...]. Le sémème donne le *sens* (l'orientation sémantique), et la mise en discours le transforme en *signification* »[8].

P. Charaudeau s'en tient à la même terminologie[9] dont il écrit : – « Notre choix est motivé par notre souci de manier une terminologie qui soit proche, chaque fois que faire se peut, des représentation que la société se construit à propos de son langage et de sa culture. Or, il se trouve que lorsque l'on demande le *sens* d'un mot, c'est au dictionnaire qu'on se réfère (situation hors-contexte), alors que lorsque l'on demande quelle est la *signification* d'un texte ou d'une

[6] Cité d'après J.-F. Malherbe, *Epistémologies Anglo-Saxonnes*, Presse universitaires de Namur, Namur, 1981, p.17.

[7] R. Carnap, *Meaning and Necessity*, The University of Chicago Press, Chicago, 1948, p.120.

[8] B. Pottier, *Théorie et analyse en linguistique*, Hachette, Paris, 1992, p.66-67.

[9] P. Charaudeau, *Langage et discours. Eléments de sémiolinguistique (Théorie et pratique)*, Hachette, Paris, 1983, p.18.

parole, c'est au fait de discours qu'on se réfère (situation d'emploi). ».

On formule ainsi une différence terminologique entre les notions très proches du *sens* et de la *signification* laquelle nous allons suivre là où elle sera essentielle.

Le sens d'un mot, tel qu'il est défini plus haut, est consignée dans les dictionnaires. Mais les mots existent pour s'en servir et l'emploi que l'on fait d'un mot transforme son sens en signification. La signification résulte alors de l'activité discursive elle-même et il peut arriver qu'elle diffère assez profondément le sens.

Nous prenons donc les sens des mots pour les notions premières comme par exemple celles de point, de droite, de plan dans la géométrie euclidienne ; ce qui est essentiel pour notre étude, c'est qu'un sens particulier d'un mot ou d'un énoncé est un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée.

Donc la signification qui est véhiculée avec un mot dans un discours peut être conçue comme le résultat d'un choix intuitif d'un des éléments d'un ensemble, effectué par un sujet parlant dans une circonstance donnée de la communication langagière, en accord avec la situation et son intention et selon les habitudes d'une communauté linguistique. Même pour les mots dépourvus de référent comme licorne, gnôme, nom d'un personnage célèbre, etc., il y a un sens bien connu qui se transforme en signification dans la situation d'un discours.

Selon Frege, le sens d'une phrase (considérée isolement) est un résultat auquel certes le sens de chacun de ses mots coopère, non par simple juxtaposition mais par le fait d'un *principe de compositionnalité* qui énonce que le sens de toute phrase bien formée est une fonction des sens de mots dont elle se compose.

Dans un ouvrage classique *Meaning and Necessity*, R. Carnap formule, entre autres, un principe important : « Frege undestands the term 'sense' in such a way that the sense of a compound expression and, in particular, of a sentence is something which is determined by the senses of the names occurring in it »[10]. Il exprime ainsi ce qui est généralement admis maintenant d'appeler *principe de compositionnalité de Frege*.

Il existe un grand nombre d'ouvrages consacrés à l'étude de ce fameux principe qui se diffèrent suivant que l'auteur envisage l'aspect philosophique, logique, linguistique ou informatique ; suivant qu'il considère les rapports interdisciplinaires ou un tel domaine spécial le concernant. Dans les ouvrages [4, 5] de T. M. V. Janssen, on peut trouver une vue d'ensemble sur les problèmes suscités par ce fameux principe de Frege. Nous y reviendrons plus tard. Dans la suite, nous parlerons du *contexte intensionnel* s'il s'agit du sens, et du *contexte extensionnel* en ce qui concerne le référent. On reprend alors la terminologie proposée par R. Carnap[11].

De même que l'usage donne le sens aux mots, ces fonctions-ci qui réalisent le principe de compositionnalité tant au niveau de phrase qu'à celui de discours sont définies uniquement par l'usage. C'est que l'acquisition d'une langue développe un système des comportements langagières dont l'usage donne les significations aux discours.

De ce point de vue, toute herméneutique étudie comment les comportements de ce type se manifestent dans l'activité réceptrice en communication langagière. Comme tout l'usage d'un langage, cette activité réceptrice est toujours un événement et un processus. Dans l'activité réceptrice, le processus est orienté vers la compréhension de tout message et on procède des mots au phrase, des phrases au fragment du texte etc. Le trait caractéristique de ces procédés à tous les niveaux est un passage du local au global. De ce point de vue, on peut définir le *principe de compositionnalité de Frege classique* comme un tel passage du local au global au niveau de phrase.

---

[10] R. Carnap, *Op. cit.,* p.122.

[11] R. Carnap, *Op. cit.,* §11.

Une fois cette définition acceptée, le problème principal de toute herméneutique consiste à formuler le *principe de compositionnalité discursif* comme passage du local au global au niveau de textes qui généralise le *principe de compositionnalité de Frege classique* dans un double perspective pour :

– en étendre la portée des phrases aux textes ;

– appréhender la pluralité de sens de mots.

L'objet du présent travail est de proposer une telle généralisation du principe compositionnel classique de Frege que nous appelons *principe compositionnel généralisé de Frege*.

Les études dans ce domaine infini ne sauraient prétendre à être complètes. On est contraint à recourir au procédé d'abstraction qui consiste en ce que l'on néglige systématiquement certains aspects des objets que l'on considère, pour se pencher sur les autres tenus pour plus significatifs.

Les procédés de compréhension d'un texte, lesquels on admette et utilise inconsciemment, révèlent l'existence objective des structures mathématiques sous-jacentes. Il suffit de les discerner et formuler explicitement pour développer une *herméneutique formelle* comme sémantique au-delà de limite d'une phrase, donc au niveau de texte.

2. Topologies sur un texte

Le but central de ce chapitre est de munir le texte d'une structure topologique, sous-jacente au processus de la compréhension qui s'effectue pendant la lecture. On va le faire après une analyse attentive de divers *procédés* de lecture qui s'effectuent dans le paradigme phonocentrique. Appelée phonocentrique elle aussi, cette topologie est liée étroitement à la structure naturelle d'ordre sur le texte.

2.1. Structure d'ordre. — Pour une classe de textes admissibles comme message dans la communication langagière, nous avons décrit plus ou moins explicitement deux paradigmes de lectures. Dans la suite, nous allons distinguer aussi les divers *procédés* de lecture. D'abord, tous procédés de lecture doivent respecter les règles conventionnelles de la langue à laquelle appartient le texte. L'une de plus essentielles parmi elles est celle imposée par la phonie. Cela veut dire que chaque langue écrite présuppose une certaine direction normative de lecture qu'il faut respecter comme celle utilisée par l'auteur. Pour les langues indo-européennes par exemple, c'est une direction de gauche à droite et de haut en bas.

Tout texte a donc une structure d'ordre sur l'ensemble des places occupées par ses éléments constitutifs, celle imposée par les règles conventionnelles d'une langue à laquelle il appartient. Formaliser cette conception dans le cadre d'une structure d'ordre consiste à préciser le niveau auquel il faut se placer pour discerner les éléments primitifs d'une totalité signifiante. A chaque niveau, il faut distinguer : 1° un tout, 2° ses partie signifiantes composées des éléments primitifs considérés à ce niveau comme irréductibles et 3° ces éléments primitifs eux-mêmes. Dans le chapitre précédent, on a appelé *locus* d'un texte un élément primitif considéré avec une certaine position qu'il occupe le long de la ligne d'écriture. Considéré au niveau inférieur, un locus se décompose, à son tour, en parties morphologiques signifiantes, composées des éléments primitifs (atomiques ou irréductible à ce niveau), et ainsi de suite. Cela peut être un énoncé, une phrase, un mot et même une lettre, suivant le niveau fixé d'analyse sémantique. Pour définir formellement ce qui est un locus, il faut d'abord fixer un niveau d'analyse structurale et puis définir un ensemble des éléments primitifs qu'on considère irréductibles sur ce niveau ; ceci étant, un *locus* (i, p) se caractérise par la donnée d'une place i le long de la ligne d'écriture et d'un élément primitif p qu'y se trouve. Quant il s'agit du sens d'un élément p, cela veut dire qu'on le considère isolement dans la situation hors-contexte. Quant il s'agit de la signification d'un locus (i, p), cela veut dire qu'on considère la signification de son élément p dans telle situation d'emploi compte tenu sa place i dans le texte. Dans la suite, on va parfois désigner un locus quelconque (i, p) par une seule lettre comme x, y, e, s,... tout simplement.

Expliquons la notion de locus par quelques exemples simplifiés :

1°. – Fixons d'abord le niveau de mots et considérons un mot, disons le mot « *mettre* ». Dans la plupart des jeux de mots, on le trouve comme un mot de six lettres tandis qu'il y a là seulement quatre lettres différentes. Dans notre terminologie, la situation se décrit tout simplement. Des éléments primitifs constituent un ensemble fini, disons A, des lettres de l'alphabet français au nombre de 26 minuscules et 26 majuscules, complété des lettres accentuées comme « *à* », « *À* »,... des ligatures comme « *œ* »,... etc. Il y a aussi un ensemble ordonné, disons I, constitué des six places consécutives (désignées comme « 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 ») sur lequel on définit une fonction dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans cet ensemble A des éléments primitifs. Une telle application de I dans A s'appelle encore *famille finie (ou séquence) d'éléments de A indexée par I* et se note $i \mapsto a_i$ ou $(a_i)_{i \in I}$. L'ensemble I s'appelle alors *ensemble d'indices*. Dans notre exemple, $a_1 = m$, $a_2 = e$, $a_3 = t$, $a_4 = t$, $a_5 = r$, $a_6 = e$, où a_i désigne la valeur prise de cette fonction en argument i ; dans cet exemple $a_3 = a_4 = t$. Selon la définition donnée ci-dessus, les loci sont les éléments du *graphe fonctionnel* de cette séquence, à savoir $\{(1, m), (2, e), (3, t), (4, t), (5, r), (6, e)\}$; on a donc deux loci différents $(3, t) \neq (4, t)$. Les syllabes, en tant que parties signifiantes, sont considérées comme de certaines restrictions de la séquence donnée. La structure d'ordre est définie bien naturellement sur l'ensemble des places occupées de lettres le long de « l'axe » de l'écriture et par conséquent sur l'ensemble des loci.

2°. – Passons maintenant au niveau immédiatement supérieur, celui de phrases, et prenons pour un exemple la phrase « *Pierre a entendu Paul chanter dans la rue.* ». Ici, l'ensemble ordonné d'indices se fait de neuf places consécutives occupés par les mots constitutifs de la phrase et par le point final. On peut encore les désignées comme « 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 », « 7 », « 8 », « 9 ». Elles constituent un ensemble ordonné $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ sur lequel on définit une fonction $(a_i)_{i \in I}$ dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans l'ensemble de tous les mots de la langue française complétée de signes de ponctuation qui est, cette fois, l'ensemble A des éléments primitifs. On a $a_1 = Pierre$, $a_2 = a$, $a_3 = entendu$, $a_4 = Paul$, $a_5 = chanter$, $a_6 = dans$, $a_7 = la$, $a_8 = rue$, $a_9 =$. dans cette exemple. Une telle fonction représente belle et bien la phrase donnée. Ici, les loci sont les éléments du *graphe fonctionnel* de cette séquence $(a_i)_{i \in I}$, à savoir l'ensemble suivant formé des couples ordonnés : $\{\ (1, Pierre),\ (2, a),\ (3, entendu),\ (4, Paul),\ (5, chanter),\ (6, dans),\ (7, la),\ (8, rue),\ (9, .)\ \}$. Ici encore, l'ensemble des loci est muni d'une structure d'ordre où $(i, m) \leqslant (j, n)$ si et seulement si $i \leqslant j$, quels que soient les mots m et n.

Composée des mêmes mots et signes de ponctuation, une autre phrase « *Paul a entendu Pierre chanter dans la rue.* » est représentée néanmoins par une autre fonction $(b_i)_{i \in I}$, où, par exemple, $b_1 = Paul$, tandis que $a_1 = Pierre$. Les parties significatives d'une phrase sont les syntagmes comme par exemple « *a entendu* » ou « *dans la rue* ». On définit le syntagme « *a entendu* » comme restriction de la fonction $(a_i)_{i \in I}$ sur le sous-ensemble $\{2, 3\} \subset I$.

3°. – Encore une fois passons au niveau immédiatement supérieur, celui de textes, et prenons par exemple un texte comme « Quatre coups de feu claquèrent. Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle. » pour le comparer avec un autre texte comme celui suivant « Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle. Quatre coups de feu claquèrent. ». Bien qu'ils soient composés d'un même ensemble des phrases, ces deux textes semblent avoir deux sens différents. La raison en est l'ordre des phrases. Ici, l'ensemble ordonné d'indices se fait de deux places consécutives occupées des phrases constitutives. On peut désigner ces places-là comme « 1 » et « 2 ». Elles constituent un ensemble ordonné $I = \{1, 2\}$ sur lequel on définit deux fonctions $(a_i)_{i \in I}$ et $(b_i)_{i \in I}$ dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans l'ensemble de toutes les phrases de la langue française qui est, cette fois, l'ensemble A des éléments primitifs. Si l'on considère le premier texte comme séquence $(a_i)_{i \in I}$, on appelle *loci* les éléments du *graphe fonctionnel* de cette séquence $(a_i)_{i \in I}$, à savoir l'ensemble suivant formé par deux couples : $\{(1,$ *Quatre coups de feu claquèrent.*$), (2,$ *Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle.*$)\}$.

De même pour la deuxième texte $(b_i)_{i \in I}$ le graphe fonctionnel est l'ensemble suivant : $\{(1,$ *Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle.*$), (2,$ *Quatre coups de feu claquèrent.*$)\}$. Il est clair maintenant que ces deux textes ont des loci différents, tandis qu'ils sont faits d'un même ensemble des phrases. Cette distinction nette entre l'ensemble des valeurs d'une séquence et son graphe fonctionnel nous permettra d'éviter des difficultés[12] dans l'analyse sémantique d'une totalité signifiante décrites par V. Descombes.

Le texte comme message implique locuteur dans une activité réceptrice dont le but principal est de comprendre le texte comme un tout, ce qu'on atteint par le processus, où l'on peut distinguer une hiérarchie de divers niveaux. A chaque niveau, la compréhension s'effectue selon un principe de compositionnalité qui a pour résultat la signification d'une totalité signifiante qui constitue un élément primitif au niveau immédiatement supérieur, où celui-ci participe, à son tour, avec les autres éléments du même espèce pour la mise en œuvre du principe de compositionnalité de significations de ce type supérieur.

Dans cette hiérarchie des niveaux de compositionnalité, il y a une analogie avec le travail d'ordinateur quand un programme fait appel à l'exécution d'un sous-programme ou encore avec une hiérarchie des classes en langue de programmation C^{++}.

Au niveau de compositionnalité qui porte sur l'espace d'une phrase, on considère une phrase comme séquence, ou également comme un ensemble des loci muni d'une structure d'ordre linéaire bien évidents. Selon le principe classique de compositionnalité, on obtient la signification d'une phrase (chacune à son tour) en fonction des significations de ses parties constitutives.

Au niveau de compositionnalité qui porte sur l'espace d'un texte, on considère un texte donné comme séquence de phrases, ou également comme un ensemble des loci muni d'une structure d'ordre linéaire, bien évidents eux aussi. Les parties signifiantes d'un texte obtiennent leurs significations en fonction des significations des phrases constitutives selon le principe généralisé de compositionnalité.

Le processus de lecture se déploie dans le temps suivant l'ordre naturel des éléments constitutifs du texte. Un texte court peut être lu d'un trait. Il en est autrement pour un texte plus ou moins étendu qui exige une lecture à plusieurs reprises. Normalement, on reprend la lecture à partir de la place qui suit immédiatement celle où on l'a remise, mais il peut arriver que l'on commence cette lecture à partir d'une place déjà lue. Et ainsi de suite, jusqu'à la fin. Ce processus de lecture à maintes reprises, qui se déploie dans le temps, a pour but de faire finalement un recouvrement du texte par un ensemble de ses fragments, chacun lu en respectant l'ordre naturel de ses éléments constitutifs. Ces lectures partielles s'enchaînent pour donner finalement la lecture du texte tout entier. La compréhension de la totalité d'un texte s'effectue donc à partir de ces lectures partielles comme un passage du local au global dans une démarche mentale formulée par un principe de compositionnalité généralisé pareil à celui de Frege. Un procédé de lecture se caractérise donc par le fait comment s'effectuent ces deux démarches : 1° le recouvrement du texte par un ensemble de ces fragments lus ; 2 ° l'attachement d'une signification à chaque fragment lu. Dans la suite de ce paragraphe, on va étudier les divers procédés de lecture dans le paradigme phonocentrique, ce qui permettra de munir le texte d'une topologie dites *naturelle* ou *phonocentrique*. Dans les chapitres 3 – 5, on va étudier le processus de compréhension d'un texte dans le paradigme phonocentrique de lecture. Dans le chapitre 6, on va étudier les conséquences topologiques

[12] V. Descombes, *Les institutions du sens*, Minuit, Paris, 1996, §15.3.

du paradigme *logocentrique* de lecture. Un examen attentif nous y permettra d'introduire une *topologie de Grothendieck* qui correspond au paradigme logocentrique de lecture ; ensuite, le processus de compréhension d'un texte dans ce paradigme de lecture sera étudié.

Procédés de lecture. — On commence par le cas d'un texte ordinaire dont n'importe quel fragment ne pose aucune difficulté de compréhension. Le procédé de sa lecture consiste seulement à couvrir l'ensemble du texte par les fragments lus. Normalement, à l'intérieur de chaque fragment, c'est une lecture qui suit l'ordre naturel des éléments constitutifs. Les fragments lus s'enchaînent, se chevauchent par ça et par là pour couvrir enfin la totalité du texte. On va appeler *ordinaire* ce procédé de lecture.

Bien que l'on puisse imaginer une situation de lecture d'un manuscrit illisible qui pose les problèmes à reconnaître un tel mot ou une telle lettre mal écrits, ce n'est pas là où s'effectue la compréhension du texte. Dans la suite, on va supposer « l'absence totale du bruit dans le canal de communication », c'est-à-dire aucun malentendu concernant la lisibilité de texte ; on va aussi supposer, pour ainsi dire, une *compétence technique absolue* de la part du lecteur, à savoir son aptitude complète de reconnaître dans le texte n'importe quel locus ou bien une partie quelconque. Cette supposition mérite de quelques commentaires. La relation de la partie au tout et celle du tout à la partie ont une spécificité dans le cas d'une totalité signifiante et intensionnelle qui est un texte. Comme une œuvre par son origine même, le texte est composé de divers éléments et de leur arrangement en parties significatives. Le concept de « partie d'un tout » a un autre sens dans les autres situations. Tel en est le cas d'une partie de navire plongée dans l'eau ou le cas d'une partie certaine du corps humaine ou encore celui d'une partie du paysage regardée par la fenêtre. Tous ces exemples-ci portent sur un tout qui précède les parties tandis qu'un texte contient toujours des indices explicites sur sa division en certaines parties significatives. Pour de telles raisons, on appelle *partition* le texte d'une composition musicale. Cela veut dire que la compréhension d'un texte comme un tout est possible grâce aux compréhensions de ses parties et c'est en ce sens que la compréhension d'un texte s'effectue comme un passage du local au global.

Il existe encore un autre procédé de lecture imposé soit par la nature extraordinaire du texte, soit par la situation extra-linguistique de son emploi. Tel en est le cas d'un texte sacré qui oblige un croyant de le lire et relire pendant toute la vie ou le cas d'un texte sacré dont la lecture fait un élément du rituel ou encore le cas d'un texte de l'ordre d'opérations militaire ou celui d'un verdict d'acquittement. Dans tous ces cas, la lecture d'un texte vise un but quelconque en outre de sa propre compréhension. On appelle *pragmatique* un tel procédé de lecture. Quand un croyant lit un texte sacré déjà lu, ce n'est pas seulement pour mieux le comprendre mais aussi pour s'affermir dans la foi. Quand on lit à plusieurs reprises une prière, c'est qu'on s'adresse à Dieu en espérant que ces prières instantes seront mieux entendues. Il y a donc une dimension *pragmatique* dans ce type de lecture.

Ce qui est essentiel, c'est qu'on attache finalement une et seulement une signification au fragment ainsi lu. Dans la suite, on va considérer une telle lecture du point de vue qui s'intéresse seulement à la compréhension des significations exprimées par le texte.

A noter encore qu'il y'a une certaine différence entre une seule lecture et des lectures réitératives en ce qui concerne le but. On lit à maintes reprises de certains morceaux d'un texte difficile ou spécial pour arriver à les comprendre tandis qu'un croyant lit trois fois de certaines prières qu'il comprend bien.

Grosso modo, la différence entre les procédés de lecture réside dans l'identité à soi-même pendant ce processus. En fait, la compréhension de quelque chose nouvelle a pour conséquence une certaine transformation de soi, et la personnalité se crée pendant ce processus. Dans la suite, pour simplifier l'exposition, on va s'abstraire de certaine dynamique de la personnalité qui se révèle différemment suivant le procédé de lecture. Un livre qui a complètement changé toute la vie de Dorian Gray est un cas tout à fait exceptionnel.

En ce qui concerne la compréhension, il y a encore une distinction entre la première lecture et une relecture disons n-ème. Le processus de la compréhension se développe différemment dans ces deux cas. Quand on est en train de lire quelque texte pour la première fois, on comprend seulement une partie du texte, celle déjà lue vers le temps actuel. Il en est autrement pour une lecture répétitive. Tout de même, tout texte se veut compréhensible dès la première lecture, c'est-à-dire qu'il a été écrit comme tel. De plus, pour la compréhension d'une partie quelconque du texte, l'auteur n'exige jamais d'un lecteur d'avoir lu des parties qui la suivent ; il suffit de lire seulement celles-ci qui la précèdent. C'est un principe fondamental de l'écriture dont on tient compte dans une relecture disons n-ème comme si elle en était la première.

Il existe encore un procédé de lecture dit *référentiel*. Il s'agit là de lecture à choix d'un morceau particulier dans un ouvrage de référence comme par exemple un manuel ou un dictionnaire.

En ce qui concerne les textes qui présupposent le procédé référentiel de lecture, il faut distinguer quelques cas nettement différents.

D'abord, il y a de gros livres scientifiques qui comptent plusieurs centaines de pages et qui couvrent toute la connaissance humaine dans un certain domaine du savoir. C'est une bonne source des références particulièrement utile aux spécialistes mais rares sont ceux qui l'ont lue dès le début jusqu'à la fin. En principe, on peut imaginer une lecture pareille et comme telle elle a une différence essentielle par rapport à une lecture dite ordinaire. Ici, le processus de compréhension présuppose la compétence en matière pour un lecteur présumé. L'ignorance d'une chose banale peut rendre incompréhensible une grande partie sinon la totalité du texte.

Ensuite, il y a aussi toute une production littéraire qu'on ne peut aucunement traiter comme un seul texte mais qu'il faut traiter comme un ensemble des textes. Ce sont des magazines et des journaux, des bulletins scientifiques, des comptes-rendus, des œuvres complètes, etc. Bref, ils sont tous des recueils de textes réunis dans un ordre contingent et non pas un texte. Dans la suite, on va supposer que la compréhension d'un tel recueil des textes se ramène aux leurs compréhensions indépendantes. On ne considère jamais une bibliothèque comme un texte ! Donc, on va les exclure de notre considération.

Enfin, il y a des textes exceptionnels sur le plan communicationnel comme la plupart des dictionnaires. Bien qu'il soit un recueil des articles réunis en bloc dans un ordre alphabétique comme une source de références, le dictionnaire ne porte aucun message. Sa lecture systématique apporte une connaissance des moyens expressifs d'une langue à une époque donnée mais ne contient aucun message à communiquer. Nous voudrions insister sur le fait que tous les dictionnaires sont exclus de notre considération comme étant hors de la communication. Ici, il faut être prudent ! Le *Dictionnaire Khazar* de Milorad Pavić n'est pas un véritable dictionnaire du tout ; il exige une lecture ordinaire, dès le début vers la fin. Risquons même à supposer que son titre a été choisi pour laisser entendre que l'œuvre ne porte aucun message en ce qui concerne des événements historiques qu'elle décrits. Pour simplifier l'exposition, on va exclure de considération les textes qui exigent le procédé référentiel de lecture compte tenu des remarques que nous avons faites ci-dessus.

Dans la suite, on va se restreindre aux textes qui exigent une lecture ordinaire considérée du point de vue de la compréhension. Ce qui est principal pour ce procédé de lecture, c'est qu'une telle lecture n'intervient pas dans la trame du texte. C'est une lecture du texte tel quel. La compréhension en est fortement influencée par la priorité accordée à la phonie dont l'exemple le plus clair nous témoigne la poésie. Ils appartiennent donc au paradigme phonocentrique.

Nous avons essayé de décrire plus ou moins explicitement la classe des textes admissibles parce que la théorie cherche à formuler les lois de compréhension qui concernent de divers textes et pas un seul. Ces lois sont propres aussi aux procédés de lecture ; donc il faut porter l'attention sur des textes appropriés et leurs procédés de lecture pour développer une théorie adéquate de la compréhension.

Dans ce qui suit, une analyse attentive de procédés de lecture nous permettra d'introduire sur l'ensemble ordonné des loci d'un texte une topologie naturelle qui a pour son origine des liens sémantiques qui distinguent un texte par rapport à une séquence des phrases contingentes. De prime face, la structure d'ordre en provenance d'un texte paraît très simple comme isomorphe à l'intervalle $[1, n]$ des nombres entiers naturels. La raison en est pure et simple, c'est dominance phonocentrique ! La langue écrite traduit les sons, qu'émet notre voix, à l'aide de lettres qui forment un texte qui apparaît à l'œil qui lit. Le texte reproduit ainsi le développement dans le temps d'un discours prononcé. C'est une forme enracinée dans la tradition d'imprimerie. Mais pour ce qui concerne le fond, qu'est-ce qu'on peut trouver outre cette structure d'ordre ? Prenons par exemple un texte qui compte quelques centaines de pages. Dans ce texte, il y a certainement des parties plus ou moins indépendantes dont l'ordre d'apparition dans le texte est résultat d'une inévitable linéarisation impliquée par la forme écrite du message et non pas par son contenu. Certainement, il y a aussi des fragments où les phrases sont liées dans un fil de narration ou de raisonnement ; on ne peut pas intervenir dans leur ordre sans déformer le sens, car les phrases déjà lues constituent ici un contexte pour la compréhension des phrases suivantes. Ce mouvement sur l'échelle de dépendance contextuelle est toujours présent dans la conscience du lecteur comme une certitude d'avoir arrivé de temps à l'autre, à une phrase qui est point important dans le cours de compréhension . La plupart d'eux sont marqués explicitement dans le texte, mais en tant que lecteurs, nous avons toujours une opinion sur la dépendance véritable des parties constitutives du texte voulue par l'auteur. Cela veut dire qu'il y a dans le texte une structure topologique qui est déterminée sémantiquement ; il en sera question dans le paragraphe suivant.

2.2. Structures topologiques. — On a déjà constaté une structure d'ensemble ordonné d'origine textuelle qui est propre au paradigme phonocentrique de lecture. La structure d'ordre se manifeste à tout niveau d'un texte qui présuppose le procédé ordinaire de lecture. Ce qui nous intéresse principalement, c'est le niveau de texte et aussi celui de phrase. Nous considérons le texte en lecture comme une séquence des phrases (ses éléments primitifs) ; le *graphe fonctionnel* de cette séquence nous fournit un ensemble ordonné (constitué des loci), où des liens sémantique du texte se manifestent par une certaine structure topologique. Il en est de même au niveau de phrase laquelle nous considérons comme une séquence des morphèmes dont le graphe fonctionnel représente un ensemble ordonné (constitué des loci) lequel on peut munir bien naturellement d'une topologie liée au processus de compréhension.

Dans ce qui suit, pour simplifier l'exposition, on va couramment identifier le texte en question avec cet ensemble ordonné des ses loci, où nous allons définir de façon naturelle une structure topologique. De même, on va parfois identifier une phrase avec l'ensemble ordonné de ses loci.

Il est bien connu qu'une structure d'ordre sur un ensemble permet d'y définir de diverses topologies. Du point de vue le plus simple, chaque point $x \in X$ d'un ensemble ordonné possède un système des voisinages dont la base est l'ensemble de tous les intervalles tels que $x \in (y, z) = \{ l : y < l < z \}$. Toutefois, cette topologie est dénuée d'intérêt pour nous. C'est que, dans un espace topologique, les ensembles ouverts se caractérisent par la propriété de contenir chacun de ses points avec un voisinage tout entier contenant des points qui lui sont proches. Donc c'est la notion de proximité naturelle qui permet de définir une topologie pertinente sur un texte. Pour munir un texte admissible d'une topologie qui reflète bien ses propriétés sémantique, il faut pertinemment choisir le système des voisinages de base. C'est une question importante et nous allons en donner la réponse à la suite d'un raisonnement plus ou moins étendu.

Considérons d'abord le langage parlé. Dans la conversation, une phrase contient toujours des marques acoustiques explicites de subdivision telles que les pauses et l'intonation qui permettent à l'auditeur d'analyser automatiquement les syntagmes constitutifs, ce qui facilite ainsi la compréhension. Nous voulons formuler une loi qui se manifeste avec une régularité insistante à tous les niveaux sémantiques : discours, phrase et syntagme.

Discours. — Tout discours est centré autour d'un *thème* qui en est la raison d'être et l'objet principal, c'est ce dont parle le locuteur, et c'est quelque chose dont on a l'intention de donner des informations. On constate donc qu'un discours se caractérise par l'unité de thème qui traverse toutes ses parties sémantiques. C'est normalement, quand on dit d'abord de quoi il s'agira et puis on dit ce qu'on a à dire. Mais cela ne suffit pas pour un discours ; même si les thèses principaux sont annoncées dès le début, il faut les argumenter ; donc il faut exposer le thème et le traiter. Cela peut exiger la subdivision du discours suivant un plan quelconque. Et même si l'idée centrale d'une telle partie quelconque est annoncé au commencement pour anticiper son exposé, il faudra ensuite présenter une exposition argumentée. Mais on ne fait pas toujours de telle manière et même inutile de le faire parce que l'auditoire, elle est ici, et que le locuteur qui prononce un discours en sa présence peut être interrompu par une question ou par la demande de répéter. Normalement, on procède par une chaîne de phrases au bout de laquelle on affirme quelque chose du genre « ce qu'il fallait démontrer ». Au cours de cette période, l'auditoire cherche à comprendre où veut-il en venir, le locuteur. Et la signification de chaque phrase reste en quelque sorte suspendue jusqu'au moment de l'issue du raisonnement sur une phrase qui est nettement marquée par la prosodie comme celle qui termine cette unité constitutive de discours. Après cette phrase, on comprend cette chaîne de phrases prononcées : où a-t-il voulu en venir, le locuteur, et ce qu'il a voulu exprimer par toutes les phrases de cette unité. Le discours se déploie dans le temps, les paroles s'en volent mais la dernière parole d'une période suivie d'une pause résonne encore dans cette tranche de silence accordée pour le travail intellectuel de compréhension. Voilà, on a saisit la signification de cette partie sémantique. Sinon, on a compris tout au moins qu'elle est terminée et si le discours prolonge, le locuteur commence à développer une partie suivante qui se distingue sémantiquement. Il en est de même pour cette partie, durant laquelle la chaîne argumentative se déploie inprévisiblement pour se terminer par une phrase qui est nettement marquée par les moyens prosodiques comme dernière de cette partie sémantique. Si le discours prolonge, ces marques expriment aussi que la phrase suivante en commence encore une partie sémantique. Et ainsi de suite jusqu'à la fin du discours, les parties constitutives d'un certain niveau se sont placées dans une perspective hiérarchique intégratoire pour constituer une unité de niveau immédiatement supérieur.

Comprendre un discours, ce n'est pas seulement passer d'une phrase à l'autre mais aussi saisir la signification des unités de niveau supérieur constituées de phrases et passer d'un tel niveau à l'autre.

Phrase parlée. — Comme l'unité signifiante, la phrase est 1° un syntagme ou une séquence de syntagmes 2° organisés en vue d'exprimer une signification 3° suffisante pour la communication 4° dont la terminaison est explicitement marquée. Cela veut définir phrase comme une unité de plusieurs syntagmes de catégories différentes.

Selon la définition de J. Dubois : – « Le *syntagme* est formé de la juxtaposition de segments, unités qui lui sont immédiatement inférieurs ; il se définit par rapport à la phrase comme un élément constituant, et par rapport au segment comme un élément constitué ; un mot peut faire à lui tout seul un syntagme (ainsi les pronoms personnels) »[13] ; mais normalement, un mot est

[13] J. Dubois, *Grammaire structurale du français : nom et pronom*, Librairie Larousse, Paris, 1965, p.11.

combinaison de segments qu'on appelle le plus souvent *morphèmes*.

Prenons les morphèmes pour les éléments primitifs d'une phrase et considérons la phrase comme unité signifiante constituée d'une séquence de syntagmes dont les limites sont marqueées par les divers moyens prosodiques et lexiques. Considérons de plus près le processus de compréhension d'une phrase par un auditeur dans le cas d'un discours ou d'une conversation. On entend une séquence des syntagmes dans la chaîne sonore dont le développement est imprévisible. On commence le traitement de l'information reçue mais les significations des syntagmes entendus restent toujours suspendus avant que la phrase ne soit pas terminée. Tous les interprètes synchroniques se rappellent bien une situation quand un locuteur, qui commence déjà à prononcer une phrase, ne sait pas encore comment il va la terminer. Non plus l'auditeur ne puisse-t-il le savoir ; mais comment peut on concevoir l'intention de locuteur et comprendre une phrase qui ne soit pas encore terminée ! On peut comprendre seulement ce qu'on a entendu.

Cette propriété de l'imprévisibilité de chaque syntagme à l'intérieure d'une phrase illustre bien un manuel de conversation de J. Harvard[14], où la construction de diveres phrases est présentée dans chaque leçon par une série des tableaux. On peut en obtenir une phrase modèle par lecture de ce tableau, de gauche à droite, en y choisissant un syntagme par colonne. L'auditeur qui entend dire : « L'été ... » ne peut aucunement prévoir quel syntagme va suivre ; il peut seulement être sûr qu'il faut attendre encore quelque chose si le syntagme entendu en ce moment ne soit pas marqué par les moyens prosodiques comme dernier de cette phrase.

Dans une conversation, les interlocuteurs interviennent pour la plupart des cas par un énoncé constitué d'une seule ou de quelques phrases. Dans un discours que l'on écoute, la quantité de phrases peut être très variable. Mais dans tous ces cas, la position d'un syntagme est interprétée comme dernière d'une phrase quand qu'elle est marquée mélodiquement comme telle selon le type de phrase, les habitudes intonatives de telle langue et parce qu'elle est suivie d'une pause.

Cette pause exprime que la phrase est terminée et également fournit une tranche du temps pour le traitement d'information reçue. Dans cette pause s'actualisent les significations des tous les syntagmes constitutifs de la phrase pour en composer la signification d'une phrase comme totalité saisie au « moment tilt » de la compréhension. Cette capacité compositionnelle de recouvrer la signification d'une totalité à partir des significations de ses constituants est résumé par le principe compositionnel de Frege. C'est ainsi que la chaîne de sons entendus est percevable comme séquence des phrases comprises.

Syntagme d'une phrase parlée. — Il en est de même pour un syntagme à l'intérieur d'une phrase. J.- P. Vinay écrit qu'en français parlé « le segment important de chaque groupe minimal est évidemment le dernier. C'est après lui que viendra la pause, et souvent c'est là que s'articule le changement mélodique. Mais il y a d'autres marques, qu'il faut connaître : *a. Présence de voyelles longues.* [...] *b. Absence de liaison.* [...] *c. Morphophonologie.* [...] *d. Choix de mots.* [...] *e. Longueur des syntagmes : le rythme.* [...] »[15]. (Ici, le « groupe minimal » signifie ce qu'on appelle « syntagme » auparavant.)

Cette fois encore, le dernier segment d'un syntagme est toujours marqué, ce qui rend syntagme percevable par l'écoute comme une séquence de segments (morphèmes). Quant à la définition exacte, il y a une discordance terminologique venant de divers traditions grammaticales. « La détermination des morphèmes, unités significatives minimales, se heurte, dans la pratique, à cette difficulté que le morphème doit être à la fois un élément matériel – un segment de la chaîne parlée

[14] J. Harvard, *Conversational French*, University of London Press, London, 1966, p.13.

[15] J.- P. Vinay, *Les cadres de la phrase* in A. Rigault (éd.) *La grammaire du français parlé*, Hachette, Paris, 1971, p.125.

– et le support d'une signification. »[16]

On ne peut pas comprendre le sens d'un syntagme, avant que la séquence de ses segments (morphèmes) constitutifs ne soit pas terminé. Pour exprimer mieux cette idée, nous empruntons à J. Dubois[17] un exemple : – « Ainsi lorsque l'on a énoncé la syllabe *ca-* un nombre important de mots sont encore possibles, et cependant de très nombreux termes sont déjà exclus. Si l'on énonce une deuxième syllabe *capi-*, on obtient pour la syllabe suivante une probabilité plus grande puisque, dans l'ensemble significatif des mots commençant par ce deux syllabes, je trouve *capitale, capital, capiton,* etc. Si j'énonce *capital* – je trouve alors un nombre plus restreint de mots (*capitalisme, capitaliste,* etc.) et la probabilité de la syllabe suivante est encore plus grande ». Il continue ensuite par un raisonnement statistique, ce qui nous intéresse moins, mais nous tirons de cet exemple une autre conclusion : Cette chaîne de devinettes se terminera quand on entend une syllabe marquée comme dernière. Une fois la séquence de segments terminée, leurs significations s'actualisent pour composer la signification de tout syntagme.

Dans un texte, tous ces moyens nuancés, qui disent qu'un syntagme en lecture est terminé, sont réduits aux signes de ponctuation. Cet appauvrissement du texte par rapport au discours complique parfois la compréhension.

Conclusion. — On peut maintenant formuler cette loi omniprésente ou plutôt une règle qui se profile avec insistance à tous les niveaux de discours : Il existe un mécanisme prosodique de partition sémantique qui fonctionne comme certains habitudes langagières à chaque niveau de discours. Grâce à lui, l'auditeur possède un repère sur l'axe temporaire de la chaîne de sons entendus. Ces marques explicites de délimitation sémantique sont tributaires probablement de l'imprévisibilité des éléments constitutifs du segment en question.

Toute unité de signification qui appartient à un certain niveau s'intègre dans un niveau supérieur pour y participer au processus compositionnel de significations. A chaque niveau, la compréhension s'effectue selon un principe de compositionnalité qui définit la signification d'une unité sémantique à partir des significations de ses segments constitutifs ; cette signification ainsi définie participe, à son tour, avec les significations d'autres unités de la même espèce pour la mise en œuvre du principe de compositionnalité de significations de ce type supérieur. Cette loi fonctionne au niveau d'une phrase et au niveau d'un syntagme aussi bien qu'au niveau d'une partie signifiante de discours ou d'un discours tout entier. Elle est présente dans l'intuition du sujet parlant de telle langue et il faut que l'herméneutique rende compte de cette intuition.

Cas intermédiaires de communication langagière. — Les choses se compliquent quand on écoute un message par le média. Il est arrivé parfois à chacun d'être dans la situation d'avoir perdu le fil conducteur de raisonnement d'un discours télévisé ou radiophonique. On se pose des questions pour bien le reprendre. Tout de même le discours se prolonge et il faut le suivre. Dans une situation pareille, la dernière parole n'apporte parfois aucune compréhension. On se sent mieux avec le commencement de la période suivante. Comme il serait mieux parfois d'avoir le texte sous les yeux ! On y peut toujours revenir au commencement du fragment qui pose des problèmes.

Considérons maintenant le langage écrit. Dans la situation d'une communication par écrit, il y a aussi une règle pareille à celle de langage parlé qui se manifeste avec une régularité insistante à tous les niveaux sémantiques : texte, phrase et syntagme.

Texte. — Prenons comme exemple une situation où la lecture d'un texte n'est pas obligatoire. Dans ce cas, c'est notre intérêt qui guide la lecture. Bien sûr, nous avons déjà une certaine

[16] O. Ducrot, T. Todorov *Dictionnaire encyclopédique des sciences du langage*, Seuil, Paris, 1972, p.259.

[17] J. Dubois, *Grammaire structurale du français : la phrase et les transformations*, Librairie Larousse, Paris, 1969, p.10.

pré-compréhension du contenu qui nous a fait choisir ce texte-là mais rien ne nous fera le lire s'il trompe l'attente. Suite à une banalité ou à un concours des clichés notre intérêt se dissipe peu à peu et nous laissons la lecture inachevée. Appelons *point de sortie* le locus où s'achève notre lecture.

De bons écrivains savent qu'il faut toujours réchauffer l'intérêt de lecteur. Un bon livre c'est celui dont on ne peut pas abandonner facilement la lecture. Un écrivain de talent retient toujours notre intérêt pendant la lecture. De ce fait, un beau texte pose toujours un problème si l'on veut remettre à plus tard sa lecture. Et tout en lisant on cherche un locus y le plus approprié. On va toujours appeler ce locus y *point de sortie*. Une chose importante : dans ce cas-là le locus y', qui suit immédiatement y, est encore un *point d'entrée* au sens évident car la lecture du texte sera reprise à partir du locus y'.

Un mauvais texte, c'est un texte dont chaque locus est un point de sortie ! Néanmoins, il ne faut pas penser qu'un beau texte n'a qu'un seul point de sortie, à savoir la fin. Bien au contraire, chaque texte a un certain nombre des points de sortie dits naturels. Ce sont ceux liés intimement à la division du texte en parties sémantiques. Il y a d'abord ceux que l'on voit, pour ainsi dire, à l'œil nu. Ils sont liés à la division du texte en livres, chapitres, articles, sections, paragraphes, alinéas, énoncés. Ces niveaux de division sont liés entre eux selon un type d'intégration hiérarchique. Les unités sémantique au-delà de la phrase sont en fait des unités de signification. Au niveau le plus élevé, on constate qu'un discours (ou un texte) se caractérise par une *unité de thème* qui traverse toutes ses parties sémantiques constitutives de niveau immédiatement inférieur, disons chapitres. Les chapitres se trouvent dans les relations sémantiques entre eux de telle façon qu'ils expriment ensemble quelque chose sur le thème principal de tout texte. Chaque chapitre se caractérise, à son tour, non seulement par l'ensemble des articles, des sections ou des paragraphes qui le constituent mais aussi par un thème qui les réunit. Et ainsi de même pour la subdivision d'un paragraphe en des alinéas. Constitué des énoncés, l'alinéa se caractérise, lui aussi, par l'unité d'un thème exprimé explicitement ou implicitement dans l'un de ses énoncés. Caractérisé par l'unité d'un thème, l'énoncé est une séquence des phrases qui l'expriment. Il existe quelques types sémantiques des énoncés. Les moyens spécialisés que nous appelons *points d'entrée* et *points de sortie* signalent les limites de l'énoncé.

Un alinéa peut contenir un où plusieurs énoncés. En ce qui concerne l'appellation *énoncé*, il n'existe pas de l'unanimité terminologique. Selon R. Barthes[18] « un énoncé [...] n'est rien d'autre que la succession des phrases qui le composent ». Nous reprenons ce terme pour designer ce que V. Gak[19] appelle *unité superphrastique (u.s.)* qui « est l'unité essentielle du texte, plus importante que la phrase. On la distingue du paragraphe aussi bien que de l'alinéa [...] Entre une phrase et l'*u.s.* on trouve des phénomènes intermédiaires tels que les phrases supercomplexes, la période et la parcellation. [...] Sur le plan sémantique, l'*u.s.* est caractérisée par une *unité de thème* (le micro-thème) ». Parmi les moyens qui indiquent les limites des unités superphrastiques, V. Gak note[20] ceux grammaticaux et lexicaux. Mais il y en a pas mal d'autres indices qui ne sont pas aussi évidents parce qu'ils sont liés au déroulement sémantique de l'écriture. C'est là où se cache le travail d'auteur. Mais au niveau supérieur que celui d'énoncé, les points d'entrée et de sortie sont exprimés par la division explicite du texte en alinéas, paragraphes, sections, chapitres, etc. Il est clair que le point d'entrée du premier énoncé d'un alinéa marque aussi le commencement de cet alinéa et sert ainsi le point d'entrée pour lui ; de même pour les paragraphes, etc.

Il faut souligner ici que tout ce que nous avons déjà dit à propos des notions de points d'entrée

[18] R. Barthes, *Introduction à l'analyse structurale des récits*, in *Communications, 1966*, Seuil, Paris, 1981, p.9.

[19] V. Gak, *Grammaire théorique du français. Syntaxe*, en russe, Moscou, Vysšaja škola, 1986, p.199, 218.

[20] V. Gak, *Op. cit.*, p.207-208.

et de sortie naturels d'un texte ne concernait pas leurs définitions formelles. C'était plutôt une tentative de préciser la notion intuitive d'un point de sortie comme un locus tel que l'on a le sentiment « d'avoir mis les points sur les i », c'est-à-dire d'avoir compris sans réserve l'unité sémantique qu'on a lue. La phrase qui est un tel point de sortie termine ainsi une séquence de phrases dont les significations étaient jusqu'alors suspendues. C'est aussi le moment approprié pour y poser un commentaire, soit en bas de la page soit à la fin du texte. Enfin, si l'on essaie de commenter un livre au maximum (sans le transformer en dictionnaire), ce sont les points de sortie qui s'imposent bien naturellement. Un texte poétique, notamment en vers libres, représente encore un bon exemple des points dits de sortie et d'entrée particulièrement sensibles pendant la lecture. A noter encore que cette appellation de point de sortie est en quelque sorte inexacte ou détournée car ce n'est pas un point où l'on quitte la lecture, parce que l'on n'ouvre pas un livre pour y trouver le point de sortie le plus proche ; quelque chose pareille est dite allusivement dans une drôle de chanson célèbre. Dans un point de sortie, on pourrait arrêter temporairement la lecture pour la reprendre plus tard. Ce sont plutôt les points où l'on peut dire que ça fait tilt ! On vient de saisir la signification d'une partie sémantique du texte. En ce moment-là, on a le sentiment pareil à celui décrit par H. Poincaré comme éprouvé de lui-même au moment précis d'une invention mathématique : – « l'idée me vint, toujours avec les mêmes caractères de brièveté, de soudaineté et de certitude immédiate »[21].

Dans un point d'entrée, on reprend la lecture remise autrefois ; même si l'on n'a pas marqué ce point-là par un signet, on cherche un point d'entrée approximatif le plus proche parmi ceux de commencement d'un alinéa, d'un paragraphe sinon d'un chapitre. Tels sont les places où l'on commence une lecture à la hâte d'un livre pris du rayon dans une librairie ou dans une bibliothèque pour s'en faire connaître rapidement le contenu.

Mais qu'est-ce qu'une signification au moment où la compréhension arrive si ce n'est une réponse pertinente à une question sous-entendue, en quelque sorte une rencontre heureuse. Et on cherche la signification d'un message dans la conversation par le jeu des questions et des réponses. Dans un texte, au contraire, le but d'un énoncé a quelque défaut car il peut servir une réponse à une multitude des questions possibles, d'où vient la possibilité des compréhensions multiples. Cela veut dire que ces points dits de sortie et d'entrée constituent les pivots informatiques du texte, tant sur le plan sémantique que sur le plan de l'agencement compositionnel.

Phrase écrite. — Dans une situation de lecture, on voit le texte qui est découpé bien approximativement au moyen des signes de ponctuation qui sont partiellement obligatoires, partiellement facultatives dans la plupart des langues indo-européennes. Il existe entre eux une certaine gradation qui va du niveau morpho-syntaxique au niveau logico-sémantique. Parmi les signes morpho-syntaxique ceux principaux sont la majuscule et le point final qui servent à délimiter une phrase. Les signes logico-sémantique sont utilisés par l'auteur pour exprimer certaines options sémantiques et stylistiques dans la mesure admise par les règles. Tous les moyens faibles de la ponctuation ne permettent nullement pas d'exprimer une mélodie nuancée de l'intonation, des pauses et des ruptures d'une phrase. De plus, un signe de ponctuation mal placé peut déformer le sens du texte en lui imposant une compréhension incorrecte. Citons un exemple célèbre de J.-C. Chevalier : – « Il est interdit de jouer au ballon, avec les pieds sur la plage. »[22]. Et puis encore, certains poètes modernes ne ponctuent guère leurs poèmes ! Cela oblige un lecteur de porter l'attention dans le texte sur ces marques particulières des segments sémantiques.

Le point est un signe essentiel de ponctuation ; il marque une pause à la fin d'une phrase. Nous avons déjà défini la phrase comme l'unité minimale de communication ; et comme une goutte

---

[21] H. Poincaré, *Science et Méthode*, Flammarion, Paris, 1908, p.52.

[22] J.- P. Vinay, *Op. cit.,* p.122.

d'eau reflète tout un océan, la compréhension d'une phrase contient les procédés constitutifs propres à la compréhension d'un texte quelconque.

Considérons le cas particulier de lecture d'une phrase appartenant à une partie de texte. La définition de syntagme pour une phrase écrite reste le même que celle pour une phrase parlée. La notion de point de sortie se transforme ici dans celle de point qui marque la dernière morphème d'un syntagme. Dans l'exemple qui suit, nous délimitons les syntagmes au moyen de traits verticaux superposés aux espaces blancs d'un texte. C'est un texte de A. France cité par J.-P. Vinay comme un modèle qui pourrait servir des exercices à l'étude des marques de la phrase : « Sur un cour| où s'élevait un arbre de la liberté,| un peuplier| dont les feuilles agitées rendaient un perpétuel murmure,| la chapelle| lourdement coiffée de tuiles| présentait| son pignon nu| percé d'un œil-de-bœuf| et d'une porte cintrée| que surmontait le drapeau aux couleurs nationales.| »[23]. Cet exemple illustre bien que les signes de ponctuation conventionnels ne marquent que certains syntagmes ; les autres doivent se dégager du contexte et de la situation de lecture.

Il serait possible de multiplier ces types d'exemple pour démontrer bien l'existence de ces marques dites *points de sortie* et *points d'entrée* dont l'usage implicite est impliqué dans le processus de compréhension d'un texte écrit. Une marque le plus explicite d'un point de sortie est un point à la fin d'une phrase ; celle d'un point d'entrée est une lettre majuscule commençant un mot au début d'une phrase.

Donc, ces notions de point d'entrée et de point de sortie restent toujours valables dans le cas où l'on a pris pour loci les segments de texte plus petits qu'une phrase.

Syntagme d'une phrase écrite. — Dans un texte, le signe linguistique se propose sous une apparence graphique. Au niveau de syntagme, la vision a évidemment un certain avantage comme canal de transmission informatique. La plupart des syntagmes courts peuvent être saisis par un seul coup d'œil, ce qui facilite considérablement leur compréhension. Tout de même, notre analyse précédente concernant le décodage d'un syntagme parlé reste toujours valable. D'abord, parce que la lecture par les yeux est toujours suivi d'une parole intérieure. Puis, parce qu'il y a des cas où les yeux nous faillent : on ne peut pas voir entièrement un syntagme partagé entre les deux pages ou les deux lignes ; de plus, dans toutes langues européennes, il existent encore de gros mots insaisissables par un seul regard. La conclusion en est le même que pour les syntagmes écrits : Le sens d'un syntagme se compose des sens de ses segments constitutifs seulement après que leur lecture a été terminée.

Conclusion. — On peut maintenant formuler cette loi omniprésente ou plutôt une règle qui se manifeste à tous les niveaux de texte : Il existe un mécanisme de partition sémantique qui fonctionne comme certaines habitudes langagières à chaque niveau de texte. Grâce à lui, le lecteur possède un repère sur l'axe temporaire de la chaîne de loci lus. Ces marques explicites de délimitation sémantique sont tributaires probablement de l'imprévisibilité des éléments constitutifs du segment en question.

Toute unité de signification qui appartient à un certain niveau s'intègre dans un niveau supérieur pour y participer au processus compositionnel de significations. A chaque niveau, la compréhension s'effectue selon un principe de compositionnalité qui définit la signification d'une unité sémantique à partir des significations de ses segments constitutifs ; cette signification ainsi définie participe, à son tour, avec les significations d'autres unités de la même espèce pour la mise en œuvre du principe de compositionnalité de significations de ce type supérieur. Cette loi fonctionne au niveau d'une phrase écrite et au niveau d'un syntagme aussi bien qu'au niveau d'une partie signifiante de texte. Elle est présente dans l'intuition de chaque sujet parlant de

[23] J.- P. Vinay, *Op. cit.,* p.130.

telle langue, soit il l'auteur du texte, son destinataire présumé ou son lecteur actuel, et il faut que l'herméneutique rende compte de cette intuition.

Topologie phonocentrique. — Nous avons consacré beaucoup du temps pour énoncer une règle qui se manifeste à tous les niveaux de discours et de texte. Nous voulons maintenant munir tout texte admissible d'une topologie appropriée afin que cette règle se traduise par les propriétés topologiques. Rappelons que nous considérons le texte donné comme une séquence de ses phrases constitutives ; on suppose sur ce niveau d'analyse que la phrase est un élément primitif du texte, compte tenu qu'elle est unité minimale suffisante pour la communication. On a déjà montré que le graphe fonctionnel de ladite séquence de phrases constitue un ensemble ordonné dont les éléments nous avons appelés *loci*. On identifie bien naturellement le texte avec l'ensemble ordonné de ses loci. Cet ensemble-ci sera muni d'une structure topologique. Pour l'ensemble des points d'un tel espace topologique, nous prenons donc l'ensemble ordonné des loci du texte donné.

Tout de même, la plupart des raisonnements suivants restent toujours valables sur les autres niveaux d'analyse ; voilà pourquoi dans la suite nous parlons des phrases en les appelant loci.

En tant qu'un élément constitutif du texte, une phrase est considérée comme dotée de signification dans un processus de compréhension selon le principe compositionnel classique de Frege. On verra qu'une généralisation de tel principe de compositionnalité de significations s'effectue au niveau de texte.

Il faut souligner ici la différence de notre approche avec celle de la logique formelle ou traditionnelle. Nous n'exigeons pas d'une phrase qu'elle soit toujours vraie ou fausse. Au contraire, loin de là. Nous supposons par exemple qu'un texte qui traite de la chasse aux licornes ou bien le vers célèbre « La terre est bleue comme une orange » sont dotés de significations et susceptibles d'être compris même s'ils ne sont ni vrais ni faux. On remarque de même qu'un texte littéraire moins exotique contient pas mal des phrases bien compréhensibles sans supposition que leur usage correct repose sur une possibilité de vérification. Cette question suscite des nombreuses discussions philosophiques dont le contenu est bien décrit dans un acticle de F. Pataut[24] qui rend compte d'un ouvrage de N. Tennant[25]. « Conformément à la théorie dite « vériconditionnelle » de la signification, la signification des phrases d'un langage est déterminée par leurs conditions de vérité. [...] Qu'est-ce que l'argument de la manifestabilité ? C'est l'argument conçu par Dummett pour mettre en demeure le partisan de la théorie vériconditionnelle de montrer qu'en règle générale les conditions de vérité sont bien le genre de conditions qui font l'objet de la compétence sémantique des locuteurs. Autrement dit, comme l'explique très clairement McDowell [...], c'est l'argument qui consiste à exiger du partisan de la théorie vériconditionnelle qu'il *fonde* sa théorie des conditions de vérité dans la pratique linguistique. »[26]. Au fond, comprendre un énoncé, c'est en saisir une signification indépendamment de toute prise de position à l'égard de sa valeur logique ; sinon l'apprentissage d'une langue naturelle serait impossible si l'on met la compréhension d'une signification en dépendance de notre capacité d'en déterminer la valeur de vérité.

Dans la suite, nous revenons au niveau de phrase pour considérer aussi comment s'y effectue le processus de compréhension. Toute la théorie formelle développée par la suite reste toujours valable pour le choix des éléments primitifs sur un autre niveau d'analyse sémantique.

---

[24] F. Pataut, *Quelle logique une sémantique anti-réaliste peut-elle espérer justifier ?* , in *L'âge de la science : lecture philosophiques*, n° 4 « Philosophie de la logique et philosophie du langage » I, Sous la direction de J. Bouveresse, Odile Jacob, Paris, 1991, p.121-151.

[25] N. Tennant, *Anti-realism and Logic*, vol. 1 : *Truth as Eternal*, Clarendon Press, Oxford, 1987.

[26] F. Pataut, *Op. cit.,* p.135,136.

Nous allons maintenant munir tout texte admissible d'une topologie appropriée afin que ces propriétés topologiques soit liées avec celles sémantiques. Pour munir un ensemble d'une structure topologique, il faut définir ce qu'on appelle *base des voisinages*. Soit X un texte admissible. Notre but consiste à définir pour chaque locus $x \in X$ les voisinages de base qui satisfont aux axiomes topologiques bien connus. Nous avons déjà constaté l'existence des loci de deux types particulièrement importants sur le plan sémantique, à savoir les points d'entrée, disons e_1, e_2, $\ldots$ e_n et les points de sortie, disons s_1, s_2, $\ldots$ s_n. Ils divisent le texte, qui est un ensemble ordonné, en séquence des intervalles $[e_1, s_1]$, $[e_2, s_2]$, $\ldots$ $[e_n, s_n]$, où chaque intervalle $[e_i, s_i]$ définit un énoncé (ou une unité superphrastique en d'autre terminologie). L'analyse précédente montre qu'à l'intérieur d'un tel intervalle, les phrases sont liées sémantiquement mais il existent encore des relations sémantiques entre les phrases appartenantes aux intervalles différents. Soit x un locus quelconque. Il existe donc l'intervalle $[e_j, s_j]$ tel que $x \in [e_j, s_j]$. Comment faut-il définir les voisinages de base de x afin qu'ils respectent des liens sémantiques. Supposons pour un instant qu'on a déjà une telle topologie sur X et que l'ensemble U est un voisinage ouvert de base contenant x. La signification de la phrase du locus x en question s'actualise dans un certain moment pendant la lecture. C'est exactement en ce moment-là qu'elle quitte le domaine vaste de langue pour entrer dans le discours. Il est évident que, pendant la lecture d'une phrase, la compréhension des phrases qui le suivent (et qui ne sont pas encore lues) est en quelque sorte suspendue voire impossible à cause de leur imprévisibilité. Nous ne pouvons donc pas les prendre pour proches de celle-là ; elles n'appartiennent donc pas à son voisinage. Cela veut dire que l'ensemble des points proches de x, qui constituent un voisinage de base U, ne contient que des loci y qui lui précèdent. Mais lesquels ? Soit $y \in U$ un tel locus qui est proche de x. S'il existe dans le texte un locus l tel que $y \leqslant l \leqslant x$, il a bon droit, lui aussi, d'avoir été pris pour proche de x. Par conséquent, U est un intervalle et la base du système naturel des voisinages de x doit contenir seulement des intervalles $U = I_y(x) = \{\, l : y \leqslant l \leqslant x \,\}$. Analysons maintenant comment il faut choisir un locus y afin que l'intervalle $I_y(x)$ reflète mieux la structure interne du texte X. Il existe évidemment un intervalle $[e_i, s_i]$ tel que $y \in [e_i, s_i]$.

Considérons d'abord le cas où $i = j$, c'est-à-dire y appartient au même intervalle que x. On affirme que $y = e_j$. En effet, les phrases de l'intervalle $[e_j, s_j]$ expriment une idée ou un mouvement des idées qui sont liées les unes aux autres et qui constituent une partie du texte (ou du discours) pour laquelle son auteur n'a pas trouvé une seule phrase. Pour l'exprimer, son auteur commence cette partie du texte (ou du discours) par la phrase du locus e_j et il n'a pas voulu « sauter » les phrases intermédiaires pour commencer par y. Pour le comprendre, il faut donc lire le texte ou écouter le discours dès le e_j. Cela veut dire qu'un y intermédiaire entre e_j et x est exclu si l'on veut réunir dans U les loci liés sémantiquement avec x. On a donc $y = e_j$.

Considérons maintenant le cas où $i < j$, c'est-à-dire y appartient à un intervalle $[e_i, s_i]$ strictement précédent à $[e_j, s_j]$. Le raisonnement du même type que ci-dessus mais concernant l'intervalle $[e_i, s_i]$ montre que cette fois aussi $y = e_i$.

Une question primordiale s'impose : quelles valeurs i sont-elles admissibles afin que des liens sémantiques entre les phrases de l'ensemble U se traduisent par sa propriété topologique d'être ouvert ? Pour tout segment de discours dit *anaphorique* qui appartient à l'ensemble U, le fait que U est ouvert implique qu'un autre segment auquel on est renvoyé par celui-là (son *interprétant*) doit apartenir, lui aussi, à U. L'anaphorique et son interprétant peuvent appartenir soit à la même phrase, soit à deux phrase successives. Dans ce dernier cas, l'interprétant précède l'anaphorique et appartient au même énoncé (ou l'unité superphrastique en d'autre terminologie). Cela veut dire que l'anaphore comme relation sémantique entre phrases n'impose aucune restriction sur le choix de i dans la représentation $U = I_{e_i}(x)$.

A côté de l'anaphore, il y a un autre type de relation sémantique que Ch. Bally[27] appelle *coordination sémantique*. Selon lui, deux phrases (disons a et z) sont sémantiquement coordonnés si l'une (a) est indépendante et comporte un thème et un propos tandis que l'autre (z) est présentée comme un propos dont la première aurait donné le thème. Il paraît conforme avec l'intuition que l'appartenance de ce propos à l'ouvert U implique l'appartenance de son thème à U, en vertu de leur coordination sémantique. Compte tenu que les phrases d'un alinéa se sont caractérisées par l'unité de thème, on en conclu que i doit être tel que la phrase e_i commence un alinéa. Dans ce cas, le choix d'un tel alinéa dépend des relations contextuelles entre les alinéas. Dans un texte littéraire ordinaire, ces relations contextuelles entre les alinéas sont très faibles, à tel point qu'on peut commencer la lecture à partir du commencement d'un alinéa quelconque en ouvrant le livre par hasard. On pratique de telles lectures par çà et par là dans une librairie pour faire son choix. Cela veut dire qu'il n'y a aucune restriction sur i dans la représentation du voisinage donné U comme $U = I_{e_i}(x)$, sauf bien sûr que $e_i \leqslant x$. Il en est autrement pour le texte d'un manuel où parfois la compréhension d'une définition terminologique formulée à la première page est absolument nécessaire pour la compréhension de tout le texte qui suit. Ici, le choix d'un e_i approprié est plus compliqué. Voilà pourquoi nous avons exclu de notre considération les textes qui exigent le procédé dit référentiel de lecture mentionné dans le §2.1. Pour définir une topologie naturelle sur un tel texte, il faut en étudier plus attentivement des liens contextuels. Pour simplifier l'exposition, on va se restreindre aux textes qui exigent une lecture ordinaire.

On voit maintenant que le choix d'un intervalle de type $I_{e_i}(x) = \{\, l : e_i \leqslant l \leqslant x \,\}$ (où e_i est un point d'entrée tel que l'énoncé, ou l'unité superphrastique, $[e_i, s_i]$ soit le premier dans un alinéa) s'impose bien naturellement pour le voisinage donné U du locus x.

Il va sans dire que l'ensemble de tous les intervalles de type $I_e(x)$, où $e \leqslant x$ et e est un de tels points d'entrée qui commence un alinéa, constitue la base de voisinages ouverts de x d'une topologie sur X. L'ensemble de tous les intervalles de ce type constitue bien sûr la base de cette topologie sur le texte X.

En effet, l'ensemble de tous les intervalles de ce type couvre X ; en outre, étant donné deux intervalles de ce type $U = I_{e_i}(x)$ et $V = I_{e_j}(y)$ contenant un locus l, on peut toujours trouver dans leur partie commune $U \cap V$ un fragment du même type $W = I_{e_k}(z)$, éventuellement plus petit mais contenant l.

La topologie définie ainsi sur un texte admissible est appelée *naturelle* ou également *phonocentrique*.

A noter en conclusion qu'on peut répéter littéralement le raisonnement précédent concernant la base des voisinages pour un autre choix des loci (par exemple alinéas), compte tenu de pareille raisonnement valable à ce niveau de considération.

Une fois la topologie sur un texte est définie, on peut raisonner à propos de ce texte en termes topologiques. D'abord, on peut désormais parler des loci en les appelant points. Il est évident que les points de sortie se caractérisent comme les points fermés dans la topologie naturelle sur le texte. Il est clair qu'il n'y en a pas d'autres points fermés. Ainsi, dire que x est un point de sortie du texte X équivaut à dire que x est un point fermé de X.

Rappelons qu'un espace topologique X est dit *irréductible* s'il est non vide et s'il n'est pas réunion d'un nombre fini d'ensembles fermés distincts de X ; il revient au même de dire que tout ensemble ouvert non vide dans X est partout dense. Un espace irréductible est connexe. Une partie non vide Z d'un espace topologique X est dite *irréductible* s'il est un espace irréductible pour la topologie induite ; une partie irréductible d'un espace topologique X qui est maximale dans l'ensemble des parties irréductibles de X contenant un même point x est dite *composante*

[27] Ch. Bally, *Linguistique générale et linguistique française*, Berne, 1950, 1$^{\text{re}}$ partie, chap.2.

irréductible de x, elle est une partie fermée de X.

Lorsqu'il existe, dans un espace irréductible X, un point x tel que sa fermeture $\overline{\{x\}} = X$, on dit que x est un *point générique* de X.

Rappelons qu'une application $f : X \to Y$ des espaces topologiques est continue en un point x_0 de X si, pour tout voisinage W de $f(x_0)$ dans Y, il existe un voisinage V de x_0 dans X dont l'image par f soit contenue dans W. On dit que f est continue (sur X) si elle est continue en tout point de X. Connus dans l'ancienne philologie, *adjectio, detractio, transmutatio* fournissent de bons exemples des applications continues dans la topologie naturelle.

Soit X, Y deux espaces topologiques, $f : X \to Y$ une application continue ; alors, pour toute partie irréductible Z de X, $f(Z)$ est irréductible dans Y.

Un texte X muni de la topologie phonocentrique est la réunion $X = \bigcup_{1\ \ j\ \ n}[e_j, s_j]$ de ses intervalles qui sont des composantes irréductibles de X. Pour l'intervalle $[e_j, s_j]$ considéré comme un sous-espace irréductible de X, le point d'entrée e_j est un point générique et un seul. De plus, toute partie fermée irréductible de X admet un point générique et un seul.

Il est immédiat qu'un texte muni de la topologie dite phonocentrique n'est pas un espace séparé, c'est à dire qu'il ne satisfait à l'axiome de Hausdorff. Tandis que la plupart des espaces topologiques intervenant en Analyse sont séparés, les espaces topologiques liés ainsi aux textes ne les sont pas ; mais ce n'est pas grave, car nos espaces ont toujours un nombre fini des points. De plus, ils satisfont à un autre axiome de séparablité, celle de Kolmogoroff.

Pour terminer ce petit tour de la topologie générale, notons encore une propriété de notre topologie naturelle qui s'avère parfois utile : le système des voisinages d'un point possède toujours un voisinage minimal. Dans la suite, pour éviter des phrases trop longues et pénibles à lire, nous allons parfois appeler *fragment* un ensemble ouvert dans la topologie naturelle sur un texte.

Bien que le choix d'une topologie phonocentrique nous paraisse aussi naturel dans le paradigme phonocentrique de lecture, nous n'y insistons pas trop. Dans le paradigme logocentrique de lecture, il vaut mieux de munir le texte d'une topologie de Grothendieck, plus sophistiquée que celle-là. Nous en parlerons plus en détail dans le chapitre 6.

Ce qui est important pour nous, c'est que tout texte écrit en bonne volonté et destiné à la compréhension n'est pas un jeu de hasard, mais une séquence de signes qui s'organisent en parties selon leur proximité. Cependant, le choix d'une topologie que nous appelons naturelle ou phonocentrique est en quelque sorte minimale car elle manifeste dans la structure d'un texte ordinaire le procédé de sa lecture. Il faut encore noter que nos études ultérieures présuppose parfois l'existence seulement d'une topologie naturelle sur le texte X ; la plupart des résultats seront valables quelle qu'il en soit la définition explicite.

Remarquons en conclusion que nous avons laissé sans considération de divers hypertextes en langues comme HTML ou XML etc. On peut les placer également dans le même cadre d'idées. Pour un hypertexte seulement, le choix plus compliqué d'une autre topologie s'impose bien naturellement.

3. Préfaisceaux en provenance d'un texte

Examinons maintenant d'un peu plus près la compréhension d'un texte donné, compte tenu d'une relation fondamentale, à savoir la relation du tout et des parties. C'est ici qu'intervient une notion clé concernant l'interprétation de textes, celle du *cercle herméneutique*, et une analyse de ce rapport circulaire du tout aux parties nous permettra de donner une formulation mathématique au processus de compréhension.

Soit X un texte admissible considéré comme séquence de ses phrases constitutives. Même dans le présupposé d'une compétence discursive absolue, chacun lit et comprend à sa propre manière selon ses habitudes intellectuelles qui sont difficiles, voire impossibles à formaliser. Dans cette activité mentale, il faut distinguer un mécanisme de fonctionnement de son résultat. Bien que le mécanisme interne soit caché et inaccessible, le résultat en est susceptible de formalisation, ce qui est notre but visé.

Dans une lecture, toute l'imagination est en travail, le savoir professionnel aussi. De plus, on est plongé dans un contexte de code culturel. Il est important de remarquer que la compréhension pendant une lecture dépend non seulement du texte X, mais aussi du procédé de lecture, de la personnalité de lecteur et de son attitude. Ici, toute la situation de lecture est mise en œuvre et chacun comprend à sa propre façon selon le niveau culturel, l'attitude et les sentiments envers le texte et l'auteur. On peut distinguer une lecture naïve qui prend le sens là où elle le trouve, d'une lecture consciente qui adopte par avance un certain mode de compréhension parmi ceux disponibles : littéral ou allégorique, historique ou moral, conceptuel ou immédiat, spirituel, psychanalytique etc. Rappelons ici l'exemple des quatre sens de l'Ecriture dans l'herméneutique biblique : historique, morale, symbolique et mystique. Ensuite, chacun est censé faire sa propre conclusion. Enfin, chaque lecture du texte a son propre développement, sa trajectoire individuelle pour ainsi dire, d'où les résultats divers. Quand toutes ces particularités sont fixées dans une situation de lecture, nous parlerons du *mode de lecture* adopté. Cela est vrai pour n'importe quelle partie U du texte X en question ; mais il aurait été préférable de porter notre attention seulement aux parties U du texte X liées au processus de sa compréhension. Dans cette optique, une partie du texte constituée par exemple des phrases qui occupent la première, la troisième, la cinquième et ainsi de suite la $(2n+1)$-ème place consécutive, ou encore une autre partie du texte formée par exemple seulement des phrases dont la dimension est moins de vingt lettres n'ont aucun intérêt pour ce qui concerne la compréhension. Il en est autrement pour les parties ouvertes dans une topologie dite phonocentrique ou naturelle définie sur le texte d'une manière canonique, qui sont liées entre eux comme des unités de contenu selon le processus integratoire d'une lecture partielle. En effet, il en est ainsi pour des « morceaux choisis » proposés dans les classes littéraires pour le *commentaire composé*[28] ; il s'y agit toujours d'une partie ouverte dans la topologie dite phonocentrique sur le texte. Nous allons donc porter notre attention seulement sur les ensembles ouverts dans la topologie naturelle sur X.

Fixons maintenant un certain mode de lecture du texte X donné. Dans ce cas, pour une partie ouverte $U \subset X$, il y a une multitude des significations possibles qui constituent un ensemble $\mathcal{F}(U)$. Cet ensemble $\mathcal{F}(U)$ dépend non seulement de la partie $U \subset X$ mais aussi du mode de lecture adopté.

Considérons maintenant un peu plus près le processus de compréhension dont la mise en œuvre permet d'attribuer une signification à cette partie ouverte U. Dans la suite, nous allons décrire un mécanisme de compréhension au cours de lecture dont nous n'avons besoin que de résultat, à savoir une signification particulière s du fragment U appartenant à l'ensemble de toutes les significations possibles $\mathcal{F}(U)$, compte tenu le mode adopté de lecture.

Imaginons d'abord la situation typique d'une lecture hâtive dans une bibliothèque ou dans une librairie quand on parcours un texte par ça et par là pour s'en faire une connaissance rapide. On arrive à situer ainsi le texte dans un contexte quelconque mais pour se faire comprendre une phrase du texte dans le contexte voulu par son auteur, il valait mieux lire dès le début toutes les phrases qui le précèdent à partir d'une certaine place et on fait comme ça en commençant la lecture d'une page choisie par hasard dès la première phrase d'un alinéa, d'un paragraphe, d'un chapitre, etc. Plus précisément, pour saisir la signification d'un locus x, il suffit de lire tous les loci dans un certain voisinage de base topologique de ce locus x, i.e. ceux qui le précèdent à partir

[28] Exercice scolaire consistant à interpréter méthodiquement un texte.

de certaine place. C'est exactement ce que l'assomption de contextualité exige. On appréhende la signification d'une phrase quelconque d'un texte en s'appuyant sur le contexte conçu par les phrases qui la précèdent. Nous avons définit la topologie naturelle de telle façon qu'un ouvert U contient chaque son locus $x \in U$ avec un certain voisinage de base, ce qui remplit ces conditions de contextualité pour x. C'est ainsi qu'un ouvert quelconque $U \subset X$ représente une certaine lecture fragmentaire du texte X donné.

Le fragment U en tant qu'une reunion des ouverts de base, peut être décrit à plusieurs niveaux qui sont dans un rapport hiérarchique. Il existe un mécanisme de partition sémantique qui fonctionne comme certaines habitudes langagières à chaque niveau de texte. Grâce à lui, le lecteur a une capacité à reconnaître des segments significatifs à partir de leurs constituants primitifs et possède ainsi un repère sur l'axe temporaire de la chaîne de loci lus. Les marques explicites de délimitation sémantique sont tributaires probablement de l'imprévisibilité des éléments constitutifs du segment en question.

Toute unité de signification qui appartient à un certain niveau s'intègre dans un niveau supérieur pour y participer au processus compositionnel de significations. A chaque niveau, la compréhension s'effectue selon un principe de compositionnalité qui définit la signification d'une unité sémantique à partir des significations de ses segments constitutifs ; cette signification ainsi définie participe, à son tour, avec les significations d'autres unités de la même espèce pour la mise en œuvre du principe de compositionnalité de significations de ce type supérieur.

Cette loi fonctionne au niveau d'une phrase écrite et au niveau d'un syntagme aussi bien qu'au niveau d'une partie signifiante de texte. Elle est présente dans l'intuition de chaque sujet parlant de telle langue, soit il l'auteur d'un texte, son destinataire présumé ou son lecteur actuel, et l'herméneutique formelle rende compte de cette intuition par ses principes dont le plus important est celui de compositionnalité de significations qui généralise le principe compositionnel classique de Frege.

Cette description est très proche à celle que R. Barthes exprime sur « Les niveaux de sens » dans son analyse structural des récits : – « Quel que soit le nombre des niveaux qu'on propose et quelque définition qu'on en donne, on ne peut douter que le récit soit une hiérarchie d'instances. Comprendre un récit, ce n'est pas seulement suivre le dévidement de l'histoire, c'est aussi y reconnaître des « étages », projeter les enchaînements horizontaux du « fil » narratif sur un axe implicitement vertical ; lire (écouter) un récit, ce n'est pas seulement passer d'un mot à l'autre, c'est aussi passer d'un niveau à l'autre. »[29].

Quand la lecture du fragment U est terminée, on a saisit une signification s de ce fragment, à savoir un certain élément dans l'ensemble $\mathcal{F}(U)$. Le mécanisme psychologique interne d'un tel choix est enraciné dans l'apprentissage d'une langue naturelle et dans l'acquisition d'une compétence langagière, ce qui nous intéresse moins. Ce qui est essentiel, c'est que le résultat d'une telle lecture fragmentaire est le choix d'une et seulement une signification $s \in \mathcal{F}(U)$.

Cet ensemble $\mathcal{F}(U)$ contient toutes les significations de la partie U qui sont possibles pour le mode de lecture adopté, comme si le reste du texte n'existait pas. Telle est, par exemple, notre lecture d'un livre dans une librairie ou dans une bibliothèque au moment de se décider à le prendre. C'est encore, la lecture d'un extrait par un mauvais élève qui écrit un commentaire composé sur le texte d'un livre qu'il n'a jamais lu.

Evidemment, une signification quelconque du texte X comme un tout présuppose une certaine compréhension et donc une signification correspondante pour n'importe quel fragment U non-vide de X. De ce fait, pour tout fragment U non-vide du texte X, l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ n'est jamais vide. Même pour un *imbulatum* de Origène, il y a une signification en tant que marque de la

[29] R. Barthes, *Op. cit.*, p.11.

présence divine dans le texte[30].

Considérons maintenant une situation plus générale, à savoir étant donnés les deux fragments quelconques U et V tels que $U \subset V$. Ce qui est évident, c'est que toute signification quelconque du fragment V (l'une des significations de V comme un tout) présuppose en même temps une signification de sa partie U et une seule. Nous sommes donc en présence d'une application appelée *restriction* $\mathrm{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(U)$ qui est définie chaque fois quand $U \subset V$. Cette application res_U^V n'est pas obligatoirement injective car il peut arriver que deux significations différentes $s, t \in \mathcal{F}(V)$, $s \neq t$ du fragment V tout entier se diffèrent comme les deux résultats du procédé compositionnel à un certain niveau dont les significations composées se diffèrent en dehors du fragment U seulement. Ce procédé compositionnel appliqué aux mêmes significations constitutives pour le fragment U seulement donne les mêmes composés $\mathrm{res}_U^V(s) = \mathrm{res}_U^V(t)$.

Il est encore clair que res_U^V n'est pas obligatoirement surjective car la lecture d'une seule partie $U \subsetneqq V$ laisse un champ plus vaste pour le travail d'imagination qui, dans son cours plus libre en lecture du fragment U seulement, peut arriver à une compréhension incompatible avec toutes les compréhensions admissibles pour le fragment V lu entièrement et sans réserve.

On peut considérer l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ et les applications res_U^V pour toutes les parties non-vides U, V dotées de significations du texte X donné, mais nous allons porter notre attention seulement sur les parties liées plus étroitement à la structure topologique. Plus précisément, nous définissons l'application $\mathrm{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(U)$ seulement pour les ensembles ouverts dans la topologie naturelle sur X.

Récapitulons nos raisonnements précédents. Soit X un texte donné. On le considère comme un espace topologique muni de la topologie phonocentrique. Supposons encore que l'on a adopté un mode de lecture quelconque du texte X. Alors, on a une application $\mathcal{F} : U \mapsto \mathcal{F}(U)$ de l'ensemble des ouverts non-vides de X dans un ensemble d'ensembles des significations ; à chaque ouvert non-vide U, cette application $\mathcal{F}$ fait correspondre un ensemble $\mathcal{F}(U)$ de toutes les significations de cette partie U qui sont possibles dans le mode de lecture adopté. Il nous reste encore à définir la valeur $\mathcal{F}(\varnothing)$ sur l'ensemble vide $\varnothing$ afin que l'application $\mathcal{F}$ soit définie pour tout ouvert de la topologie naturelle sur X. Posons $\mathcal{F}(\varnothing)$ égale à un ensemble qui n'a qu'un seul élément. Pour un tel élément fixe, il est convenable de choisir le sens présumé du titre s'il y en a. Il va sans dire que les applications res^V, res sont définies d'une seule manière évidente. On a défini alors de façon générale, pour tout ouvert U dans la topologie naturelle sur X, un ensemble $\mathcal{F}(U)$, et, pour tout couple d'ouverts $U \subset V$, une application $\mathrm{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(U)$, de telle sorte que $\mathrm{res}_U^U = \mathrm{id}_U$ pour tout ouvert U et que la condition de transitivité $\mathrm{res}_U^V \circ \mathrm{res}_V^W = \mathrm{res}_U^W$ soit vérifiée chaque fois que $U \subset V \subset W$. Pour un espace topologique X quelconque, la donnée de $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ soumise à de telles conditions s'appelle dans les mathématiques actuelles *préfaisceau d'ensembles* [7] sur X. On appelle alors *sections* (au-dessus de V) les éléments d'un ensemble $\mathcal{F}(V)$ et *sections globaux* les éléments de $\mathcal{F}(X)$; de même, on appelle *restrictions* les applications $\mathrm{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(U)$.

On voit maintenant que chaque mode possible de lecture adopté définit bien naturellement un préfaisceau $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ de significations sur l'espace topologique lié au texte X.

Soient $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ et $(\mathcal{G}(V), \mathrm{res'}_U^V)$ deux préfaisceaux qui correspondent aux deux modes de lecture quelconques. Leur morphisme $h : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ est par définition une application $U \mapsto h(U)$ qui, pour tout ouvert U, fait correspondre une application $h(U) : \mathcal{F}(U) \to \mathcal{G}(U)$ telle que le

[30] Cité d'après H. Wismann [1].

diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & \xrightarrow{h(V)} & \mathcal{G}(V) \\ {\scriptstyle \mathrm{res}_U^V}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \mathrm{res}'^V_U} \\ \mathcal{F}(U) & \xrightarrow{h(U)} & \mathcal{G}(U) \end{array}$$

soit commutatif pour tous ouverts $U \subset V$. Un tel morphisme des préfaisceaux $h : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ représente un changement de mode de lecture. Le passage d'une interprétation historique à une interprétation spirituelle d'un texte sacré, donne un bon exemple d'un tel morphisme. Cette notion de morphisme lié au changement de mode de lecture est très proche à une notion de *transformation incorporelle* dûe à G. Deleuze et F. Guattari[31], celle qu'ils illustrent par quelques exemples dont nous citons un : – « Dans un détournement d'avion, la menace du pirate qui brandit un revolver est évidemment une action ; de même l'exécution des otages si elle a lieu. Mais la transformation des passagers en otages, et du corps-avion en corps-prison, est une transformation incorporelle instantanée, un *mass-media act* au sens où les Anglais parlent de *speech-act.* »[32]

Il est clair que la donné d'une application identique $\mathrm{id}_{\mathcal{F}(V)} : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(V)$ pour tout ouvert $V \subset X$ définit un morphisme identique du préfaisceau $\mathcal{F}$ que l'on va désigner par $\mathrm{id}_{\mathcal{F}}$. La composition des morphismes est définie d'une manière évidente : pour deux morphismes des préfaisceaux $\mathcal{F} \xrightarrow{g} \mathcal{G} \xrightarrow{h} \mathcal{H}$, on pose $(h \circ g)(U) = h(U) \circ g(U)$. Il est évident aussi que cette composition est associative chaque fois qu'elle est définie. Cela veut dire que tous les préfaisceaux $\mathcal{F}$ sur la même texte X considérés avec l'ensemble de tous leurs morphismes constitue ce qu'on appelle *catégorie* en mathématiques.

On rappelle [7] qu'une catégorie $\mathbf{C}$ possède des objets $X, Y, Z, ...$ qui constituent une classe $\mathrm{Ob}(\mathbf{C})$ et des morphismes $f : X \to Y, \quad g : Y \to Z, ...$, définis pour chaque couple d'objets, qui constituent, eux aussi, une classe $\mathrm{Mor}(\mathbf{C})$ – la réunion de tous les ensembles $\mathrm{Mor}(X, Y)$; les morphismes sont composables $g \circ f : X \to Z$ et, pour tout objet Y, il existe un morphisme identique $\mathrm{id}_Y : Y \to Y$. Les axiomes exigent que les compositions soient associatives $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ et que les morphismes identiques agissent comme unités : $\mathrm{id}_Y \circ f = f, \quad g \circ \mathrm{id}_Y = g$. Un *foncteur* (*covariant*) $\mathcal{F} : \mathbf{C} \to \mathbf{C}'$ d'une catégorie $\mathbf{C}$ dans une catégorie $\mathbf{C}'$ est constitué par *deux* applications $\mathrm{Ob}(\mathbf{C}) \to \mathrm{Ob}(\mathbf{C}')$ et $\mathrm{Mor}(\mathbf{C}) \to \mathrm{Mor}(\mathbf{C}')$, toutes deux notées $\mathcal{F}$, avec les axiomes suivants : pour X, Y objets de $\mathbf{C}$, on a $\mathcal{F}(\mathrm{Mor}(X, Y)) \subset \mathrm{Mor}(\mathcal{F}(X), \mathcal{F}(Y))$; pour tout objet X de $\mathbf{C}$, on a $\mathcal{F}(\mathrm{id}_X) = \mathrm{id}_{\mathcal{F}(X)}$; pour deux morphismes $X \xrightarrow{u} Y \xrightarrow{v} Z$ de $\mathbf{C}$, on a $\mathcal{F}(v \circ u) = \mathcal{F}(v) \circ \mathcal{F}(u)$.

Dans cette terminologie précise, un texte X susceptible de compréhension définit une certaine catégorie de préfaisceaux sur X.

On utilise souvent une notation exponentielle $\mathbf{Ens}^{\mathbf{Ouv}_X^{\mathrm{op}}}$ pour cette catégorie interprétée comme celle des foncteurs covariants de la catégorie $\mathbf{Ouv}_X^{\mathrm{op}}$, *opposée* de la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$ des ouverts de X, dans la catégorie des ensembles $\mathbf{Ens}$. Les objets de la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$ sont les ouverts de X ; pour deux ouverts U, V de X, l'ensemble de morphismes $\mathrm{Mor}(U, V)$ est vide si $U \not\subseteq V$, et contient une seule injection canonique $U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} V$ si $U \subset V$; la composition de morphismes est entendue comme celle des injections canoniques lorsque $U \subset V \subset W$. Pour une catégorie $\mathbf{C}$, on obtient la catégorie opposée $\mathbf{C}^{op}$ en « renversant les flèches ». Alors, on définit d'une façon générale la notion de préfaisceau à valeurs dans une catégorie $\mathbf{C}$ comme foncteur covariant $\mathcal{F} : \mathbf{Ouv}_X^{\mathrm{op}} \to \mathbf{C}$. Pour plus de détails sur ces notions, voir [6], [7] et [13].

[31] G. Deleuze, F. Guattari, *Capitalisme et schizophrénie 2, Mille plateaux*, Coll. « Critique », Minuit, Paris, 1980, p.102.

[32] G. Deleuze, F. Guattari, *Op. cit.*, p.103.

Une fois la définition de catégorie formulée, nous pouvons revenir au problème des textes admissibles dont nous avons consacré beaucoup de temps aux chapitres 1 et 2. En fait, dans ce chapitre, nous avons fait encore un pas vers la définition d'une catégorie de nos études ultérieures. La classe des objets en est constitué des textes admissibles qui sont munis d'une topologie dite naturelle ou phonocentrique. Mais la topologie à elle seule ne suffit pas encore afin qu'un texte constitue un objet de la catégorie qui soit le champ d'études de l'herméneutique formelle. Un texte admissible est censé avoir la signification ou plutôt une structure des significations dûment définie. Nous le ferons dans la suite. Il ne restera qu'à définir la classe de morphismes de notre catégorie recherchée ; nous le ferons aussi dans la suite. Pour deux textes donnés, nous définirons leur morphisme comme une application continue qui respect les significations.

4. Faisceaux et principe compositionnel de Frege

Nous avons défini une notion générale de préfaisceau à valeurs dans une catégorie. Beaucoup d'exemples de préfaisceaux sont fournis par de diverses classes de fonctions sur un espace topologique. De tels préfaisceaux possèdent des propriétés remarquables d'origine fonctionnelle qui traduisent les idées de « localisation » et de « globalisation ». Formulées axiomatiquement, ces propriétés définissent une notion fondamentale de *faisceau* comme le cas particulier de préfaisceau. Il arrive que toutes les mathématiques actuelles abondent en faisceaux de divers types qui ne sont point d'origine fonctionnelle.

Soit X un espace topologique quelconque. Dans ce qui suit, on parlera souvent des recouvrements ouverts $(U_j)_{j\in J}$ d'un ensemble $U \subset X$; rappelons que cela veut dire que $(U_j)_{j\in J}$ satisfont aux conditions suivantes : 1° pour tout indice $j \in J$, l'ensemble U_j est une partie ouverte dans la topologie induite sur U et 2° leur union couvre U, c'est-à-dire $U = \bigcup_{j\in J} U_j$.

Définition. — *On dit qu'un préfaisceau d'ensembles $(\mathcal{F}(V), res^V_U)$ sur un espace topologique X est un faisceau d'ensemble si les conditions suivantes de séparablité (S) et de compositionnalité (C) soient vérifiées :*

(S) *Soit U un ouvert de X et soit $(U_j)_{j\in J}$ un recouvrement ouvert de U. Si s, t sont deux éléments de $\mathcal{F}(U)$ tels que $res^U_{U_j}(s) = res^U_{U_j}(t)$ pour tout ouvert U_j, alors $s = t$.*

(C) *Soit U un ouvert de X et soit $(U_j)_{j\in J}$ un recouvrement ouvert de U. Si les $s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ sont tels que, lorsque $U_i \cap U_j \neq \varnothing$, on a $res^{U_i}_{U_i\cap U_j}(s_i) = res^{U_j}_{U_i\cap U_j}(s_j)$, alors il existe $s \in \mathcal{F}(U)$ tel que $res^U_{U_j}(s) = s_j$ pour tout j.*

On remarquera que, d'après (S), l'élément s de $\mathcal{F}(U)$ dont (C) assure l'existence est unique.

De nombreux exemples importants des préfaisceaux qui vérifient les conditions (S) et (C) envahissent toutes les mathématiques actuelles et constituent une notion essentielle de la *théorie des faisceaux* qui s'avère particulièrement utile dans les questions du « passage du local au global ».

Il est clair que tous les faisceaux d'ensembles sur un espace topologique X forment une catégorie qu'on désigne $\mathbf{Faisc}(X)$ et qui est sous-catégorie de la catégorie de tous les préfaisceaux d'ensembles sur X qu'on a déjà désignée $\mathbf{Ens}^{\mathbf{Ouv}_X^{\mathrm{op}}}$.

Revenons maintenant de la théorie générale au cas particulier d'un texte X qu'on va considérer comme un espace topologique muni d'une topologie phonocentrique. Dans ce qui suit, on parlera des recouvrements $(U_j)_{j\in J}$ d'une partie ouverte U du texte X par les parties U_j ouvertes dans la topologie phonocentrique ; cela veut dire que $(U_j)_{j\in J}$ satisfont aux conditions suivantes : 1° pour tout indice $j \in J$, l'ensemble U_j est une partie ouverte dans la topologie phonocentrique sur X et 2° leur union couvre X, c'est-à-dire $X = \bigcup_{j\in J} U_j$. Rappelons qu'on a consenti d'appeler *fragments* les parties ouvertes dans la topologie phonocentrique sur un texe.

Soit $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ un préfaisceau de significations défini sur un texte X. Un examen attentif d'un tel préfaisceau de significations $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ défini sur un texte X permet de découvrir une chose tout à fait remarquable, à savoir qu'il est en fait un faisceau, c'est-à-dire qu'il satisfait aux conditions supplémentaires (S) et (C) exigées par la définition de faisceau ci-dessus.

Condition S (séparablité). — *Soient X un texte admissible, U un fragment de X et $(U_j)_{j\in J}$ un recouvrement ouvert de U par ses fragments. Si s, t sont deux significations du fragment U telles que pour chaque fragment U_j du recouvrement elles donnent les mêmes significations, c'est-à-dire $res_{U_j}^U(s) = res_{U_j}^U(t)$, alors, $s = t$.*

Le fait même qu'un fragment U a une signification s présuppose qu'il y avait eu un processus de sa lecture particulière qui se déroulait dans le temps dès le début jusqu'à la fin, tout en passant par les parties U_j concernées en leurs donnant ainsi des significations s_j, et qui a eu terminée. La prémisse de la condition (S) consiste en ce qu'il y avait eu deux de tels processus de lecture au cours desquels on avait, pour tout fragment U_j, une égalité locale des significations : $s_j = t_j$. L'identité présupposée du lecteur à soi-même implique donc une égalité $s = t$. En fait, s'il y avait eu deux séances de lecture du fragment U, chacun se déroulant dans le temps suivant son propre scénario pour lire enfin tous les fragments U_j, on avait une certaine différence entre ces deux lectures sur le plan d'assomptions contextuelles. Pendant la deuxième lecture, on ne peut pas effacer de la mémoire le fait d'avoir déjà tout lu. Et pourtant, tout en connaissant déjà le sujet, nous pouvons lire et relire de nouveau un récit célèbre comme si chaque lecture était la première. C'est que toute partie du texte se veut être compréhensible dans un contexte conçu par les parties qui la précèdent. Cette convention implicite de l'écriture impose ainsi au lecteur une telle attitude comme s'il faut s'appuyer seulement sur le contexte conçu par les parties qui précèdent celle lue actuellement, sans tenir compte qu'on a déjà tout lu. Si, en terminant la deuxième lecture du fragment U, on se rend compte que, cette fois, on le comprend autrement ($t \neq s$), alors, on se rend compte que cette deuxième lecture donne chemin faisant une autre signification à un des fragments U_j constitutifs pour U tout au moins. Cela généralise le principe compositionnel de G. Frege dans son aspect fonctionnel qui consiste à poser que la signification d'un tout est définie de la façon *unique* par les significations de toutes ses parties.

Condition C (compositionnalité). — *Soient X un text admissible, U un fragment de X et $(U_j)_{j\in J}$ un recouvrement ouvert de U par ses fragments. Si $(s_j)_{j\in J}$ sont des significations concordantes de ces fragments couvrants $(U_j)_{j\in J}$ telles que, lorsque $U_i \cap U_j \neq \varnothing$, on a $res_{U_i\cap U_j}^{U_i}(s_i) = res_{U_i\cap U_j}^{U_j}(s_j)$, alors, il existe une signification s du fragment U en sa totalité telle que $res_{U_j}^U(s) = s_j$ pour chaque fragment U_j.*

Ici, on reconnaît facilement un cercle herméneutique dans son mouvement du local au global. Il est clair que si on a compris la signification s du fragment U tout entier, cela implique *de facto* qu'on a compri la signification $\mathrm{res}_{U_j}^U(s)$ de sa partie U_j. Si l'on a un système de significations partielles $(s_j)_{j\in J}$ pour un recouvrement $(U_j)_{j\in J}$ du fragment U par ses parties ouvertes, personne ne garantit qu'il existe une signification globale $s \in \mathcal{F}(U)$ telle que pour tout fragment U_j on a $\mathrm{res}_{U_j}^U(s) = s_j$. Néanmoins, pour un système de significations localement compatibles $(s_j)_{j\in J}$, il existe toujours une signification globale s du fragment U tout entier.

L'exigence de compatibilité des significations partielles pour toutes les parties communes d'un recouvrement ouvert afin que l'on puisse les composer en une signification globale nous semble être tout à fait légitime. En fait, le but visé est de comprendre ce que exprime le texte tout entier et donc chaque son fragment aussi. Peu importe pour un fragment d'être l'intersection de deux fragments quelconques d'un recouvrement du texte. Quand l'auteur écrivait ce fragment-là d'intersection, il voulait dire quelque chose certaine. On peut dire ou bien ceci ou bien cela mais pas les deux à la fois ! Et on écrit, au fond, pour exprimer quelque chose certaine. Autrement, on ne voit pas très bien pourquoi noircir du papier. Il en résulte une certitude sur ce qu'il n'y a pas d'obstacles à l'existence de la signification s du fragment U qui englobe toutes ces significations partielles concordantes s_j. Et il existe une telle signification du fragment U pour des raisons pures et simples ! Quelles qu'elles soient des parties ouvertes de base topologique dont la réunion constitue ouvert U, celui-ci fait une partie du texte X écrit en bonne volonté et destiné à la compréhension. Il existe donc un fragment dit standard du texte X comme un paragraphe, une section, un chapitre ou une séquence des chapitres qui contient le fragment U tout entier et qui est compréhensible en tant qu'il exprime un propos sur le thème qui lui est propre. Les significations partielles s_j, elles aussi, expriment quelque chose ensemble, ce qui est la signification exprimée s du fragment U en sa totalité. Telle est, par exemple, notre lecture fragmentaire d'un livre dans une librairie ou dans une bibliothèque au moment de se décider à le prendre. C'est ainsi qu'on comprend le fragment U de ce livre après avoir lus seulement les fragments U_j tels que $U = \bigcup_{j\in J} U_j$. C'est que « le sens n'est pas « au bout » du recit, il le traverse » comme le remarque Barthes[33]. On dirait que notre aptitude à comprendre, à savoir composer des significations locales en une signification globale est presque infinie ! On se souvient d'une phrase célèbre : « Les idées ternes vertes dorment furieusement. »[34] laquelle N. Chomsky citait comme une phrase dénuée de signification, tandis que R. Jakobson a bien prouvé plus tard comment peut-on la interpréter. Osons à supposer pareillement qu'il est impossible d'imaginer un ensemble fini des significations partielles compatibles d'un texte qui ne soient pas composables en signification les englobante. C'est ainsi qu'on généralise le principe de G. Frege dans son aspect fonctionnel qui consiste à poser que la signification d'un tout *existe* en tant que définie à partir des significations de ses parties. Le cercle herméneutique se renferme, pour ainsi dire.

Nous disons avec conviction que, pour ce qui concerne la compréhension des textes, les deux conditions (S) et (C) précitées affirment ensemble ce que l'on peut appeler *principe compositionnel généralisé de Frege* et formuler ainsi :

> **Définition (Principe compositionnel de Frege).** — *Tout préfaisceau formé des significations fragmentaires d'un texte est en fait un faisceau dont toute section globale constitue une signification du texte en sa totalité.*

Rappelons sur le plan terminologique, que nous appelons *fragments* les ensembles ouverts dans la topologie naturelle sur le texte en question ; pour un préfaisceau $\mathcal{F}$ sur le texte X et un fragment $U \subset X$, on appelle *significations fragmentaires* les éléments de $\mathcal{F}(U)$.

Formulé plus précisément, le principe compositionnel généralisé de Frege consiste à poser qu'un préfaisceau des significations fragmentaires défini par un texte admissible est *de facto* un faisceau, à savoir qu'il satisfait aux conditions (S) et (C).

Dans une telle formulation exacte, la porté du principe de compositionnalité de significations est étendue du niveau de phrase au niveau de texte ce qui fournit la base à notre *herméneutique formelle*.

Bien qu'il n'existe pas de nos jours l'unanimité sur le principe compositionnel de Frege dans sa formulation classique, nombreux sont ceux qui l'admettent [4]. Il existe une immense littérature

[33] R. Barthes, *Op. cit.*, p.12.

[34] C'est notre traduction française d'une traduction russe d'une phrase anglaise citée d'après V. Roudnev, *Dictionnaire de culture du XX*ᵉ *siècle* (en russe) Agraphe, Moscou, 1999, p.280.

consacrée à ce fameux principe ; dans toutes les recherches sur la communication langagière, à commencer par les langues naturelles jusqu'à l'intelligence artificielle en passant par les langues de programmation, partout on le rencontre. Dans son ouvrage [4, p.2], T. M. V. Janssen propose une tel formulation du principe compositionnel de Frege : – « The meaning of a compound expression is build up from the meanings of its parts ». Il le déclare pour « The starting point of the investigations in this book » et affirme qu'il ne savait aucun principe rival [*Op. cit.*, p.2]. Dans le premier chapitre consacré spécialement au principe de compositionnalité de significations, il cite de plusieurs formulations du principe compositionnel dûes aux savants éminents. Pour la comparaison, empruntons-nous cinq de ces citations :

D. Davidson : – « If we want a theory that gives a meaning (as distinct from reference) of each sentence, we must start with the meaning (as distinct from reference) of the parts »[35] ;

J. J. Katz : – « The hypothesis on which we will base our model of the semantic component is that the process by which a speaker interprets each of the infinitely many sentences is a compositional process in which the meaning of any synatctically compound constituent of a sentence is obtained as a function of the meanings of the parts of the constituent »[36] ;

M. J. Cresswell : – « These rules reflect an important general principle which we shall discuss later under the name "Frege's principle", that the meaning of the whole sentence is a function of the meanings of it parts »[37] ;

R. Montague : – « Like Frege, we seek to do this [...] in such a way that [...] the assignment to a compaund will be a function of the entities assigned to its components [...] »[38] ;

M. Dummett : – « The sense of a complex is compounded out of the senses of the constituents »[39].

Dans un ouvrage plus récent sur l'intelligence artificielle [15], on trouve bien d'autres formulations du principe compositionnel et aussi une bibliographie immense.

Ces définitions citées du principe compositionnel de Frege exigent quelques commentaires.

D'abord, elles sont toutes formulées dans le contexte intensionnel parce que « sense is about the same as meaning » comme écrit T. M. V. Janssen dans [4, ch.2, p.5]. Ensuite, dans le chapitre 5, il exprime la différence entre ces deux notions au moyen d'un exemple et définit la notion *meaning* pour des langues naturelles qui est très proche à celle de *signification* précitée de B. Pottier. Dans le contexte extensionnel, un principe compositionnel pareil serait impossible car il y a de plusieurs phrases dont le référent ne peut pas être défini en termes de référents de leurs parties [15, ch.2].

Ensuite, toutes ces définitions sont enfermées dans la limite d'une phrase comme si tout discours y était réduit. Cette restriction est imposée peut-être par une présupposition formulée plus ou moins explicitement selon laquelle une langue naturelle consiste dans l'ensemble de toutes ces phrases [15, ch.1]. Une telle approche à la sémantique est très restrictive. L'herméneutique telle que nous l'entendons dépasse cette restriction en tant que sémantique au niveau de discours et de textes. Tout de même, dans les ouvrages consacrés aux problèmes de l'interprétation de discours, nous n'avons pas trouvé de formulations explicites d'un principe compositionnel. La théorie de discours de J. A. Kamp[40] basée sur la notion de *modèle partiel* faut au principe

[35] D. Davidson, *Truth and Meaning*, Synthese 17, p.306 ; cité d'après [4].

[36] J. J. Katz, *The Philosophy of Language*, Harper and Row, London, 1966, p.152 ; cité d'après [4].

[37] M. J. Cresswell, *Logics and Languages*, Methuen, London, 1973, p.19 ; cité d'après [4].

[38] R. Montague, *English as a formal language*, B. Visentini et al. (éditeurs), Linguaggi nella Societa et nella Tecnica, Edizioni di Communita, Milan, 1970, p.217 ; cité d'après [4].

[39] M. Dummett, *Frege. Philosophy of Language*, Duckworth, London, 1973, p.152 ; cité d'après [4].

[40] J. A. Kamp, *Theory of Truth and Semantic Representation* in Groenendijk et al. (éd.) *Truth, Interpretation and Information*, Foris Publications, Dordrecht, 1984 ; cité d'après [15].

compositionnel, selon [15, ch.3]. Dans un article [10] sur l'interprétation de discours, N. Asher écrit : – « A central but still unsettled question in formal theories about discourse interpretation is : What are the key theoretical structures on which discourse interpretation should depend ? [...] some sort of principle of compositionality of meaning must hold at the level of discourse interpretation. » Mais il n'en propose ni en réfère aucune formulation. A notre avis, une telle structure clé est celle de faisceau !

A noter enfin que toutes ces définitions citées ignorent absolument le fait incontournable de la pluralité de significations. C'est encore une raison de plus pour proposer notre généralisation du principe compositionnel de Frege.

En ce qui concerne le principe de compositionnalité de significations, nous y croyons fermement. Sinon, toute la communication langagière entre les hommes serait impossible, tant au niveau d'activité émmettrice qu'au niveau d'activité réceptrice d'information ! Mais la pratique sociale de communication langagière en confirme chaque instant la justesse. Et nous croyons fermement que toutes les découvertes scientifiques de demain, si inattendues si flambant neuves soient-elles, seront belles et bien exprimées dans le langage d'aujourd'hui. Il en est de même pour les œuvres littéraires. Tous ces textes inédits de demain seront parfaitement compréhensibles dans un processus de lecture selon le principe de compositionnalité de significations. Toute herméneutique en tant que science se propose donc à formuler nettement les principes qui dirigent ce processus d'interprétation et lesquelles on utilise inconsciemment.

Nous pouvons dire encore que notre version du principe compositionnel généralisé est en quelque sorte une fusion du *principe compositionnel de Frege* classique avec ce que depuis longtemps on a habitué d'appeler *cercle herméneutique*. C'est là où réside une chose importante, l'enjeu pour ainsi dire de la généralisation proposée. C'est que dans tous les travaux où nous avons trouvé les formulations du principe compositionnel de Frege, les auteurs insistent sur la nature fonctionnelle de compositionnalité de significations tout en négligeant le fait évident de multiplicité de significations. Mais toute sémantique adéquate, étendue au niveau de textes, doit prendre en compte le fait incontournable d'une pluralité de sens. C'est ici qu'intervient le cercle herméneutique comme une méthode d'atteindre la compréhension. La notion de faisceau est un moyen mathématique le plus approprié pour se débrouiller dans cette pluralité de significations d'une manière cohérente tout en respectant l'aspect fonctionnel du principe compositionnel.

Cas classique du principe compositionnel. — La formulation ci-dessus du principe compositionnel généralisé reste toujours valable indépendamment de quantité des loci qui constituent le texte en question. Pour le texte qui consiste en une seule phrase, cette formulation a lieu tout simplement à cause de notre choix des phrases pour les éléments primitifs. On peut appeler *classique* le cas du principe compositionnel de Frege appliqué au texte réduit à une seule phrase. Dans ce cas classique, quand le texte se reduit à une seule phrase ou quand il s'agit de la signification d'une seule phrase considérée isolement, un autre choix des loci s'impose bien naturellement. Ce changement d'échelle dans l'exploration de sens peut être considéré comme une sorte de zoom intellectuel. Dans ce cas, le choix des morphèmes pour éléments primitifs s'impose bien naturellement. Prenons les syntagmes pour les segments signifiants d'une phrase et regardons de plus près la trame de notre argumentation dans le cas classique. On va prouver que le principe classique de Frege dans une telle situation est un cas particulier dudit principe compositionnel généralisé.

Considérons donc une phrase comme séquence des morphèmes, disons $(l_1, l_2, \dots l_n)$. Cette séquence est divisée en syntagmes consécutifs. Dans cette division, nous suivons le point de vue partagé par la majorité de grammaires normatives pour ne pas se laisser noyer dans les détails secondaires. Un exemple de telle division d'une phrase faite par J.-P. Vinay a été cité ci-dessus avec des marques de délimitation qui indiquent clairement les points dits d'entrée (e_i) et de sortie (s_i). Ce qui est essentiel pour nous dans ce cas, c'est que dans la situation concrète du texte réduit à une seule phrase, ces syntagmes-là se montrent insuffisants pour constituer l'unité minimale de la communication (la phrase en question). On peut imaginer bien sûr une situation où un syntagme $[e_i, s_i]$ autonome, tout seul puisse constituer une phrase. Mais ce n'est pas notre cas. Chacun d'eux a belle et bien une signification, mais dans ce cas, un syntagme tout seul ne suffit pas pour constituer une unité minimale de texte souhaitée par l'auteur. Evidemment, il y a des syntagmes qui sont plus importants que les autres, mais nous ne considérons pas ici une théorie structurale de phrase. Or les syntagmes $[e_1, s_1]$, $[e_2, s_2]$,... $[e_n, s_n]$ sont tous également valables et sont tous également nécessaires pour la compréhension de la phrase donnée. Donc, une topologie la plus appropriée pour naturelle ici est celle définie à partir du processus de lecture qui est généralement admis d'instinct par la majorité de lecteurs : c'est une lecture dès le début jusqu'à la fin. Une telle lecture respect soi-disant « l'ordre de mots » qui est significatif pour la compréhension d'une phrase ; elle reproduit ainsi l'effet voulu par son auteur. De l'autre part, la compréhension d'un syntagme $[e_i, s_i]$ s'appuie sur le contexte conçu par les syntagmes $[e_1, s_1]$, $[e_2, s_2]$,... $[e_{i-1}, s_{i-1}]$ qui le précédent et ignore syntagmes qui le suivent. De plus, s'il arrive au lecteur d'avoir hésiter au milieu d'une phrase, il le reprendra probablement à partir du commencement d'un syntagme. Cela veut dire que système de voisinages d'un locus l est constitué des intervalles de type $[e_i, l]$, où e_i est un point d'entrée tel que $e_i \leqslant l$. Compte tenu de l'ordre naturel de syntagmes, cela s'écrit en notation précédente comme $I_{e_i}(l)$. C'est ainsi que nous avons défini la topologie naturelle dans le cas classique. En fait, cette topologie est définie de la même manière que dans le cas général.

Supposons maintenant les prémisses de la Condition (S) pour le cas, où le fragment U est égale à X, donc à la phrase toute entière, et le recouvrement ouvert du X est fait de tous ses syntagmes constitutifs, car il s'agit de la signification de toute la phrase dans le cas classique du principe compositionnel. La conclusion de la Condition (S) dit que la signification de cette phrase est définie d'une manière unique par la donnée des significations de ses syntagmes constitutifs. On a donc obtenu, à partir des prémisses, un élément constitutif (l'unicité) caractéristique pour une relation fonctionnelle exigée par le principe compositionnel classique de Frege.

Supposons maintenant les prémisses de la Condition (C) pour le cas classique, où le fragment U est égale à X, donc à la phrase toute entière, et le recouvrement du X est fait de l'ensemble de tous les syntagmes constitutifs. La conclusion de la Condition (C) dit que, pour ce système des significations fragmentaires, il existe en tant que définie par elles, la signification de la phrase en sa totalité. On a donc obtenu, à partir des prémisses, un élément constitutif (l'existence) caractéristique pour une relation fonctionnelle exigée par le principe compositionnel classique de Frege.

Le principe classique de Frege est donc un cas particulier du principe compositionnel généralisé reformulé au niveau de phrase, d'où l'appellation de celui-ci au nom de Frege. Nous parlons ici d'un cas particulier dans le sens qu'un principe compositionnel au niveau de phrase, défini dans les termes topologiques comme un calque théorétique de notre principe compositionnel généralisé (encadré plus haut), donne en fait la formulation du principe compositionnel classique de Frege en termes d'une relation fonctionnelle. Cela veut dire que le principe compositionnel généralisé de Frege dans une formulation pareille exprime en fait un principe qui régit le procédé de compositionnalité de significations à tous les niveaux discursifs. Il faut ici rappeler l'opinion de R. Barthes : – « s'il faut donner une hypothèse de travail à une analyse [...], le plus raisonnable est de postuler un rapport homologique entre la phrase et le discours, dans la mesure où une même organisation formelle règle vraisemblablement tous les systèmes sémiotiques, quelles qu'en soient les substances et les dimensions : le discours serait une grande « phrase » (dont les unités ne sauraient être nécessairement des phrases), tout comme la phrase, moyennant certaines spécifications, est un petit « discours ». »[41]. En réalité, le procédé compositionnel est mis en œuvre chaque fois quand il se passe une lecture d'une phrase. Dans le cas général d'un texte qui consiste en plusieurs phrases, on suppose que ce procédé-là travaille à l'échelle de phrase ce qui permet de la prendre pour un locus. Il y a là une certaine analogie avec ce qu'on appelle *polymorphisme* dans C^{++}. Cela veut dire que toute notre analyse précédente reste valable. Il y a seulement une petite différence. Pour le texte réduit à une seule phrase, le sens vient tout de suite après sa lecture. Tandis que pour le texte constitué de plusieurs phrases, le sens d'une phrase, avant d'être exprimé, passe à travers d'éventuelle phase référentielle. Cela veut dire que le principe compositionnel généralisé de Frege se voit transformé en celui classique pour le texte réduit à une seule phrase et même le généralise tout en respectant la pluralité de sens des syntagmes constitutifs.

Dans une formulation comme celle encadrée plus haut, le principe compositionnel généralisé de Frege peut être reproché d'une certaine manque de constructibilité. Oui, certainement, mais depuis le temps de Euler, on a habitué de considérer n'importe quelles fonctions sans les avoir définies par une formule quelconque. Il en est de même pour ce qui concerne une sémantique qui se veut être étendue au niveau de texte. Dans la situation d'une langue formelle, on peut espérer d'établir une théorie de sens comme un homomorphisme de la syntaxe à la sémantique pareillement au formalisme d'une grammaire de Montague [4, 5, 15]. Mais pour ce qui concerne des langues naturelles, nous devons nous contenter d'une non-constructibilité du principe de Frege dont la formulation générale ci-dessus nous semble être satisfaisante voire définitive : Qui dit principe de Frege au niveau de texte dit faisceau des significations fragmentaires.

Ajoutons encore qu'en vérifiant les conditions (S) et (C), on peut se borner aux recouvrements par les ouverts d'une base, car le faisceau $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ défini sur le texte X est complètement défini par ses valeurs sur la base $(I_y(x))$ de la topologie naturelle. Dans l'enseignement de la littérature, ceci correspond bien à la pratique courante d'extraire un fragment de texte pour le commentaire composé. Un rapide parcours des manuels correspondants révèle un fait surprenant qu'on propose toujours pour le fragment à commenter une partie du texte qui est ouverte dans la topologie dite naturelle ce qui justifie notre choix terminologique. Il en est de même dans les travaux sur le cercle herméneutique. Les parties concernées d'un texte en question sont toujours ouvertes dans notre topologie naturelle.

La théorie des faisceaux a été créée en 1945 par J. Leray lorsqu'il était prisonnier de guerre. Développée ensuite par les écoles de Cartan et Grothendieck, cette théorie s'est montrée extrêmement efficace dans toutes les mathématiques actuelles. Malheureusement, elle n'est pas encore connue dans les autres communautés scientifiques et par le grand public. L'absence de ce langage adéquat obscurcit parfois des raisonnements concernant le cercle herméneutique. Cependant, l'usage implicite des idées de la théorie des faisceaux est devenu une pratique courante dans la littérature herméneutique.

Nous avons présenté un exposé de l'herméneutique formelle inscrit dans le cadre de la théorie des faisceaux. Dans les travaux precedents [11, 12], nous avons considérés deux exposés mathématiques de l'herméneutique formelle : l'un inscrit de la théorie des espaces étalés et l'autre inscrit dans celui de la théorie des faisceaux. Le théorème principal d'adjoinction formulé dans [12] affirme que ces deux exposés sont mathématiquement équivalents et que le passage entre eux est établit par deux foncteurs adjoints Γ et Λ. Voilà pourquoi on utilise tantôt l'un, tantôt l'autre de ces deux exposés mathématiquement équivalents. Le langage des faisceaux nous paraît plus clair et précis parce qu'il fait recours au principe compositionnel de Frege dans une forme autant

[41] R. Barthes, *Op. cit.,* p.9.

générale que conforme à l'intuition. Il aura le même énoncé, également conforme à l'intuition, dans une autre topologie textuelle qui, pour ainsi dire, restera entre parenthèses.

On peut maintenant résumer le cadre conceptuel dans lequel nous voulons placer le procédé de compréhension d'un texte.

Soit X un texte susceptible de compréhension. Ce qui est incontestable, c'est que ce texte n'est pas un jeu de hasard mais une séquence des signes organisés en structure où la notion de proximité joue un rôle essentiel. Cela permet de munir ce texte admissible d'une structure naturelle d'espace topologique. Chaque mode de lecture possible associe au texte X un certain préfaisceau $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ qui, pour tout ouvert $U \subset X$, fait correspondre l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ de toutes les significations de ce fragment U selon le mode de lecture adopté. Pour deux ouverts $U \subset V$ quelconques, l'application de restriction $\mathrm{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \to \mathcal{F}(U)$ fait correspondre à chaque signification s du fragment V la signification $\mathrm{res}_U^V(s) \in \mathcal{F}(U)$ du sous-fragment U comme cela exige une idée classique du cercle herméneutique dans son mouvement d'un tout à ses parties. Soient $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ deux préfaisceaux qui correspondent aux deux modes de lecture quelconques du texte X. Leur morphisme $f : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ représente un changement de mode de lecture. Alors, pour un texte X, correspond naturellement une catégorie de préfaisceaux comme cela a été exprimé au chapitre 3. Le principe généralisé de compositionnalité de significations de Frege consiste à poser que cette catégorie est en fait une catégorie de faisceaux particuliers en provenance du texte X, comme cela a été exprimé au chapitre 4. Elle est une catégorie de faisceaux de significations fragmentaires sur l'espace topologique X. Alors, pour un texte X muni d'une topologie phonocentrique, correspond naturellement une catégorie de faisceaux particuliers sur X qu'il nous semble pertinent d'appeler *catégorie de Schleiermacher* et désigner désormais $\mathbf{Schl}(X)$ en l'honneur de F. D. E. Schleiermacher qui a écrit en 1809 : « On n'a compris que ce que l'on a reconstruit dans toutes ses relations et dans son contexte »[42].

Le langage de faisceaux nous paraît plus clair et plus propre à l'intuition mais cela peut avoir pour cause nos habitudes langagières indo-européens. Il n'en est pas ainsi pour les autre langues. Comme m'a communiqué W. S. Hatcher [16] qui avait mentionné la présente herméneutique formelle dans son cours de conférences, les étudiants chinois lui disaient qu'ils trouvaient le langage d'espaces étalés comme correspondant bien à leur intuition langagière.

5. Foncteurs sémantiques

Dans la théorie générale de faisceaux, on a connu et utilisé depuis longtemps une construction de deux foncteurs importants associes à une application continue des espaces topologiques. On se propose de considérer cette construction dans l'herméneutique formelle.

Foncteur image directe. — Soient X et Y deux textes dans une même langue considérés comme espaces topologiques, et soit $f : X \to Y$ une application continue. Alors, pour tout faisceau $\mathcal{F}$ sur X, on obtient un faisceau sur Y noté $f_*(\mathcal{F})$, en posant :

$$(f_*\mathcal{F})(V) = \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \qquad \text{pour tout ouvert } V \subset Y;$$
$$\mathrm{res}_{*V}^{\;W} = \mathrm{res}_{f^{-1}(V)}^{f^{-1}(W)} \qquad \text{pour tous ouverts } V, W \text{ tels que } V \subset W.$$

Autrement dit, $f_*\mathcal{F}$ est défini comme la composition $\mathcal{F}f^{-1}$ des foncteurs. Il est évident que l'on a défini un faisceau $f_*(\mathcal{F})$ sur Y, que l'on appelle l'*image directe de $\mathcal{F}$ par f*. Il est clair que la correspondance $\mathcal{F} \mapsto f_*(\mathcal{F})$ définit évidemment un foncteur $f_* : \mathbf{Schl}(X) \to \mathbf{Schl}(Y)$. De même, $(f \circ g)_* = f_*g_*$; autrement dit, la définition $\mathbf{Schl}(f) = f_*$ transforme $\mathbf{Schl}$ en

[42] Cité d'après H. Wismann [2].

foncteur sur la catégorie de tous les textes compréhensibles. Aussi, nous l'appelons *foncteur de Schleiermacher*. En particulier, si $f : X \to Y$ est un homéomorphisme (le cas d'une traduction en langue étrangère), f_* donne un isomorphisme de catégories entre $\mathbf{Schl}(X)$ et $\mathbf{Schl}(Y)$.

Un autre exemple important d'une application continue $f : X \to Y$ est celui de l'interprétation d'un texte Y célèbre ou difficile à comprendre dans un autre texte X écrit par un spécialiste. Les significations $\mathcal{G}(V)$ du texte Y qui ne sont pas d'abord accessibles, devient $\mathcal{G}(V) = \mathcal{F}(f^{-1}(V))$, compte tenu que le texte de commentaire X est clair et les significations $\mathcal{F}(U)$ sont facilement accessibles pour tout fragment $U \subset X$. Tel en est le cas d'un texte exégétique en théologie.

Il y a beaucoup d'exemples du même type dans l'univers des textes laïcs. Tous ceux qui ont fait l'expérience d'écrire une *dissertation*[43] reconnaissent comme tel le passage : *plan* $\to$ *sujet proposé*. En topologie, l'exemple typique d'une application continue est fourni par une application constante (dont l'image n'a qu'un seul élément). Il en est ainsi dans le travail d'un écrivain quand il écrit le premier plan d'une œuvre future. Ici, l'ensemble n'ayant qu'un seul élément constitue $\{$*conception*$\}$; même si celle-ci n'existe que dans la tête, on imagine facilement le texte $\{$*titre préalable*$\}$ qui lui correspond et l'application *premier plan* $\to$ $\{$*titre préalable*$\}$. Le pas suivant dans la même direction est un passage : *plan détaillé* $\to$ *premier plan*. Et ainsi de suite, on imagine facilement le travail de l'écrivain comme une séquence de textes qui approchent la future œuvre :

$$\cdots \quad \to X_r \to \quad \cdots \quad \to \textit{brouillon\#1} \to \textit{plan détaillé} \to \textit{premier plan} \to \{\textit{titre}\}.$$

Avec les notations évidentes, on a une séquence des textes et des applications surjectives suivante :

$$\cdots \quad \xrightarrow{\psi_{r+1}}\!\!\!\!\rightarrow X_r \xrightarrow{\psi_r}\!\!\!\!\rightarrow X_{r-1} \xrightarrow{\psi_{r-1}}\!\!\!\!\rightarrow \quad \cdots \quad \xrightarrow{\psi_2}\!\!\!\!\rightarrow X_1$$

qui forme un *système projectif*.

Dans cet optique, il existe une œuvre future imaginaire $X = \varprojlim(X_r, \psi_r)$ (la *limite projective* suivant « l'ordonné de brouillons ») comme cela présente explicitement le diagramme commutatif suivant :

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[dr, "p_r"] \arrow[drr, "p_{r-1}"] \arrow[drrrr, "p_1"] & & & & \\
\cdots \arrow[r, two heads, "\psi_{r+1}"] & X_r \arrow[r, two heads, "\psi_r"] & X_{r-1} \arrow[r, two heads, "\psi_{r-1}"] & \cdots \arrow[r, two heads, "\psi_2"'] & X_1 .
\end{tikzcd}$$

En réalité, on s'arrête au certain, disons n-ème pas, ce qui permet de publier quelque chose, d'où l'existence du certain n tel que $X = X_n$ et $p_n = \mathrm{id}_X$.

Un historien de la littérature pourrait ici nous faire remarquer que cette méthode d'écriture ressemble davantage à celle de Léon Tolstoï qu'à celle de Stendhal. Certes. Tant mieux pour le génie de Stendhal qui faisait tout le travail intermédiaire dans sa tête.

On va maintenant examiner un peut plus près le processus de lecture. Soit X un texte ordinaire. Désignons par $e_1, e_2, \ldots, e_n$ les points d'entrée qui commencent un alinéa et par $s_1, s_2, \ldots, s_n$ les points de sortie qui terminent un alinéa, tous pris dans l'ordre hérité du texte. Rappelons qu'une partie Z quelconque du texte X en question est toujours considérée comme un espace topologique muni d'une topologie induite. Désignons par Z_r une partie du texte constituée des loci dès le premier point d'entrée e_1 jusqu'au r-ème point de sortie s_r. Avec la

[43] Exercice scolaire consistant à développer méthodiquement ses idées sur une question.

notation du chapitre 2, cela s'écrit comme $Z_r = I_{e_1}(s_r)$. Il est clair que son complémentaire $X \setminus Z_r = I_{e_{r+1}}(s_n)$, est aussi ouvert dans X. On a donc immédiatement une immersion fermée $Z_r \hookrightarrow X$.

Soient $Z_r \overset{i_r}{\hookrightarrow} X$ ces immersions fermées pour $r = 1, 2, \ldots n$. Alors, pour tout faisceau $\mathcal{F}$ sur l'espace Z_r, on obtient son image directe $i_{r*}(\mathcal{F})$ comme un faisceau sur X qui est appelé *extension par zéro du faisceau* $\mathcal{F}$; pour un ouvert $U \subset X \setminus Z_r$, l'ensemble $i_{r*}\mathcal{F}(U)$ contient un seul élément. On peut imaginer la situation d'une lecture partielle du texte X du commencement e_1 jusqu'au r-ème point de sortie s_r, c'est-à -dire une lecture de Z_r. Cette lecture inachevée donne quand même une certaine compréhension de tout texte X en tant que l'image directe $i_{r*}(\mathcal{F})$.

Dans l'espace topologique associé au texte, on a évidemment une filtration des fermés

$$Z_1 \xhookrightarrow{\phi_1} Z_2 \xhookrightarrow{\phi_2} \quad \cdots \quad \xhookrightarrow{\phi_{n-1}} Z_n$$

qui forme un *système inductif*. On a évidemment un diagramme commutatif

$$\begin{tikzcd}
Z_1 \arrow[r, hook, "\phi_1"] \arrow[drrrr, "i_1"'] & Z_2 \arrow[r, hook, "\phi_2"] \arrow[drrr, "i_2"] & {} & \cdots \arrow[r, hook, "\phi_{n-1}"] & Z_n \arrow[d, "i_n"] \\
 & & & & X,
\end{tikzcd}$$

où $Z_n = X$ et $i_n = \mathrm{id}_X$.

Evidemment, le texte X est la limite inductive $\varinjlim(Z_r, \phi_r)$ des Z_r par les applications ϕ_r.

Foncteur image réciproque. — De même comme dans la théorie générale de faisceaux, outre le foncteur image directe f_*, nous pouvons définir également le foncteur *image réciproque* f^* et lui donner des interprétations herméneutiques. Cette fois aussi, nous avons une application continue des espaces topologiques $f : X \to Y$ qui provoque un transfert des faisceaux, mais cette fois dans la direction inverse. Cela veut dire que nous voulons, à partir de l'application continue $f : X \to Y$, définir un foncteur f^* qui, pour tout faisceau $\mathcal{F}$ sur Y, fait correspondre un faisceau noté $f^*(\mathcal{F})$ sur X. Un exemple le plus simple d'un tel foncteur image réciproque est facile à définir pour l'injection canonique d'un ouvert U dans X. Soit $i : U \hookrightarrow X$ une injection canonique d'un ouvert U dans X et soit $\mathcal{F}$ un faisceau sur X. Dans ce cas, nous povons définir $i^*(\mathcal{F})$ en posant tout simplement :

$$\begin{aligned}
(i^*\mathcal{F})(V) &= \mathcal{F}(i(V)) \qquad \text{pour tout ouvert } V \subset U; \\
{\mathrm{res}^*}^W_V &= \mathrm{res}^{i(W)}_{i(V)} \qquad \text{pour tous ouverts } V, W \text{ dans } U \text{ tels que } V \subset W.
\end{aligned}$$

Dans le cas général, une telle définition naïve exige des corrections parce que $f(U)$ n'est pas ouvert dans X, donc $\mathcal{F}(f(U))$ n'est pas défini. Pour définir ainsi $f^*(\mathcal{F})$, il fallait deux « passages aux limites », l'un pour définir $\mathcal{F}(f(U))$ et l'autre pour définir le faisceau associé à un préfaisceau. Défini dans la théorie générale de faisceaux, ce foncteur image réciproque $\mathcal{G} \mapsto f^*(\mathcal{G})$ est le foncteur *adjoint à gauche* du foncteur image directe $\mathcal{F} \mapsto f_*(\mathcal{F})$, ce qu'on désigne ordinairement par $f^* \dashv f_*$; le foncteur f^* est exact à gauche [14].

Revenons maintenant au cas d'un tel transfert de sens lié avec une application continue des textes en herméneutique. Soit $f : X \to Y$ une application continue quelconque des textes.

Comme dans la théorie générale de faisceaux, on définit de la même manière le foncteur f^* : $\mathbf{Schl}(Y) \to \mathbf{Schl}(X)$ qu'on va appeler aussi *image réciproque*.

En outre, on pourrait définir également les foncteurs bien connus $f^!$ et $f_!$ afin de leur donner aussi des interprétation herméneutique.

Tous ces foncteurs peuvent être utiles pour établir un rapport entre les significations d'un texte compris par son auteur lui-même et par un autre lecteur.

On a déjà vu ci-dessus comment le foncteur *image directe* nous permet de décrire le processus créatif d'un auteur et celui compréhensif d'un lecteur. Entre eux, il y'a une différence évidente qui a pour base la différence entre le processus d'écriture et celui de lecture. Certes, il y a une technique, et aussi l'art d'écriture. De l'autre côté, il y a une pratique de lecture qui se varie d'une lecture naïve propre au grand public à une lecture professionnelle par un spécialiste. La compréhension, c'est toujours un miracle où rien n'est garanti. Une fois couchée sur le papier, la pensée sublime de l'auteur commence à vivre sa propre vie où toutes les vicissitudes sont possibles. Rester incompréhensible pour les contemporains, ce n'est pas le pire de ce qu'il peut arriver. L'auteur lui-même pourrait s'y lasser prendre : « Je viens de faire une pièce superbe, disait un jour Mallarmé à Hérédia, sans doute avec un peu d'ironie et d'auto-critique, mais je n'en comprends pas bien le sens, et je viens vous trouver pour que vous me l'expliquiez »[44]. Ainsi parlait un poète français duquel P. Valéry écrit : – « Mallarmé a compris le langage comme s'il l'eût inventé »[45]. Celui qui a eu l'expérience de lire ses propres œuvres scientifiques écrites il y a quelques années, connaît peut-être, lui aussi, encore de pareils exemples.

Voilà donc un problème d'établir un rapport entre la compréhension d'un texte par son auteur lui-même et par quelqu'un d'autre. C'est une question difficile mais avant d'essayer à y répondre, il valait mieux de la formuler plus nettement. Même sans avoir résolu ce problème-là dans toute sa complexité, nous espérons tout au moins d'en proposer une formulation exacte ce qui permet de présenter formellement ces deux processus pour essayer de les comparer ensuite. En fait, il s'agit de comparer ce que l'auteur a voulu exprimer dans un processus d'écriture $\mathbf{Schl}(\varprojlim(X_r, \psi_r))$ avec ce qu'un autre lecteur a compris dans un processus de lecture $\mathbf{Schl}(\varinjlim(Z_r, \phi_r))$. L'exemple précité de Mallarmé montre qu'un auteur peut avoir des difficultés avec la compréhension d'un texte écrit par lui-même. Cette divergence du texte par rapport à la pensée est bien résumé par le poète russe F. Tutčeff : – « Toute pensée exprimée est un mensonge. ». On est certainement auteur du texte qu'on a écrit, mais on n'est pas l'auteur des toutes significations possibles de ce texte. Cela veut dire que le vrai problème porte sur la comparaison des significations d'un même texte saisies dans lecture par deux personnes quelconques. Nous revenons donc au problème général de l'acquisition d'une compétence linguistique. Loin de vouloir ouvrir une discussion philosophique, nous acceptons la doctrine du deuxième Wittgenstein partagée de nombreux linguistes selon laquelle c'est l'usage dans une communauté linguistique basé sur la communication lingagière quotidienne qui établit les significations des phrases et des textes ; le seul moyen d'établir leur égalité ou leur différence est le processus de dialogue auquel avait eu recours Mallarmé dans le cas cité ci-dessus.

6. Topologies de Grothendieck

Nous avons déjà mentionné que, outre le choix d'une topologie phonocentrique qui s'impose bien canoniquement, il est possible un autre choix plus raffiné, plus sophistiqué que celle-ci. Nous n'insistons pas trop sur le choix parce que notre approche consiste à proposer un cadre théorique plutôt qu'une construction rigide. C'est que le problème de compréhension qui est au centre de

[44] Cité d'après I. Marouzeau, *Précis de stylistique française*, Masson, Paris, 1959.

[45] P. Valéry, *Variété III*, Gallimard, 1936, p.29.

notre étude est si subjectif et tellement délicat qu'il admet pour solution un repère des points de vue plutôt qu'une théorie définitive. Nous essayons donc décrire ce thème en présentant quelques structures mathématiques apparentées qui se manifestent dans de divers cas de la compréhension d'un texte.

Dans l'approche déjà exprimée, il y a deux notions principaux : celle d'une topologie textuelle qui est sous-jacente au processus de la lecture ordinaire dans son aspect séquentiel qui permet de définir un système de voisinages pour chaque locus et celle d'un recouvrement de texte qui est sous-jacent au procédé de lecture ordinaire dans son aspect totalisant qui reflète l'intention de comprendre toute l'œuvre telle quelle. On va généraliser ces notions, toutes les deux.

D'abord, examinons un peu plus près la notion de recouvrement ouvert. En gros traits, elle représente une lecture de texte achevée à plusieurs reprises qui recommence par ça et par là, se répètent par endroits mais à la fin couvrent la totalité du texte par ses fragments lus. Il est incontestable que si l'on comprend un texte quelconque, on peut en exprimer le contenu par ses propres mots, interpréter pour ainsi dire, soit en langue d'original soit en langue étrangère. C'est un critère de compréhension le plus probant et dans les classes littéraires on le pratique comme l'exercice sous le nom d'explication. Imaginons la situation d'une leçon de littérature quand le professeur demande à un étudiant de raconter comment il a compris un tel morceau d'une telle œuvre littéraire. Et bon élève de répéter par cœur tout le texte demandé, dès le début jusqu'à la fin. Très bien ! Mais tout de même, il reste un doute à propos de sa compréhension. Le professeur lui demande d'expliquer encore un fragment quelconque de la même œuvre et encore en réponse il entend prononcer le texte mot par mot dès le début jusqu'à la fin. Et ainsi de suite, pour toutes les parties d'un recouvrement du texte en question. Peut-on dire quelque chose à propos de sa compréhension du texte ? Certainement, non ! Et pourtant, elle pourrait être excellente quand même, mais pour l'auditoire, elle reste une chose en soi. Un témoin, qui l'écoute seulement et qui n'est pas au courant de quoi il s'agit, pourrait prendre cette récitation d'un texte appris par cœur pour une lecture à haute voix. Et comme telle, elle ressemble bien à une lecture pour soi-même d'un texte ordinaire facile à comprendre. Si une telle lecture est suivie de la compréhension, elle ne diffère pas d'une lecture pour soi-même mais en voix intérieure. Dans une telle lecture, il arrive parfois de se heurter à une difficulté qui présente la compréhension d'un certain fragment. Pour résoudre cette difficulté et mettre en lumière les intentions de l'auteur, il faut analyser un peu le texte pour en saisir la signification. Dans ce travail toute la culture, toute l'intelligence sont mises en œuvre et aussi une prise de point de vue sur le sujet traité. Une fois le problème est résolu, il s'agit au fond de substituer une expression claire (pour lecteur) au lieu d'un passage obscur (pour lui) de texte. Bref, traduire pour soi-même et par ses propre mots le fragment en question. On peut traiter cette paraphrase V du fragment U expliqué ainsi comme une application surjective $V \overset{s}{\twoheadleftarrow} U$ qui change, interprète en quelque sorte, et généralise ainsi le fragment U en tant qu'un élément du recouvrement de départ du texte X.

Cette application s de paraphrase n'est pas tout à fait arbitraire. Le fragment U est la réunion $U = \bigcup_{1 \; j \; n} U_j$ de ses composantes irréductibles, où $U_j = [e_j, s_j] \cap U$. L'application s consiste en ce qu'une ou quelques phrases consécutives qui commencent U_1 sont remplacées par une phrase de V, puis encore une ou quelques phrases consécutives de U_1, qui suivent les précédentes, sont remplacées par une phrase suivante de V, et ainsi de suite jusqu'à la fin du fragment U_1. Puis, il en est de même pour la composante U_2, et ainsi de suite jusqu'à U_n. Le texte d'explication V est muni d'une topologie naturelle d'une maniére canonique. En effet, cette application de paraphrase est évidemment continue.

On a changé ainsi l'injection canonique $U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} X$ d'un ouvert U par la composition de deux applications $V \overset{s}{\twoheadleftarrow} U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} X$. La lecture des nos journaux quotidiens représente parfois une série d'exercices plus ou moins poussés de ce genre qui ressemble bien à cet épreuve scolaire d'explication littéraire.

On peut traiter cette composition $V \overset{s}{\twoheadleftarrow} U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} X$ comme un « élément corrigé » d'un « recouvrement au sens nouveau » qui généralise le morphisme $U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} X$ dans la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$ liée avec le texte X. Cela veut dire qu'on considère $V \overset{s}{\twoheadleftarrow} U \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} X$ comme un morphisme dans la catégorie de textes admissibles ayant les mêmes objets mais les morphismes redéfinis. Désignons ce morphisme au sens nouveau par une flèche marquée d'un point au-dessous $V \underset{\bullet}{\longrightarrow} X$. Le morphisme identique est évidemment un morphisme de ce type. Il est clair aussi qu'ils sont composables, les morphismes de ce type. Soient $U \underset{\bullet}{\overset{u}{\longrightarrow}} V$ et $V \underset{\bullet}{\overset{v}{\longrightarrow}} W$ deux morphismes de ce type. Définissons leur composition $v \bullet u$ de la façon suivante : Considérons le diagramme qui représente les morphismes donnés

$$\begin{tikzcd}
& U' \arrow[dl, two heads, "s"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & V' \arrow[dl, two heads, "t"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & \\
U \arrow[rr, "u", "\bullet"'] & & V \arrow[rr, "v", "\bullet"'] & & W.
\end{tikzcd}$$

Compte tenu que t est continue, on peut compléter ce diagramme de la façon suivante :

$$\begin{tikzcd}
& & t^{-1}(U') \arrow[dl, two heads, "t|_{t^{-1}(U')}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & \\
& U' \arrow[dl, two heads, "s"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & V' \arrow[dl, two heads, "t"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & \\
U \arrow[rr, "u", "\bullet"'] & & V \arrow[rr, "v", "\bullet"'] & & W.
\end{tikzcd}$$

La composition $v \bullet u$ est définie par le diagramme :

$$\begin{tikzcd}
& t^{-1}(U') \arrow[dl, two heads, "s o t|_{t^{-1}(U')}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & \\
U \arrow[rr, "v \bullet u", "\bullet"'] & & W.
\end{tikzcd}$$

Pour cette composition, les morphismes de type id_U (qui ont évidemment une factorisation nécessaire) agissent comme unités : $\mathrm{id}_U \bullet u = u$, $v \bullet \mathrm{id}_V = v$.

Il nous reste donc à prouver l'associativité de cette lois de composition. Soit $W \underset{\bullet}{\overset{w}{\longrightarrow}} Z$ encore un morphisme de ce type, décomposable comme $W \overset{s}{\twoheadleftarrow} W' \overset{\mathrm{inj}}{\hookrightarrow} Z$. Avec les notations précédentes, on a deux diagrammes suivants :

$$\begin{tikzcd}
 & & r^{-1}(t^{-1}(U')) \arrow[dl, two heads, "r|_{r^{-1}(t^{-1}(U'))}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & \\
 & t^{-1}(U') \arrow[dl, two heads, "s\circ t|_{t^{-1}(U')}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & W' \arrow[dl, two heads, "r"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & \\
U \arrow[rr, "v\bullet u", "\bullet"'] & & W \arrow[rr, "w", "\bullet"'] & & Z
\end{tikzcd}$$

et

$$\begin{tikzcd}
 & & (t\circ r)^{-1}(U') \arrow[dl, two heads, "(t\circ r)|_{(t\circ r)^{-1}(U')}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & \\
 & U' \arrow[dl, two heads, "s"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & & r^{-1}(V') \arrow[dl, two heads, "t\circ r|_{r^{-1}(V')}"'] \arrow[dr, hook, "\mathrm{inj}"] & \\
U \arrow[rr, "u", "\bullet"'] & & V \arrow[rr, "w\circ v", "\bullet"'] & & Z\,.
\end{tikzcd}$$

Compte tenu de l'égalité

$$(s\circ t)\circ r|_{r^{-1}(t^{-1}(U'))} = s\circ (t\circ r)|_{(t\circ r)^{-1}(U')}\,,$$

on a prouvée donc l'associativité de cette lois de composition $w\bullet(v\bullet u) = (w\bullet v)\bullet u$.

Malgré ce formalisme monstrueux, l'idée en est très simple : elle exprime le fait qu'une explication du fragment déjà expliqué est aussi son explication.

Nous avons défini ainsi une catégorie, disons $\mathbf{C}$, dont les objets sont les textes admissibles et dont les morphismes sont ceux marqués de « $\bullet$ ». Dans la suite, nous allons considérer cette catégorie $\mathbf{C}$ comme celle qui généralise la catégorie des ouverts $\mathbf{Ouv}_X$ liée avec la topologie phonocentrique sur X. De même que l'intersection de deux ouverts est encore un ouvert dans $\mathbf{Ouv}_X$, on peut démontrer que la catégorie $\mathbf{C}$ possède une propriété pareille, à savoir il y existe le produit fibré pour deux morphismes quelconques.

Rappelons la définition du produit fibré. Bien que cette notion ait le sens dans toute catégorie, nous la formulons pour la catégorie $\mathbf{C}$. Soient $W \underset{\bullet}{\xrightarrow{w}} U$ et $V \underset{\bullet}{\xrightarrow{v}} U$ deux objets dans la catégorie $\mathbf{C}$. On appelle leur *produit fibré* un objet P avec deux morphismes $P \underset{\bullet}{\xrightarrow{p}} V$ et $P \underset{\bullet}{\xrightarrow{q}} W$ dans la catégorie $\mathbf{C}$, tels que le diagramme suivant

$$\begin{tikzcd}
P \arrow[r, "p", "\bullet"'] \arrow[d, "q", "\bullet"'] & V \arrow[d, "v", "\bullet"'] \\
W \arrow[r, "w", "\bullet"'] & U
\end{tikzcd}$$

est commutatif et universel. Ceci veut dire que, pour tout diagramme commutatif

$$\begin{tikzcd} Q \arrow[r, "b", "\bullet"'] \arrow[d, "\bullet"', "k"] & V \arrow[d, "\bullet"', "v"] \\ W \arrow[r, "w", "\bullet"'] & U \end{tikzcd} ,$$

il existe un seul morphisme $Q \xrightarrow[\bullet]{h} P$ tel que $p \bullet h = b$ et $q \bullet h = k$. Comme tout objet universel, P est définit à un isomorphisme près. Cela permet de le désigner de la façon fonctionnelle : $P = W \times_U V$. On écrit aussi $P = W \times V$ s'il n'y a pas de confusion.

Il y a donc une certaine simplification dans les chapitres précédents qui négligent ce type de lecture analytique. Nous allons donc étudier un autre paradigme de lecture que nous avons déjà appelé *analytique* ou *logocentrique*. Une telle lecture adopte une certaine attitude interprétative à l'égard du texte qui va jusqu'à y intervenir de manière déconstructive. Parmi ces exercices en commentaire détaillé d'un fragment de texte, l'explication type baccalauréat va en servir un exemple. Il faudra seulement la débarrasser de divers jugements de valeur, de tout ce qu'on appelle « situer l'œuvre », de toutes explications philologiques pour n'en rester qu'une paraphrase signifiant comment on comprend le sens de l'œuvre, compte tenu le mode de lecture adopté : allégorique, historique, psychanalytique, etc.

Pour aller plus loin, donnons un exemple de tel mode de lecture qui cherche à déterminer avec précision le sens propre des termes métaphoriques. Malgré ce fameux précepte de Boileau : – « Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, et les mots pour le dire arrivent aisément »[46], il est très difficile de s'exprimer directement. Un texte est toujours bourré des expressions indirectes. C'est qu'on utilise inconsciemment ce procédé de métaphorisation qui est propre à la nature même de la communication langagière. Voilà pourquoi l'auteur utilise des expressions indirectes même sans se rendre compte. Citons M. Le Guern : – « Quand Pascal écrit : *Le nœud de notre condition prend ses replis et ses tours dans cet abîme*, le mot *nœud* ne désigne pas un nœud, les mots *replis* et *tours* ne désignent pas des replis et des tours, le mot *abîme* ne désigne pas un abîme. Si l'on veut ramener cette phrase à la seule information logique qu'elle véhicule, on obtient : *La complexité de notre condition a ses éléments constitutifs dans ce mystère* »[47].

Ramener ainsi chaque fragment du texte en question à un autre texte dérivé qui exprime proprement le sens compris et le faire d'une manière cohérente, c'est définir une notion (de famille couvrante) qui va changer celle de recouvrement ordinaire.

Le psychanalyse fournit une autre série d'exemples pour un mode de lecture appliqué aux mythes, aux contes populaires et littéraires et même aux romans célèbres.

Voyons qu'est ce que cela signifie sur le plan mathématique. Nous allons donc nous occuper de cette généralisation de la notion du recouvrement ouvert du texte X donné. L'autre fois, après avoir défini la topologie naturelle sur X, nous avons considéré la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$ liée avec le texte. Pour toute famille $(U_j)_{j\in J}$ des objet de $\mathbf{Ouv}_X$, il y existe un coproduit $\coprod_{j\in J} U_j$ qui est égale à l'union $\bigcup_{j\in J} U_j$. Pour un ouvert U (un objet dans la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$), la famille $(U_j)_{j\in J}$ est un recouvrement si et seulement si $\coprod_{j\in J} U_j$ est isomorphe à U ou, tout simplement, $\bigcup_{j\in J} U_j = U$. Etant donné un recouvrement ouvert d'un texte, cela exprime l'idée d'avoir lu ce texte par morceaux. Le fragment U du texte X est lu, s'il y a un recouvrement $\bigcup_{j\in J} U_j = U$, où chaque fragment U_j est lu. Comme nous avons déjà montré, le procédé *analytique* de lecture suivant le

[46] Cité d'après *Dictionnaire des pensées et maximes*, Seghers, Paris, 1963, p.191.

[47] M. Le Guern, *Sémantique de la métaphore et de la métonymie*, Paris, 1973.

paradigme *logocentrique* ne se laisse pas enfermé dans la catégorie des fragments du texte donné et de leurs inclusions. Au lieu de la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$, nous allons considérer la catégorie $\mathbf{C}$ dont les objets sont les textes admissibles mais leurs morphismes sont redéfinis comme ceux ci-dessus. Mais ce n'est pas tout. Il faut disposer encore d'une notion qui modèle celle d'un recouvrement de texte par les fragments lus. La notion mathématique la plus pertinente ici est celle de la *topologie de Grothendieck* [14]. Introduite par A. Grothendieck pour résoudre les hypothèses de A. Weil, cette notion généralise les propriétés catégorielles des recouvrements ouverts dans la catégorie $\mathbf{Ouv}_X$. Pour éviter les « paradoxes » connus de la Théorie des ensembles, on va se limiter à des catégories dont les objets appartiennent à un même ensemble « assez grand ».

Définition. — *Soit* $\mathbf{C}$ *une catégorie où l'on suppose définis les produits fibrés. On dit alors que la topologie (ou prétopologie) de Grothendieck* $\mathcal{T}$ *sur la catégorie* $\mathbf{C}$ *est un couple* $(Cat\mathcal{T}, Cov\mathcal{T})$, *où* $Cat\mathcal{T} = \mathbf{C}$, *et* $Cov\mathcal{T}$ *est un ensemble de familles de morphismes* $(U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U)_{i\in I}$ *de* $\mathbf{C}$ *si les conditions suivantes sont satisfaites :*

(i) Pour tout $U \in Ob(\mathbf{C})$, $U \underset{\bullet}{\xrightarrow{\text{id}}} U$ *appartient à* $Cov\mathcal{T}$.

(ii) Si $(U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U)_{i\in I}$, *et, pour chaque* $i \in I$, $(U_{i,j} \underset{\bullet}{\longrightarrow} U_i)_{j\in K}$, *appartiennent à* $Cov\mathcal{T}$, *alors la famille* $(U_{i,j} \underset{\bullet}{\longrightarrow} U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U)_{j\in K, i\in I}$, *des morphismes composés appartient à* $Cov\mathcal{T}$.

(iii) Si $(U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U)_{i\in I}$ *appartient à* $Cov\mathcal{T}$ *et si* $V \underset{\bullet}{\longrightarrow} U$ *est un morphisme arbitraire, la famille* $(U_i \times_U V \underset{\bullet}{\longrightarrow} V)_{i\in I}$ *obtenu par « changement de base » appartient à* $Cov\mathcal{T}$.

On dit que les éléments de $\mathrm{Cov}\mathcal{T}$ sont les *familles couvrantes* de topologie de Grothendieck $\mathcal{T}$; une catégorie $\mathbf{C}$ munie d'une topologie de Grothendieck $\mathcal{T}$ est appelée *site.* Dans le paradigme logocentrique de lecture, les *familles couvrantes* de topologie de Grothendieck $\mathcal{T}$ jouent un rôle pareil aux recouvrements ouverts de texte dans le paradigme phonocentrique de lecture. Les conditions (i), (ii) et (iii) ont les motivations suivantes : 1°. – Pour ce qui concerne (i), elle exprime qu'un fragment U est belle et bien sa propre explication ; 2°. – La condition (ii) exprime « la transitivité d'explications », c'est à dire, les explications qui s'enchaînent en cascade, donnent finalement encore une explication ; 3°. – La condition (iii) exprime comment une famille couvrante d'explications pour U définit une certaine famille couvrante d'explications pour sa propre explication partielle $V \underset{\bullet}{\longrightarrow} U$. L'existence du produit fibré $U_i \times_U V$ pour deux morphismes $U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U$ et $V \underset{\bullet}{\longrightarrow} U$ dans $\mathbf{C}$ a été présupposée ci-dessus.

Soit $\mathbf{C}$ un site. On définit maintenant un *préfaisceau d'ensemble* sur le site $\mathbf{C}$ comme un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{C} \to \mathbf{Ens}$. Cette définition est pareille à celle d'un *préfaisceau d'ensemble* sur l'espace topologique X comme un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{Ouv}_X \to \mathbf{Ens}$.

Soit $\mathbf{C}$ une catégorie de textes admissibles munie d'une topologie de Grothendieck $\mathcal{T}$ dont $\mathrm{Cov}\mathcal{T}$ est un ensemble de familles d'applications explicatives $(U_i \underset{\bullet}{\longrightarrow} U)_{i\in I}$ qui vérifient les conditions (i), (ii) et (iii) précitées ; on va appeler *site textuel* un tel site.

Un *préfaisceau sur le site* $\mathbf{C}$ étant maintenant un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{C} \to \mathbf{Ens}$ défini ainsi : $U \mapsto \mathcal{F}(U) = \{$toutes les significations « expliquées » par $U\}$; on a aussitôt la notion de morphisme de préfaisceau comme morphisme fonctoriel, donc les préfaisceaux des significations sur $\mathbf{C}$ forment une catégorie $\hat{\mathbf{C}}$.

Soit $\mathcal{T}$ une topologie de Grothendieck sur la catégorie $\mathbf{C}$ et $(U_i \underset{\bullet}{\xrightarrow{u_i}} U)_{i\in I}$ appartient à $\mathrm{Cov}\mathcal{T}$.

Pour tout $i, j \in I$ prenons un produit fibré

$$\begin{array}{ccc} U_i \times_U U_j & \xrightarrow[\bullet]{} & U_j \\ \bullet\downarrow & & \bullet\downarrow u_j \\ U_i & \xrightarrow[\bullet]{u_i} & U \end{array}$$

Soit $\mathcal{F}$ un préfaisceau sur $\mathbf{C}$. Il définit les applications $\mathcal{F}^i_{i,j} : \mathcal{F}(U_i) \to \mathcal{F}(U_i \times_U U_j)$ et $\mathcal{F}^j_{i,j} : \mathcal{F}(U_j) \to \mathcal{F}(U_i \times_U U_j)$ qui sont les $\mathcal{F}$-images de deux nouvelles flèches obtenues dans la construction du produit fibré. Désignons par $\mathcal{F}_i$ l'application $\mathcal{F}(u_i) : \mathcal{F}(U) \to \mathcal{F}(U_i)$.

Définition. — *Soit $\mathcal{F}$ un préfaisceau sur le site $\mathbf{C}$. On dit que $\mathcal{F}$ est faisceau sur le site $\mathbf{C}$ si la condition suivante est satisfaite :*

(SC) *Soit $(U_i \xrightarrow[\bullet]{} U)_{i \in I} \in Cov\mathcal{T}$ un recouvrement d'un $\mathbf{C}$-objet U et soit $(s_i)_{i\in I}$ une famille des significations $s_i \in \mathcal{F}(U_i)$ compatibles, i.e. telles que pour tout $i, j \in I$, il y ait une égalité $\mathcal{F}^i_{i,j}(s_i) = \mathcal{F}^j_{i,j}(s_j)$. Alors, il existe et une seule signification $s \in \mathcal{F}(U)$, telle que $\mathcal{F}_i(s) = s_i$ pour tout $i \in I$.*

On peut formuler encore un principe compositionnel qui généralise le principe compositionnel classique de Frege pour la topologie logocentrique :

> **Définition (Principe compositionnel de Frege).** — *Tout préfaisceau d'explications sur un site textuel est en fait un faisceau en topologie de Grothendieck.*

Ce formulation abstraite exprime en fait une idée très simple : pour un texte admissible, des explications fragmentaires concordantes se composent en une explication totale. C'est ainsi que nous voyons apparaître en divers manuels sur l'histoire littéraire, sous la forme d'un résumé, les grands oeuvres des écrivains célèbres. Par exemple, le roman historique *les Misérables* (1862) de Victor Hugo peut être expliquer en quatre lignes : — « Le thème essentiel du roman est celui de la rédemption d'un forçat libéré, Jean Valjean, qui voue son existence au soulagement des malheureux, assiste jusque dans son agonie Fantine, la femme abandonnée, recueille sa fille Cosette et sauve même la vie du policier Jauvert, attaché pourtant à sa perte. »[48].

On peut améliorer quelque peu la définition de site et celle de topologie de Grothendieck en utilisant les *cribles* au lieu des *familles couvrantes*. Cette définition [14] a de tels avantages techniques qu'elle n'exige pas l'existence des produits fibrés dans la catégorie $\mathbf{C}$. On pouvait en profiter pour formuler la notion de site textuel et celle de la topologie de Grothendieck sans recourir aux produits fibrés ; la formulation du principe compositionnel généralisé de Frege reste le même.

Les faisceau sur $\mathbf{C}$ (pour une topologie $\mathcal{T}$) forment une sous-catégorie pleine désignée par $\widetilde{\mathbf{C}}_{\mathcal{T}}$. Les catégories équivalentes aux catégories de la forme $\widetilde{\mathbf{C}}_{\mathcal{T}}$ sont appelées *topos de Grothendieck*. On peut les caractériser par des propriétés intrinsèques, indépendantes de la catégorie $\mathbf{C}$ qui intervient dans la définition précédente. Les topoi de Grothendieck interviennent aussi en Logique mathématique.

[48] J. Thoraval, C. Pellerin, M. Lambert, J. Le Solleuz, *Les grands étapes de la civilisation française*, Bordas, Paris, 1972, p.358.

De même que le nouveau est quelque chose d'ancienne bien oubliée, on peut retrouver les traces de la topologie de Grothendieck dans les œuvres littéraires au fil des siècles. On commence par le Moyen Age. Tout le monde qui lisait *Le Décaméron* de Boccace doit se rappeler que chaque nouvelle dans ce recueil commence par un exposé sommaire de son contenu. Une application qui réduit tous les chapitres à leurs aperçus vient tout de suite et donne un bon exemple d'une *famille couvrante* en notre terminologie. Un autre exemple du même genre nous donnent les *Deutsche Schwänke und Volksbücher* datés du seizième siècle. Le dix-huitième siècle, avec les œuvres de J. Swift et d'autres écrivains, a vu utiliser ce procédé compositionnel qui consiste à commencer chaque chapitre par un bref résumé de son contenu. Ce procédé est survécu à nos jours. On le voit par exemple chez H. Wells dans son *Mr. Blettsworthy on Rampole Island* de 1928. Pourtant au XX^e siècle, ce procédé s'est vu transformé en fabrication d'une espèce de littérature dite condensée.

La révolution scientifique contemporaine fait produire la croissance exponentielle d'ensemble de diverses publications périodiques : revues, annales, cahiers, bulletins, recueils, miscellanées, etc. ; on voit leur tirage sommaire accroître et les titres nouveaux apparaître. La plupart de ces éditions exigent que l'article proposé à la publication doit être accompagné d'un résumé. Celui-ci représente un beau exemple d'une famille couvrante au sens d'une topologie de Grothendieck. De plus, en matière de bases de références bibliographiques il y a aussi des revues spécialisées comme le *Bulletin Signalétique* en France, le *Referativnii Journal* en Russie, les *Mathematical Reviews* aux Etats-Unis, etc., qui publient des résumés sur les travaux parus tout récemment dans un domaine précis de la science. Selon la classification adoptée en 1949 à la conférence internationale à Paris, il existent des résumés indicatifs et celles informatifs. Ceux-ci donnent aussi des exemples et des normes concernant des textes dérivés qui pourraient considérés comme familles couvrantes. Leurs traits spécifiques sont l'exposition explicite du contenu et l'absence d'aucun jugement de valeur.

Tous ces exemples présupposent le mode de lecture qui s'intéresse principalement au texte sur le plan du contenu. Mais il y en a d'autres qui adoptent d'autres attitudes. Parmi eux, il faut d'abord mentionner les éditions des Saintes Ecritures où chaque chapitre est précédé d'une brève exégèse qui interprète l'un des sens théologiques du texte.

De toute façon, chaque fois quand l'auteur donne quelque titre à une partie de son œuvre littéraire, il évoque une famille couvrante dans le sens de topologie de Grothendieck. Ramener ainsi chaque fragment du texte en question à un autre texte dérivé qui exprime le sens compris selon un mode de lecture choisi et fixé préalablement, c'est définir une famille couvrante d'une topologie de Grothendieck sur le texte en lecture. On peut se représenter un système couvrant quelconque de la topologie de Grothendieck comme l'interprétation du texte en question pour une attitude explicative adoptée (comme un filtre pour ainsi dire).

La notion du topos de Grothendieck en provenance textuelle exprime mathématiquement une idée très proche à celle de *déconstruction* dû à J. Derrida. Nous disons que la topologie naturelle est *phonocentrique* et que la topologie de Grothendieck est *logocentrique* pour faire place aux concepts fondamentaux de phonocentrisme et logocentrisme dont on remarque la présence tout au longue de la tradition linguistique.

Disons enfin que, pour ce qui concerne de la poésie, la topologie dite naturelle est plus pertinente tandis que la topologie de Grothendieck est ici incongrue. Mandelstam disait quelque part que la poésie résiste à toute sorte de paraphrase. C'est que les mots y tiennent chacun pour soi, tout comme le métal d'une pièce de monnaie en or est son propre équivalent en valeur.

7. Topoi

La théorie des topos a été édifiée par A. Grothendieck et son école de la Géométrie algébrique [9]. J. Giraud a démontré que la définition de topos de Grothendieck peut être réduit aux axiomes où il s'agit des propriétés d'exactitude de topos lui-même et non pas de son site de définition [9]. Ensuite, F. W. Lawvere et M. Tierney ont introduit notion de *topos élémentaire* pour caractériser une classe de catégories qui ressemble bien aux topos de Grothendieck mais sont définis par un système d'axiomes indépendant de la théorie d'ensembles. Plus tard, C. J. Mikkelsen a simplifié leur système d'axiomes et enfin on a aboutit aux axiomes de *topos* généralement admis. On rappelle [7] qu'un topos $\mathbf{T}$ est une catégorie qui vérifie les propriétés exigées par les axiomes suivants :

(axiome 1) *La catégorie* $\mathbf{T}$ *admet des limites projectives finies.*

Il suffit d'avoir seulement de certaines limites projectives finies, c'est à dire que cet axiome peut être remplacé par les deux :

(axiome 1a) *Il existe un objet* 1 *de* $\mathbf{T}$ *tel que, pour tout objet* $\mathcal{F} \in \mathrm{Ob}(\mathbf{T})$, $\mathrm{Mor}(\mathcal{F}, 1)$ *est réduit à un seul élément ; on dit alors que* 1 *est objet final de* $\mathbf{T}$.

(axiome 1b) *Pour tout couple des morphismes* $f : \mathcal{F} \to \mathcal{H}$ *et* $g : \mathcal{G} \to \mathcal{H}$ *dans la catégorie* $\mathbf{T}$, *il existe leur produit fibré* $\mathcal{P} = \mathcal{F} \times_{\mathcal{H}} \mathcal{G}$.

Cet axiome (pour $\mathcal{H} = 1$) inclut l'existence du produit cartésien $\mathcal{P} = \mathcal{F} \times \mathcal{G}$.

(axiome 2) *Pour tout couple des objets* $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$, *il existe un objet* $\mathcal{F}^{\mathcal{G}}$ *et il existe une bijection (naturelle pour tous* $\mathcal{A}$*) tels que* $\mathrm{Mor}(\mathcal{A} \times \mathcal{G}, \mathcal{F}) \simeq \mathrm{Mor}(\mathcal{A}, \mathcal{F}^{\mathcal{G}})$.

On définit maintenant un *sous-objet* $\mathcal{S}$ de l'objet $\mathcal{F}$ comme un *monomorphisme* $m : \mathcal{S} \to \mathcal{F}$ (i.e. un morphisme m tel que, pour deux morphismes quelconques $f, g : \mathcal{A} \to \mathcal{S}$, l'égalité $m \circ f = m \circ g$ implique $f = g$).

(axiome 3) *La catégorie* $\mathbf{T}$ *possède un classificateur des sous-objets* Ω. *Cela veut dire qu'il existe un objet* Ω *et qu'il existe un morphisme noté* vrai : $1 \to \Omega$, *tels que, pour tout sous-objet* $m : \mathcal{S} \to \mathcal{F}$, *il existe un morphisme unique* $\theta : \mathcal{F} \to \Omega$ *tel que le diagramme suivant est un produit fibré :*

$$\begin{tikzcd} \mathcal{S} \arrow[r] \arrow[d, "m"'] & 1 \arrow[d, "\text{vrai}"] \\ \mathcal{F} \arrow[r, "\theta"'] & \Omega \end{tikzcd} \quad .$$

Tout topos au sens de Grothendieck est topos au sens de cette définition [14], mais la réciproque est fausse. Beaucoup de structures mathématiques peuvent être classifiées par un topos approprié. La catégorie de Schleiermacher $\mathbf{Schl}(X)$ est une sous-catégorie *pleine* de la catégorie $\mathbf{Faisc}(X)$ de tous les faisceaux d'ensembles sur l'espace topologique lié au texte X. Comme toute catégorie des faisceaux, $\mathbf{Schl}(X)$ est un exemple typique de topos. Dans le cas du choix des phrases pour les éléments primitifs, on peut dire, sans entrer dans le détail, qu'il existe dans $\mathbf{Schl}(X)$ un objet Ω – classificateur des sous-objets tel que les morphismes $\theta : \mathcal{F} \to \Omega$ donnent une formulation interne des « propriétés » d'un mode de compréhension $\mathcal{F}$ du texte X de façon que ces propriétés sont internes et non pas syntaxiques comme l'écrit S. Mac Lane[49] : – «In particular, we emphasize the idea that the arrows $\theta : X \to \Omega$ to the subobjet classifier give an "internal" formulation of "properties" of X — so that properties and their logic (propositional operations and quantifiers) are internal and not syntactical.». Pour une catégorie donnée quelconque, on peut prouver qu'elle est un topos en vertu des théorèmes généraux ; dans ce cas, une déscription explicite

[49] S. Mac Lane, *Internal logic in topoi and other categories* Abstract, Journal of Symbolic Logic, **39**, No 2, p.428.

d'un classificateur des sous-objets Ω et un morphismes vrai : $1 \to \Omega$ clarifie notre compréhension de ce topos-là. Il en est de même souhaitable à décrire de tels données pour la catégorie de Schleiermacher $\mathbf{Schl}(X)$ et les proposer une interprétation herméneutique. Cela se fait plus clairement pour une catégorie équivalente d'espaces étalés [12]. Sans entrer dans le detail, disons qu'on peut prendre l'espace étalé $\mathrm{id}_X : X \to X$ pour l'objet final 1 et l'espace étalé des germes des ouverts dans X pour le classificateur des sous-objets Ω. Pour plus de détail sur ces définitions, voir [13]. En expressions mesurées, risquons à proposer ici une interprétation hypothétique pour un tel objet final comme compréhension littérale du texte X et pour un tel classificateur des sous-objets Ω comme un espace étalé qui établit dans chaque locus $x \in X$ l'horizon de toutes ces compréhension.

8. Schémas formels discursifs

Nous sommes toujours en chemin vers la définition d'une catégorie qui puisse exprimer la différence, connue depuis longtemps dans les théories linguistiques, entre la langue comme structure et système et le langage comme usage et fonctionnement. Celle-là rapporte une phrase à une structure dans le système, tandis que celui-ci la rapporte au processus de la communication langagière. De même pour le discours et le texte. La communication langagière est propre à la nature humaine même. En tant que la parole, elle remonte au commencement de l'histoire ; en tant que l'écriture, c'est une invention nouvelle datée de cinq ou six milles ans. Toute théorie de la communication langagière doit tenir compte de ce phénomène de double codage parlé et écrit qui existe depuis longtemps.

L'activité émettrice dans un acte de communication produit en même temps le message et sa compréhension en tant que pensée exprimée. Le message ici peut être codé soit par un discours audible en direct soit par enregistrement audio-visuel soit par écrit en tant que texte. Mais elle est toujours suivie d'une activité compréhensive de la part de l'emetteur du message.

De même pour l'activité réceptrice. A titre d'un événement, elle peut s'effectuer immédiatement ou moyennant d'un canal soit-t-il un texte ou le média. Mais elle est toujours suivie d'une activité compréhensive de la part du récepteur du message.

Dans les chapitres précédents, nous avons consacré beaucoup du temps au problème des textes admissibles comme message dans un acte de communication langagière par écrit. En fait, nous avons déjà fait un pas vers la définition d'une catégorie que l'on peut considérer comme l'objet principal d'études non pas seulement d'une herméneutique mais aussi de toute théorie de la communication langagière. Nous essayons de motiver notre définition d'une telle catégorie recherchée en tant que l'objet principal d'études. La classe des objets en est constitué des textes admissibles qui sont munis d'une topologie dite naturelle ou phonocentrique. Mais la topologie ne suffit pas à elle seule afin qu'un texte constitue un objet de la catégorie qui reflète bien un processus de la communication langagière.

Un texte X admissible dans un acte de communication langagière est censé avoir la signification ou plutôt une structure des significations dûment définie. Pour un texte admissible X donné, nous l'avons déjà fait dans la définition d'une catégorie de Schleiermacher $\mathbf{Schl}(X)$ qui englobe toutes les significations cohérentes du texte X en question. Plus précisément, selon le principe compositionnel généralisé de Frege, chaque faisceau $\mathcal{F}$ représente toutes les significations compréhensibles de la façon cohérente sous un mode de lecture adopté du texte X.

En tant qu'un objet de la catégorie, disons **Logos**, laquelle nous voulons définir, il vaut mieux donc prendre un couple $(X, \mathcal{F})$, formé d'un texte X muni de la topologie phonocentrique et d'un faisceau $\mathcal{F}$ appartenant à $\mathrm{Ob}(\mathbf{Schl}(X))$. C'est que un texte admissible est pensé toujours avec une signification qu'il exprime. Celui qui cite un texte, suppose ainsi que ce texte cité exprime une certaine signification. Il y a une différence nette entre un livre comme unité typographique et un texte comme unité signifiant. Dire « texte » c'est dire « texte qui exprime ».

Nous définissons ainsi la classe des objets de la catégorie **Logos** comme

$$\mathrm{Ob}(\mathbf{Logos}) = \{\,(X, \mathcal{F}) \mid X \text{ est un texte admissible, } \mathcal{F} \in \mathrm{Ob}(\mathbf{Schl}(X))\,\}.$$

Définissons maintenant la classe des morphismes Mor(**Logos**). Chaque morphisme dans la catégorie Mor(**Schl**(X)), qui représente un changement de mode de lecture du texte X, donne un morphisme dans la catégorie **Logos** laquelle nous voulons définir de la façon suivante :

Soient $(\mathcal{F}(V), \mathrm{res}_U^V)$ et $(\mathcal{G}(V), {\mathrm{res}'}_U^V)$ deux faisceaux qui correspondent aux deux modes de lecture quelconques du texte X donné. Rappelons que leur morphisme $\phi : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ est par définition une application $U \mapsto \phi(U)$ telle que $\phi(U) \in \mathrm{Mor}(\mathcal{F}(U), \mathcal{G}(U))$ et que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & \xrightarrow{\phi(V)} & \mathcal{G}(V) \\ {\scriptstyle \mathrm{res}_U^V}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle {\mathrm{res}'}_U^V} \\ \mathcal{F}(U) & \xrightarrow{\phi(U)} & \mathcal{G}(U) \end{array}$$

est commutatif pour tous ouverts $U \subset V$.

Soit $\theta : \mathcal{G} \to \mathcal{F}$ un tel morphisme des faisceaux qui représente un changement de mode de lecture de X. Définissons le *morphisme* $(X, \mathcal{F}) \to (X, \mathcal{G})$ comme le couple de morphismes suivants (id_X, θ), où θ est morphisme donné. De tels morphismes sont évidemment composables de la façon nécessaire.

L'herméneutique formelle, comme d'ailleurs toute théorie de la communication langagière, ne s'occupe pas d'un seul texte mais de tous les textes admissibles comme messages. Pour tout texte X admissible, nous avons ainsi défini une classe des objets $\{\,(X, \mathcal{F}) \mid \forall \mathcal{F} \in \mathrm{Ob}(\mathbf{Schl}(X))\,\}$ et une classe des morphismes $\{\,(\mathrm{id}_X, \theta) \mid \forall \theta \in \mathrm{Mor}(\mathbf{Schl}(X))\,\}$.

Il ne reste qu'à définir la classe de tout les morphismes de notre catégorie voulue. Pour deux textes donnés avec leurs modes de lectures, nous définirons leur morphisme comme une application continue qui respect la signification. Plus précisément, soient $(X, \mathcal{F})$ et $(Y, \mathcal{G})$ deux textes admissibles chacun avec son mode de lecture fixé (deux objets donc de la catégorie **Logos**). Définissons leur *morphisme* $(X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G}))$ comme un couple $(f, (\theta(U))_{U \in \mathbf{Ouv}_X})$ formé d'une application continue $f : X \to Y$ dans les topologies phonocentriques définies de la façon usuelle sur X et sur Y et d'une famille des morphismes $(\theta(U))_{U \in \mathbf{Ouv}_X}$ telles que $\theta(U) \in \mathrm{Mor}(\mathcal{G}(U), \mathcal{F}(U))$ et que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}(V) & \xrightarrow{\theta(V)} & \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \\ {\scriptstyle {\mathrm{res}'}_U^V}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \mathrm{res}_{f^{-1}(U)}^{f^{-1}(V)}} \\ \mathcal{G}(U) & \xrightarrow{\theta(U)} & \mathcal{F}(f^{-1}(U)) \end{array}$$

est commutatif pour tous ouverts $U \subset V$.

On désigne une telle famille $(\theta(U))_{U \in \mathbf{Ouv}_X}$ par θ tout simplement et l'appelle *f-morphisme des faisceaux $\mathcal{G}$ et $\mathcal{F}$*. Au moyen de l'image direct de $\mathcal{F}$ par f, on peut simplifié le diagramme en définition de *f-morphisme* θ :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}(V) & \xrightarrow{\theta(V)} & f_*\mathcal{F}(V) \\ {\scriptstyle {\mathrm{res}'}_U^V}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle {\mathrm{res}_*}_U^V} \\ \mathcal{G}(U) & \xrightarrow{\theta(U)} & f_*\mathcal{F}(U)\,. \end{array}$$

Cela veut dire que θ est un morphisme de faisceaux $\theta : \mathcal{G} \to f_*\mathcal{F}$. De tels morphismes (f, θ) sont composables de la façon associative et le morphisme identique $(\mathrm{id}_X, (\mathrm{id}_{\mathcal{F}(U)})_{U \in \mathbf{Ouv}_X})$ se trouve évidemment parmi eux. On va prouver la première proposition :

D'abord, soit $\eta : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_2$ un morphisme de tels faisceaux sur X. Lorsque U parcourt l'ensemble des ouverts de Y, la famille de morphismes $\eta(f^{-1}(U)) : \mathcal{F}_1(f^{-1}(U)) \to \mathcal{F}_2(f^{-1}(U))$ satisfait aux conditions de compatibilité avec les applications de restriction, et définit par suite un morphisme $f_*(\eta) : f_*(\mathcal{F}_1) \to f_*(\mathcal{F}_2)$. Si $\theta : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_3$ est un morphisme de $\mathcal{F}_2$ dans un troisième faisceau de signification sur X, on a $f_*(\theta \circ \eta) = f_*(\theta) \circ f_*(\eta)$; autrement dit, $f_*(\mathcal{F})$ est un foncteur covariant en $\mathcal{F}$, de la catégorie $\mathbf{Schl}(X)$ dans la catégorie $\mathbf{Schl}(Y)$.

Ensuite, soit Z un troisième texte, $f' : Y \to Z$ une application continue, et soit $f'' = f' \circ f$. Il est clair que l'on a $f''_*(\mathcal{F}) = f'_*(f_*(\mathcal{F}))$ pour tout faisceau des signification sur X ; en outre pour tout morphisme $\eta : \mathcal{F} \to \mathcal{F}_1$ de tels faisceau sur X, on a $f''_*(\eta) = f'_*(f_*(\eta))$. En d'autres termes, f''_* est le *composé* des foncteurs f'_* et f_*, ce qu'on peut écrire $(f' \circ f)_* = f'_* \circ f_*$.

Enfin, soit $f : X \to Y$ et $f' : Y \to Z$ deux applications continues et soient $\mathcal{F}$, $\mathcal{G}$ et $\mathcal{H}$ des faisceaux des signification sur X, Y et Z respectivement, et soient $\theta : \mathcal{G} \to f_*(\mathcal{F})$, $\eta : \mathcal{H} \to f'_*(\mathcal{G})$ un f-morphisme et un f'-morphisme respectivement. On en déduit un f''-morphisme

$$\xi : \mathcal{H} \xrightarrow{\ \eta\ } f'_*(\mathcal{G}) \xrightarrow{f'_*(\theta)} f'_*(f_*(\mathcal{F})) = f''_*(\mathcal{F}),$$

que l'on appelle, par définition, le *composé* de θ et de η. On peut donc considérer les couples $(X, \mathcal{F})$ formés d'un texte X muni de la topologie phonocentrique et d'un faisceau des significations $\mathcal{F}$ sur X comme constituant la classe des objets d'une catégorie **Logos** à définir ; les morphismes étant les couples $(f, \theta) : (X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G})$ formés d'une application continue $f : X \to Y$ et d'un f-morphisme $\theta : \mathcal{G} \to f_*\mathcal{F}$. Dans le chapitre 5, nous avons déjà considéré quelques exemples de tels morphismes dont celui de commentaire s'écrit comme $(f, \theta) : (X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G})$, où $\mathcal{G} = f_*\mathcal{F}$ et $\theta = \mathrm{id}_{f_*\mathcal{F}}$.

On va appeler *espaces textuels* les objets de la catégorie **Logos** ainsi définie. Etant donné un espace textuel $(X, \mathcal{F})$ dans la catégorie **Logos**, on va appeler *interprétation* un faisceau de significations $\mathcal{F}$ donné.

Soit $(X, \mathcal{F})$ un espace textuel ; alors, pour tout $x \in X$, on définit la *fibre* $\mathcal{F}_x$ comme limite inductive $\varinjlim_{U\ x} \mathcal{F}(U)$ des $\mathcal{F}(U)$ selon l'ensemble filtrant des voisinages ouverts U de x dans X.

Soit $(f, \theta) : (X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G})$ un morphisme des espaces textuels. Etant donné un point $x \in X$, le morphisme des faisceaux $\theta : \mathcal{G} \to f_*\mathcal{F}$ induit une application $\theta(V) : \mathcal{G}(V) \to f_*\mathcal{F}(V)$ pour tout ouvert V dans Y ; lorsque V parcourt tout les voisinages ouverts de $f(x)$, les $f^{-1}(V)$ parcourt un sous-ensemble de l'ensemble de tous voisinages de x dans X. Par passage à la limite inductive, on obtient une application $\mathcal{G}_{f(x)} = \varinjlim_{V\ f(x)} \mathcal{G}(V) \to \varinjlim_{f^{-1}(V)\ x} \mathcal{F}(f^{-1}(V))$; en vertu de l'universalité de la limite inductive, on a une application $\varinjlim_{f^{-1}(V)\ x} \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \to \varinjlim_{U\ x} \mathcal{F}(U) = \mathcal{F}_x$, où U parcourt tous les voisinages ouverts de x. Nous avons ainsi défini une application induite $\theta_x : \mathcal{G}_{f(x)} \to \mathcal{F}_x$ des fibres correspondantes.

Pour mieux comprendre la notion de morphisme $(f, \theta) : (X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G})$, dans la catégorie **Logos**, supposons que le texte Y est obtenu à partir du texte X par la substitution d'un locus par un autre (procédé d'*immutatio* chez Quintilien). Le texte Y obtenu ainsi est admissible ; alors en tant qu'un objet de la catégorie **Logos**, il est considéré avec une interprétation, c'est à dire avec un faisceau des signification $\mathcal{G}$. On peut transférer l'interprétation $\mathcal{F}$ sur Y par foncteur image direct f_* et obtenir ainsi une interprétation de Y, c'est à dire le faisceau des significations $f_*\mathcal{F}$ sur Y. Mais le texte Y est considéré avec son interprétation donnée $\mathcal{G}$. Donc, pour définir un morphisme dans **Logos**, il faut fixer aussi un morphisme des interprétations $\theta : \mathcal{G} \to f_*\mathcal{F}$.

Encore une autre motivation pour la définition donnée de morphisme des espace textuels s'impose bien naturellement s'il on imagine une analogie entre le faisceau de significations sur l'espace X et le faisceau de fonctions continues sur une variété topologique. Tout morphisme de variétés $f : X \to Y$ transpose les fonctions définies sur Y en fonctions définies sur X d'après la formule $s \mapsto s \circ f$. Au fond, notre définition suit cette idée autant fondamentale que simple.

Nous avons définit finalement une catégorie **Logos** qui représente un langage de point de vue communicationnel. Cette catégorie dépend ainsi du langage dont il s'agit (le français dans cet article). Compte tenu d'un langage particulier, il valait mieux écrire $\mathbf{Logos}_{\mathrm{Al}}$ pour le langage allemand, $\mathbf{Logos}_{\mathrm{An}}$ pour le langage anglais, $\mathbf{Logos}_{\mathrm{Fr}}$ pour le langage français, $\mathbf{Logos}_{\mathrm{It}}$ pour le langage italien, $\mathbf{Logos}_{\mathrm{Ru}}$ pour le langage russe, etc. Il nous semble qu'elles sont incarnations d'une même catégorie archétypale, disons **Logos**, et leurs différences ont une nature de contingence historique.

Supposons maintenant que **Logos** est une de ces catégories pour un langage européen et soit $(X, \mathcal{F})$ un texte avec une interprétation, c'est à dire un objet de la catégorie **Logos**, on va l'appeler *espace textuel* ; de même, on va appeler *catégorie des espaces textuels* la catégorie **Logos**.

Soit U un ouvert de X. Il est clair que les $\mathcal{F}(V)$ pour les ouverts $V \subset U$ constituent un faisceau des significations que l'on appelle faisceau *induit* par $\mathcal{F}$ sur U et que l'on note $\mathcal{F}|U$. Pour tout morphisme $\theta : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ de faisceaux de significations sur X, on désigne par $\theta|U$ le morphisme $\mathcal{F}|U \to \mathcal{G}|U$ formé des $\theta(V)$ pour $V \subset U$. Pour tout ouvert U de X, le couple $(U, \mathcal{F}|U)$ est évidemment un espace textuel, il est appelé *induit* sur U par espace textuel $(X, \mathcal{F})$ (et appelé encore *restriction* de $(X, \mathcal{F})$ à U).

Supposons maintenant qu'on a fixé un ensemble fini des espaces textuels : $(S_1, \mathcal{I}_1)$, $(S_2, \mathcal{I}_2)$, $(S_3, \mathcal{I}_3)$, ... $(S_n, \mathcal{I}_n)$ que l'on va appelé *sujets élémentaires interprétés* et encore *genre littéraire*, où l'on tient S_j pour j-ème sujet et $\mathcal{I}_j$ pour j-ème interprétation.

Définition. — *Soit* $(S_1, \mathcal{I}_1), \ldots (S_n, \mathcal{I}_n)$ *un genre littéraire quelconque. On appelle schéma formel discursif de genre donné un espace textuel* $(X, \mathcal{F})$ *tel que tout locus de* X *admette un voisinage ouvert* V *tel que l'espace textuel induit* $(V, \mathcal{F}|V)$ *est isomorphe à l'un des sujets élémentaires interprétés* $(S_j, \mathcal{I}_j)$.

Par exemple, on peut prendre pour les sujets élémentaires interprétés les 31 sujets typiques de contes populaires discernés par V. Propp[50] et définir ainsi un schéma formel littéraire du genre *contes magiques*. A vrai dire, un tel schémas manque des moyens expressifs ; il représente un conte par les moyens narratifs seulement ; pour en améliorer la performance, il faut y ajouter un petit nombre des sujets élémentaires descriptifs $(S_{32}, \mathcal{I}_{32})$, ... $(S_n, \mathcal{I}_n)$. Ceux-ci sont aussi classés depuis longtemps. Citons P. Guiraud : – « Cicéron déjà énumère onze points dans la description d'un personnage : son nom, sa nature, son genre de vie, sa condition, etc. »[51].

Il existe encore des travaux philologiques plus récents où l'on cherche à créer une typologie de sujets littéraires ; pour le moment, nous n'en avons pas de références précis. Mais si on imagine théoriquement une liste complète des sujets élémentaires du genre, disons roman lyrique, nous pouvons ensuite en considérer des exemples comme des schémas formels discursifs d'un genre particulier.

Risquons même à proposer un certain mécanisme hypothétique qui fonctionne dans le processus de la compréhension de tout texte. Il consiste en ce que pour comprendre un tel fragment particulier de texte, on cherche d'instinct dans la mémoire une situation semblable, gardée mise

[50] V. Propp, *Morphologie du conte*, 1929.

[51] P. Guiraud, *La stylistique*, P.U.F., Paris, 1963, p.22.

en formule brève avec son interprétation. Cela peut être un proverbe, une citation célèbre, ou quelque chose de son cru dû à l'expérience personnelle.

Pour compléter la définition de la catégorie des schémas formels discursifs, il nous reste à définir leurs morphismes.

Etant donnés deux schémas formels discursifs $(X, \mathcal{F})$, $(Y, \mathcal{G})$, on appelle *morphisme* (de schémas) de $(X, \mathcal{F})$ dans $(Y, \mathcal{G})$ tout morphisme $(f, \theta) : (X, \mathcal{F}) \to (Y, \mathcal{G})$ d'espaces textuels.

Avec cette définition, les schémas formels discursifs forment une *sous-catégorie pleine* de la catégorie des espaces textuels.

L'idée maîtresse de cette définition de schéma formel discursif est bien connue dans les mathématiques. C'est ainsi qu'on définit les variétés de toute sorte : topologiques, différentielles, analytiques et algébriques. Chaque fois une variété est définie comme un objet (global) qui est isomorphe localement à un des objets standard. Que ce soit une boule euclidienne avec le faisceau des fonctions continues pour la variété topologique, une boule euclidienne avec le faisceau des fonctions r fois continûment différentiables pour la variété différentielle de classe C^r ou un schéma affine pour le schéma de la Géométrie algébrique.

Remarque. — La définition des schémas formels discursifs est inspirée de la définition classique de schéma dans la Géométrie algébrique [17]. Il est clair qu'une telle définition ne pouvait être applicable que pour l'Univers des textes admissibles dans la communication langagière. Un tel Univers existe comme une catégorie appelée **Logos**, où la classe des objets est présentée par une pluralité de textes de divers genres littéraires reproduite de jour en jour dans la pratique sociale de communication humaine. C'est la multiplicité même de divers exemples de textes qui permet de poser le problème de classification pour y trouver des objets dits standard.

Il en est tout à fait autrement pour quelques rares textes uniques dans l'Univers de **Logos**. S'il s'agit des Saintes Ecritures ou des vieux papyrus, on ne peut absolument pas y trouver un genre de type littéraire. C'est pour leurs études que la notion de la catégorie dite de Schleiermacher est particulièrement pertinente. Pour un texte X unique au monde de **Logos**, elle permet de considérer une théorie de compréhension, une herméneutique donc, comme l'étude de la sous-catégorie $\mathbf{Schl}(X)$ de la catégorie **Logos**.

Conclusion

Par la force des choses, notre exposé d'un sujet si vaste, si général est essentiellement descriptif. Le souci dominant en est la mise en forme mathématique des présupposés structures sous-jacentes propres aux représentations les plus universelles par lesquelles nous comprenons des textes.

L'herméneutique peut être entendue 1° comme pratique d'interprétation des textes qui est un art et une technique et 2° comme science qui a pour tache d'élucider des processus de compréhension des expressions écrites des phénomènes humains. L'herméneutique formelle proposée dans ce travail peut être entendue comme notre interrogation sur ce qui pouvait être l'herméneutique comme science rigoureuse, si l'on reprend ce terme de Husserl.

Pour étudier formellement le phénomène de compréhension, il y a un obstacle principal qui réside dans la difficulté de toutes théories intensionnelles : c'est le problème de l'identité. Comment deux compréhensions peuvent-t-elles être identiques $s = t$ si elles se trouvent dans deux cerveaux différentes ? Comment peut-on les objectiver en deux significations s' et t' qui existent quelque part ailleurs pour les égaler ensuite ? Nous avons contourné de telles difficultés en prénant la thèse wittgensteinienne selon laquelle « la signification, c'est l'usage ». Une autre voie à suivre pour développer une théorie intensionnelle a été montrée par J. Habermas : la théorie d'agir communicationnel qui, entre autre, montre comment on peut prouver l'égalité de deux compréhensions $s = t$ existant dans les deux cerveaux différents. Le procédé en est un dialogue.

La logique correspondante en est peut-être une logique de questions-réponses. Notre approche est centrée autour de procédé de lecture dont les résultats sont formulés dans l'herméneutique formelle. Il y resterait beaucoup à faire pour : 1° fonder une typologie des sujets élémentaires interprétés, ce qui ouvre une voie prometteuse pour une étude des œuvres littéraires dans le cadre théorique des schémas formels discursifs ; 2° trouver un système d'invariants sémantiques divers au niveau de texte (dimensions, cohomologies, etc.), ce qui fait un premier pas vers classification des espaces textuels ; deux textes quelconques ne peuvent aucunement avoir des interprétations identiques s'ils ont des valeurs différentes d'un invariant sémantique ; 3° donner des interprétations herméneutique aux classificateurs de sous-objets de divers topoi en provenance textuelle ; 4° établir des relations avec l'intelligence artificielle pour développer une logique intensionnelle de type herméneutique.

C'est une liste des problèmes et déjà un programme pour la recherche d'une sémantique au niveau de textes et de discours. Dans cet article, nous avons seulement esquissé un formalisme mathématique comme le cadre où il est possible d'inscrire une telle sémantique éventuelle sous le nom d'herméneutique formelle. Ainsi la théorie des faisceaux va-t-elle se trouver appliquée dans l'herméneutique comme outillage intellectuel. Comme écrit P. Boutroux dans son étude sur l'œuvre philosophique de H. Poincaré : – « Une matière qui n'offre aucune espèce de prise au raisonnement du type mathématique ne peut pas être, selon lui, objet de savoir »[52].

L'herméneutique formelle décrit un langage naturel dans une catégorie des espaces textuels. Tout genre particulier de textes ou de discours y définit une sous-catégorie pleine des schémas formels discursifs. Tout texte admissible définit encore une catégorie des faisceaux d'un type particulier, celle de Schleiermacher, ou également une catégorie des espaces étalés. Ces catégories et aussi les divers foncteurs liés à l'interprétation des textes sont les objets principaux d'étude de l'herméneutique formelle, au sens où nous l'entendons.

Il ne reste qu'à espérer que les théories fascinantes des faisceaux et des topoi, aussi bien que d'autres théories mathématiques actuelles, fournissent des outils généraux et puissants pour développer l'herméneutique formelle.

Bibliographie

1. H. Wismann, *L'histoire de l'herméneutique moderne (XV^e^ - XVIII^e^ siècles)* Conférence 1^re^ au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg, décembre, 1995.
2. H. Wismann, *Le paradigme de l'herméneutique contemporaine de Schleiermacher et Humboldt à Gadamer et Ricœur* Conférence 2^e^ au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg, décembre, 1995.
3. H. Wismann, *L'historicisme du XIX^e^ : sciences de l'esprit vs sciences de la nature* Conférence 3^e^ au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg, décembre, 1995.
4. T. M. V. Janssen, *Foundations and applications of Montague grammar. Part 1 : Philosophy, framework, computer science*, CWI Tract No 19, Amsterdam, 1986.
5. T. M. V. Janssen, *Foundations and applications of Montague grammar. Part 2 : Applications to natural languige*, CWI Tract No 28, Amsterdam, 1986.
6. R. Godement, *Théorie des faisceaux*, Hermann, Paris, 1958.
7. S. Mac Lane, I. Moerdijk, *Sheaves in Geometry and Logic*, Springer-Verlag, New York, 1992.
8. J.-P. Serre, *Faisceaux algébriques cohérents*, Ann. of Math. **61** (1955), 197–278.
9. M. Artin, A. Grothendieck, et J.-L. Verdier, *Théorie des topos et cohomologie étale des schémas (SGA 4)* Lect. Notes Mathematics **269, 270, 305**, Springer-Verlag, Heidelberg, 1972–73.
10. N. Asher, *The Logical Foundations of Discourse Interpretation* Lect. Notes in Logic **12**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.
11. O. Prosorov, *Critique de la raison herméneutique. Esquisse d'une herméneutique formelle* Mémoire de Maîtrise soutenue pour le D.E.R., le 2 juin 1997.
12. O. Prosorov, *Esquisse d'une herméneutique formelle*, Echo du Collège : Dialogue franco-russe **2** (2001), 9–29.

[52] P. Boutroux, *H. Poincaré. L'œuvre philosophique*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1914, p.250.

13. P. Goldblatt, *Topoi. The categorial analysis of logic*, North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford, 1979.
14. P. T. Johnstone, *Topos Theory*, Academic Press, London, New York, San Francisco, 1977.
15. A. Thayse, P. Gribomont, G. Hulin, A. Pirotte, D. Roelants, D. Snyers, M. Vauclair p. Gochet, P. Wolper, E. Gregoire et Ph. Delsarte, *Approche Logique de l'Intelligence Artificielle, vol. 2 : de la Logique Modale à la Logique des Bases de Données*, Dunod, Paris, 1989.
16. W. S. Hatcher, *Communication personnelle*, l'été 1998.
17. A. Grothendieck, J. A. Dieudonné, *Eléments de Géométrie Algébrique*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1971.