АЛЬТЕРНАТИВНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СЛАБОЙ ФОРМЫ ТЕОРЕМЫ СЕРРА

С. С. Подкорытов

Предлагается доказательство слабой формы теоремы Серра о конечности стабильных гомотопических групп сфер (следствие 6), не использующее пространств петель и спектральных последовательностей.

Соглашение. Сингулярные симплексы будем всегда предполагать кусочно-линейными. Соответствующим образом будем понимать цепи, гомологии и т. д.

Основные объекты и термины

Фиксируем компактные полиэдры X и Y. Пусть A — множество кусочно-линейных отображений $a\colon X \to Y$. Когда Q — абелева группа, отображение $f\colon A \to Q$ будем называть *функционалом.* Будем называть функционал *гомотопически инвариантным*, если его значение зависит только от гомотопического класса отображения.

Определение. Пусть даны функционалы $f\colon A \to Q$ и $f'\colon A \to Q'$. Пусть $R \subset Q$ — подгруппа, порождённая элементами $f(a)$, $a \in A$. Будем говорить, что функционал f' *подчинён* функционалу f, если существует такой гомоморфизм $t\colon R \to Q'$, что $f'(a) = t(f(a))$, $a \in A$.

1. Предложение. *Пусть даны функционалы $f\colon A \to Q$ и $f'\colon A \to Q'$. Функционал f' подчинён функционалу f, если и только если для любого $n \geqslant 0$ и любых $v_k \in \mathbb{Z}$ и $a_k \in A$, $1 \leqslant k \leqslant n$, соотношение*

$$\sum_{k=1}^{n} v_k f(a_k) = 0$$

влечёт соотношение

$$\sum_{k=1}^{n} v_k f'(a_k) = 0.$$

Доказательство. Это тривиально. $\square$

Функционал i

Пусть F — группа $\mathbb{Z}$-значных функций на множестве $X \times Y$. Определим функционал $i\colon A \to F$ формулой

$$i(a)(x,y) = \begin{cases} 1, \text{ если } a(x) = y, \\ 0 \text{ иначе}, \end{cases} \qquad x \in X,\ y \in Y,\ a \in A.$$

Функционал g

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Будем считать, что полиэдр X лежит в пространстве $\mathbb{R}^d$. Пусть $B \subset \mathbb{R}^d$ — компактный полиэдр, $\operatorname{int} B \supset X$, $r\colon B \to X$ — кусочно-линейная ретракция. Пусть $E = B \times Y$, $p\colon E \to B$ — проекция. Пусть S — множество кусочно-линейных сечений — таких отображений $s\colon B \to E$, что $p \circ s = \mathrm{id}_B$. Каждому отображению $a \in A$ сопоставим сечение $a^{\mathrm{s}} \in S$ по формуле $a^{\mathrm{s}} = \mathrm{id}_B \times (a \circ r)$. Каждому сечению $s \in S$ сопоставим отображение $s^{\mathrm{a}} \in A$, определяемое равенством $s|_X = \mathrm{id}_B|_X \times s^{\mathrm{a}}$.

Пусть $B_0 = B \setminus X$, $E_0 = p^{-1}(B_0)$. Пусть $o \in H_d(B, B_0)$ — фундаментальный класс, соответствующий канонической ориентации пространства $\mathbb{R}^d$. Определим функционал $g\colon A \to H_d(E, E_0)$ формулой

$$g(a) = a^{\mathrm{s}}_*(o), \qquad a \in A.$$

Замечание. Можно показать, что группа $H_d(E, E_0)$ канонически изоморфна группе гомотопических классов морфизмов комплекса цепей полиэдра X в комплекс цепей полиэдра Y, причём для любого $a \in A$ элементу $g(a)$ соответствует класс морфизма, индуцированного отображением a.

2. Теорема. *а) Функционал g подчинён функционалу i. б) Пусть $f\colon A \to Q$ — гомотопически инвариантный функционал, подчинённый функционалу i. Тогда функционал f подчинён функционалу g.*

Доказательство пункта а).

2.1. Утверждение. *Пусть для некоторого $n \geqslant 0$ и некоторых $v_k \in \mathbb{Z}$ и $a_k \in A$, $1 \leqslant k \leqslant n$, имеем*

$$\sum_{k=1}^{n} v_k i(a_k) = 0.$$

Тогда существует такой цикл $c \in C_d(B, B_0)$, представляющий класс o, что в группе $C_d(E, E_0)$ имеем

$$\sum_{k=1}^{n} v_k a^{\mathrm{s}}_{k\,*}(c) = 0.$$

Доказательство. Выберем триангуляции полиэдров B и E, относительно которых сечения a^{s}_k, $1 \leqslant k \leqslant n$, симплициальны. Тогда достаточно выбрать цикл c так, чтобы образ каждого его сингулярного симплекса содержался в некотором симплексе выбранной триангуляции. □

Пусть для некоторого $n \geqslant 0$ и некоторых $v_k \in \mathbb{Z}$ и $a_k \in A$, $1 \leqslant k \leqslant n$, имеем

$$\sum_{k=1}^{n} v_k i(a_k) = 0.$$

Согласно предложению 1, достаточно показать, что тогда

$$\sum_{k=1}^{n} v_k g(a_k) = 0,$$

а это следует из утверждения 2.1.
□

Доказательство пункта б).

2.2. Утверждение. *Пусть для некоторого $N \geqslant 0$ и некоторых $v_k \in \mathbb{Z}$, $s_k \in S$ и циклов $c_k \in C_d(B, B_0)$, представляющих класс o, $1 \leqslant k \leqslant N$, в группе $C_d(E, E_0)$ имеем*

$$\sum_{k=1}^{N} v_k s_{k\,*}(c_k) = 0.$$

Тогда

$$\sum_{k=1}^{N} v_k i(s_k^{\mathrm{a}}) = 0.$$

Доказательство. Пусть $x \in X$, $y \in Y$. Положим

$$j(s) = \begin{cases} 1, \text{ если } s(x) = (x, y), \\ 0 \text{ иначе,} \end{cases} \qquad s \in S.$$

Нужно показать, что

$$\sum_{k=1}^{N} v_k j(s_k) = 0.$$

Выберем коцикл $t \in C^d(B, B \setminus x)$, представляющий фундаментальный когомологический класс, соответствующий канонической ориентации пространства $\mathbb{R}^d$. Определим коцепь $u \in C^d(E, E_0)$, для каждого сингулярного симплекса $Z\colon \Delta^d \to E$ полагая

$$u(Z) = \begin{cases} t(p \circ Z), \text{ если } Z(\Delta^d) \ni (x, y), \\ 0 \text{ иначе.} \end{cases}$$

Легко проверить, что тогда для любых $s \in S$ и цикла $c \in C_d(B, B_0)$, представляющего класс o, имеем $\langle u, s_*(c) \rangle = j(s)$. В силу этого из предположения следует нужное соотношение. $\square$

Будем использовать слово *правильный* в особом смысле. Сингулярный симплекс $z\colon \Delta^k \to B$, $0 \leqslant k \leqslant d{+}1$, будем называть правильным, если отображение z линейно по отношению к пространству $\mathbb{R}^d$ и, для $k \leqslant d$, инъективно или, для $k = d + 1$, инъективно на каждой d-мерной грани симплекса. Сингулярный симплекс $Z\colon \Delta^k \to E$, $0 \leqslant k \leqslant d + 1$, будем называть правильным, если сингулярный симплекс $p \circ Z$ правилен. Цепь — элемент группы $C_k(B, B_0)$ или $C_k(E, E_0)$, $0 \leqslant k \leqslant d + 1$, — будем называть правильной, если все её сингулярные симплексы правильны.

2.3. Предложение. *Пусть $K \in C_{d+1}(E, E_0)$. Предположим, что цепь ∂K правильна. Тогда для некоторого $l \geqslant 0$ существует такая правильная цепь $L \in C_{d+1}(E, E_0)$, что $\beta^l(\partial K) = \partial L$.*

Доказательство. Для $0 \leqslant k \leqslant d + 1$ пусть $c_k \in \Delta^k$ — центр симплекса, T_k — множество симплициальных вложений $t\colon \Delta^k \to \Delta^{d+1}$, сохраняющих порядок вершин.

Выберем большое l. Для некоторого $m \geqslant 0$ и некоторых $u_j \in \mathbb{Z}$ и сингулярных симплексов $Z_j\colon \Delta^{d+1} \to E$, $1 \leqslant j \leqslant m$, в группе $C_{d+1}(E, E_0)$ имеем

$$\beta^{l-1}(K) = \sum_{j=1}^{m} u_j [Z_j].$$

Будем считать, что выпуклая оболочка образа каждого сингулярного симплекса $z_j = p \circ Z_j$, $1 \leqslant j \leqslant m$, содержится в множестве $\operatorname{int} B$. Каждому сингулярному симплексу $Z\colon \Delta^k \to E$, $0 \leqslant k \leqslant d+1$, который встречается среди сингулярных симплексов $Z_j \circ t$, $t \in T_k$, $1 \leqslant j \leqslant m$, сопоставим точку $b_k(Z) \in B$: если сингулярный симплекс Z правилен, то положим $b_k(Z) = p(Z(c_k))$, иначе выберем точку $b_k(Z)$ вблизи точки $p(Z(c_k))$. Определим сингулярные симплексы $z'_j\colon \Delta^{d+1} \to B$, $1 \leqslant j \leqslant m$, полагая $z'_j(t(c_k)) = b_k(Z_j \circ t)$, $t \in T_k$, $0 \leqslant k \leqslant d+1$, и требуя, чтобы отображения z'_j были линейными на симплексах барицентрического подразделения симплекса Δ^{d+1}. Определим сингулярные симплексы $Z'_j\colon \Delta^{d+1} \to E$, $1 \leqslant j \leqslant m$, условиями $p \circ Z'_j = z'_j$, $q \circ Z'_j = q \circ Z_j$, где $q\colon E \to Y$ — проекция. Положим

$$L = \sum_{j=1}^{m} u_j \beta([Z'_j]).$$

Легко убедиться, что тогда выполняется требуемое соотношение и что при общем выборе точек $b_k(Z)$ цепь L будет правильной. $\square$

2.4. Предложение. *Пусть $Z\colon \Delta^{d+1} \to E$ — правильный сингулярный симплекс. Тогда существуют такие пара гомотопных сечений $s, s' \in S$ и пара циклов $c, c' \in C_d(B, B_0)$, представляющих класс o, что в группе $C_d(E, E_0)$ имеем*

$$\partial[Z] = s'_*(c') - s_*(c).$$

Доказательство. Пусть $z = p \circ Z$. Будем называть *верхними* те d-мерные грани симплекса Δ^{d+1}, на которых ориентация, индуцированная канонической ориентацией пространства $\mathbb{R}^d$ посредством отображения z, совпадает с ориентацией, индуцированной канонической ориентацией симплекса Δ^{d+1}; остальные d-мерные грани будем называть *нижними*.

Рассмотрим выпуклый многогранник $D = z(\Delta^{d+1})$. Существуют такие кусочно-линейные отображения $h, h'\colon D \to \Delta^{d+1}$, совпадающие на границе многогранника D, что $z \circ h = z \circ h' = \mathrm{id}_B|_D$ и $h(D)$ есть объединение нижних граней симплекса Δ^{d+1}, $h'(D)$ — верхних. Построим сечения s, s', полагая $s|_D = Z \circ h$, $s'|_D = Z \circ h'$ и продолжая так, чтобы они совпадали вне внутренности многогранника D.

Определим цепи $k, k' \in C_d(B, B_0)$: пусть k есть алгебраическая сумма тех граней сингулярного симплекса z, которые соответствуют нижним граням симплекса Δ^{d+1}, k' — тех, которые соответствуют верхним, причём $\partial[z] = k' - k$. Тогда ∂k — как бы фундаментальный цикл границы многогранника D. Выберем такую цепь $k_0 \in C_d(B, B_0)$, что она не задевает внутренность многогранника D, $\partial k_0 = \partial k$ и цикл $k - k_0$ представляет класс o. Положим $c = k - k_0$, $c' = k' - k_0$.

Легко проверить, что тогда выполняется требуемое соотношение. $\square$

Пусть для некоторого $n \geqslant 0$ и некоторых $v_k \in \mathbb{Z}$ и $a_k \in A$, $1 \leqslant k \leqslant n$, выполняется

$$\sum_{k=1}^{n} v_k g(a_k) = 0.$$

Согласно предложению 1, достаточно показать, что тогда

$$\sum_{k=1}^{n} v_k f(a_k) = 0.$$

Выберем правильный цикл $c_0 \in C_d(B, B_0)$, представляющий класс o. Из предположения следует, что существует такая цепь $K \in C_{d+1}(E, E_0)$, что

$$\sum_{k=1}^{n} v_k a^{\mathrm{s}}_{k\,*}(c_0) = \partial K.$$

В силу предложений 2.3 и 2.4, для некоторых $l \geqslant 0$ и $m \geqslant 0$ существуют такие $u_j \in \mathbb{Z}$, пары гомотопных сечений $s_j, s'_j \in S$ и пары циклов $c_j, c'_j \in C_d(B, B_0)$, представляющих класс o, $1 \leqslant j \leqslant m$, что

$$\sum_{k=1}^{n} v_k a^{\mathrm{s}}_{k\,*}(\beta^l(c_0)) = \sum_{j=1}^{m} u_j(s'_{j\,*}(c'_j) - s_{j\,*}(c_j)).$$

Тогда, согласно утверждению 2.2,

$$\sum_{k=1}^{n} v_k i(a_k) = \sum_{j=1}^{m} u_j(i({s'_j}^{\mathrm{a}}) - i(s^{\mathrm{a}}_j)).$$

Так как функционал f подчинён функционалу i и гомотопически инвариантен, то отсюда следует нужное соотношение.

□

Функционал h

Определим функционал $h\colon A \to \mathrm{Hom}(H_*(X), H_*(Y))$ формулой

$$h(a) = a_*, \qquad a \in A.$$

3. Следствие. *а) Функционал h подчинён функционалу i. б) Пусть $f\colon A \to Q$ — гомотопически инвариантный функционал, подчинённый функционалу i, причём $\operatorname{Tors} Q = 0$. Тогда функционал f подчинён функционалу h.*

Доказательство пункта а). В силу пункта а) теоремы 2 достаточно показать, что функционал h подчинён функционалу g. Рассмотрим гомоморфизмы

$$p^*\colon H^*(B, B_0) \to H^*(E, E_0), \qquad q_*\colon H_*(E \setminus E_0) \to H_*(Y),$$

индуцированные проекциями. Имеем

$$a_*(u \cap o) = q_*(p^*(u) \cap a^{\mathrm{s}}_*(o)), \qquad u \in H^*(B, B_0).$$

В силу двойственности Лефшеца отсюда следует то, что нужно. □

Доказательство пункта б). Это легко вывести из пункта б) теоремы 2 с помощью теоремы Кюннета и формулы

$$\langle u \times v, a^{\mathrm{s}}_*(o)\rangle = (-1)^{mn}\langle v, a_*(u \cap o)\rangle, \qquad u \in H^m(B, B_0),\ v \in H^n(Y),$$

используя, что группы $H_*(B, B_0)$ и $H_*(Y)$ конечно порождены. □

Функтор P и функционал q

Фиксируем контравариантный функтор P из категории компактных полиэдральных пар — и кусочно-линейных отображений — в категорию абелевых групп. Будем полагать $P(W) = P(W, \varnothing)$. Будем предполагать, что для любого триангулированного компактного полиэдра W при каждом $k \geqslant 0$

1) для последовательности гомоморфизмов

$$P(W^{(k)}, W^{(k-1)}) \xrightarrow{n_k^*} P(W^{(k)}) \xrightarrow{m_k^*} P(W^{(k-1)}),$$

индуцированных включениями, имеем $\ker m_k^* \subset \operatorname{im} n_k^*$,

2) рассматривая все k-мерные симплексы $\Delta \subset W$, для гомоморфизмов

$$P(W^{(k)}, W^{(k-1)}) \xrightarrow{j^*} P(\Delta, \partial\Delta),$$

индуцированных включениями, имеем $\bigcap \ker j^* = 0$.

Заметим, что из условия 2) следует, что $P(\varnothing) = 0$.

Определим функционал $q\colon A \to \operatorname{Hom}(P(Y), P(X))/\operatorname{Tors}$ формулой

$$q(a) = a^* \bmod \operatorname{Tors}, \qquad a \in A.$$

4. Теорема. *Функционал q подчинён функционалу i.*

Доказательство.

4.1. Лемма. *Пусть W — компактный полиэдр, на котором кусочно-линейно действует конечная группа G. Пусть $c\colon G \to \mathbb{Z}^*$ — гомоморфизм. Предположим, что для любой точки $w \in W$ существует такой элемент $g \in G$, что $c(g) = -1$ и $g(w) = w$. Тогда существует такое $M \in \mathbb{Z}$, $M \neq 0$, что для любого такого элемента $x \in P(W)$, что $g^*(x) = c(g)x$, $g \in G$, имеем $Mx = 0$.*

Доказательство. Выберем триангуляцию полиэдра W, относительно которой группа G действует симплициально. Введём обозначения для гомоморфизмов, индуцированных включениями:

$$P(W^{(k)}, W^{(k-1)}) \xrightarrow{n_k^*} P(W^{(k)}) \xrightarrow{m_k^*} P(W^{(k-1)}).$$

Покажем по индукции, что для каждого $k \geqslant -1$ существует такое $M_k \in \mathbb{Z}$, $M_k \neq 0$, что для любого такого элемента $x \in P(W^{(k)})$, что $g^*(x) = c(g)x$, $g \in G$, имеем $M_k x = 0$. База индукции $k = -1$ тривиальна; положим $M_{-1} = 1$. Покажем, что для $k \geqslant 0$ можно положить $M_k = 2|G|M_{k-1}$. Пусть $x \in P(W^{(k)})$ — такой элемент, что $g^*(x) = c(g)x$, $g \in G$. Из предположения индукции следует, что $M_{k-1} m_k^*(x) = 0$. Согласно условию 1), существует такой элемент $y \in P(W^{(k)}, W^{(k-1)})$, что $n_k^*(y) = M_{k-1}x$. Рассмотрим элемент

$$y^{\mathrm{g}} = \sum_{g \in G} c(g) g^*(y).$$

Легко проверить, что $g^*(y^{\mathrm{g}}) = c(g) y^{\mathrm{g}}$, $g \in G$. Имеем

$$n_k^*(y^{\mathrm{g}}) = M_{k-1} \sum_{g \in G} c(g) g^*(x) = |G| M_{k-1} x.$$

Достаточно показать, что $2y^{\mathrm{g}} = 0$. Пусть $\Delta \subset W$ — произвольный k-мерный симплекс выбранной триангуляции,

$$P(W^{(k)}, W^{(k-1)}) \xrightarrow{j^*} P(\Delta, \partial\Delta)$$

— гомоморфизм, индуцированный включением. В силу условия 2) достаточно показать, что $2j^*(y^{\mathrm{g}}) = 0$. Легко видеть, что из предположения леммы следует, что существует такой элемент $g \in G$, что $c(g) = -1$ и он действует неподвижно на симплексе Δ. Имеем

$$j^*(y^{\mathrm{g}}) = g^*(j^*(y^{\mathrm{g}})) = j^*(g^*(y^{\mathrm{g}})) = -j^*(y^{\mathrm{g}}).$$

Так как при больших k имеем $W^{(k)} = W$, то из доказанного следует утверждение леммы. $\square$

Пусть для некоторого $n \geqslant 0$ и некоторых $v_k \in \mathbb{Z}$ и $a_k \in A$, $1 \leqslant k \leqslant n$, имеем

$$\sum_{k=1}^{n} v_k i(a_k) = 0.$$

Согласно предложению 1, достаточно показать, что тогда

$$\sum_{k=1}^{n} v_k q(a_k) = 0.$$

Будем считать, что $X \neq \varnothing$, — иначе неинтересно. Легко видеть, что тогда

$$\sum_{k=1}^{n} v_k = 0.$$

Не умаляя общности, будем считать, что $v_k = \pm 1$, $1 \leqslant k \leqslant n$.

Пусть $W \subset Y^n$ — компактный подполиэдр, образованный такими наборами $(y_1, \ldots, y_n) \in Y^n$, что для любой точки $y \in Y$ сумма чисел v_k по тем k, для которых $y_k = y$, равна 0. Пусть G — группа тех перестановок $g\colon \{1, \ldots, n\} \hookleftarrow$, для которых существует такое $c(g) = \pm 1$, что $v_{g(k)} = c(g) v_k$, $1 \leqslant k \leqslant n$. Тогда определён гомоморфизм $c\colon G \to \mathbb{Z}^*$. Группа G действует на полиэдре W перестановками координат. Легко видеть, что для любой точки $w \in W$ существует такой элемент $g \in G$, что $c(g) = -1$ и $g(w) = w$. Пусть $p_k\colon W \to Y$, $1 \leqslant k \leqslant n$, — сужения проекций. Определим гомоморфизм $s\colon P(Y) \to P(W)$ формулой

$$s = \sum_{k=1}^{n} v_k p_k^*.$$

Легко проверить, что тогда $g^* \circ s = c(g) s$, $g \in G$. В силу леммы 4.1, существует такое $M \in \mathbb{Z}$, $M \neq 0$, что $Ms = 0$.

Из предположения следует, что можно определить отображение $u\colon X \to W$ формулой $u(x) = (a_1(x), \ldots, a_n(x))$, $x \in X$. Тогда $a_k = p_k \circ u$, $1 \leqslant k \leqslant n$. Поэтому

$$M \sum_{k=1}^{n} v_k a_k^* = 0,$$

что и нужно.

$\square$

5. Утверждение. *Если функционал q гомотопически инвариантен, то он подчинён функционалу h.*

Доказательство. Это следует из теоремы 4 и пункта б) следствия 3. $\square$

Стабильные гомотопические группы сфер

Напомним, опуская пояснения, определения стабильных когомотопических групп, приведённых и неприведённых:

$$\tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(V) = \operatorname*{colim}_{k\to+\infty}[S^k(V), S^{n+k}],$$
$$\pi^n_{\mathrm{s}}(W, W') = \tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(W/W'), \qquad \pi^n_{\mathrm{s}}(W) = \pi^n_{\mathrm{s}}(W, \varnothing) = \tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(W_+).$$

Функторы π^n_{s}, n любое, удовлетворяют условиям предыдущего пункта на функтор P.

6. Следствие (Серр). *Пусть* $n \neq 0$. *Тогда* $\tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(S^0) = \mathrm{Tors}$.

Доказательство. Пусть $k \geqslant 0, -n$. Рассмотрим сохраняющие отмеченные точки кусочно-линейные отображения $a_0, a\colon S^k \to S^{n+k}$, a_0 — постоянное, a — произвольное. Так как $n \neq 0$, то для индуцированных гомоморфизмов $a_{0\,*}, a_*\colon H_*(S^k) \to H_*(S^{n+k})$ имеем $a_{0\,*} = a_*$. Поэтому, согласно утверждению 5, для индуцированных гомоморфизмов $a_0^*, a^*\colon \pi^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^{n+k}) \to \pi^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^k)$ имеем $a^* \equiv a_0^* \pmod{\mathrm{Tors}}$. Так как абсолютизация $r\colon \tilde{\pi}^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^k) \to \pi^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^k)$ есть мономорфизм, то для индуцированных гомоморфизмов $\tilde{a}_0^*, \tilde{a}^*\colon \tilde{\pi}^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^{n+k}) \to \tilde{\pi}^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^k)$ тоже имеем $\tilde{a}^* \equiv \tilde{a}_0^* \pmod{\mathrm{Tors}}$. Но $\tilde{a}_0^* = 0$, поэтому $\tilde{a}^* \in \mathrm{Tors}$.

Для любого элемента $x \in \tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(S^0)$ для некоторого $k \geqslant 0, -n$ существует такое отображение $a\colon S^k \to S^{n+k}$, что $s^k(x) = \tilde{a}^*(u)$, где $s^k\colon \tilde{\pi}^n_{\mathrm{s}}(S^0) \to \tilde{\pi}^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^k)$ — изоморфизм кратной надстройки, $u \in \tilde{\pi}^{n+k}_{\mathrm{s}}(S^{n+k})$ — каноническая образующая. В силу предыдущего отсюда следует требуемое. $\square$