

Информация о спецкурсе бакалавриата и магистратуры МКН
“Параболические уравнения”
Тимофей Николаевич Шилкин

Данный спецкурс посвящен общей теории параболических уравнений. Фактически он является прямым продолжением второго семестра общего курса матфизики в бакалавриате МКН. Все основные концепции из общего курса (понятие слабых решений, энергетические оценки, сильные решения, теоремы вложения итд), развитые ранее для эллиптических уравнений, будут перенесены на случай параболических задач. Одновременно с этим курс является своеобразным “мостиком” от базовой теории уравнений эволюционного типа к ее “продвинутым” разделам — таким, как, например, теория уравнений Навье-Стокса, теория регулярности, теория устойчивости, теория аттракторов и многим другим.

Приблизительный план курса:

- Уравнение теплопроводности в ограниченной области. Сходимость метода Фурье. “Параболические” (анизотропные) пространства Соболева. Функции со слабой производной по времени.
- Слабые решения линейных параболических уравнений. Энергетическая оценка, единственность слабых решений. Метод Галеркина, существование слабых решений. Сильные решения.
- Локальная гладкость слабых решений параболических уравнений и систем. Параболические пространства Морри и Кампанато, непрерывность по Гельдеру слабых решений.
- Мультипликативные неравенства. Параболические теоремы вложения. Теоремы о компактности. Вложения в пространства Гельдера.
- Нелинейные параболические уравнения (сколько успеем). Методы, использующие принцип сжимающих отображений (локальное по времени существование решений). Проблема blow up в нелинейных задачах. Методы, основанные на компактности (теоремы о неподвижной точке, глобальное по времени существование решений). Методы, позволяющие “обойти” компактность (метод монотонных операторов).

Предварительные требования: двухсеместровый общий курс матфизики в бакалавриате МКН содержит все необходимые сведения.

Форма аттестации по данному спецкурсу — устный экзамен в конце семестра. Студенты, у которых этот спецкурс числится как “облегченный”, сдают экзамен по вопросам, относящимся только к первым двум разделам (уравнение теплопроводности в ограниченной области и теоремы существования в классах слабых и сильных решений).