

Вопросы к экзамену по геометрии, 2 семестр, 2009

1. Ортонормированные системы векторов, ортогонализация.
2. Регулярные кривые, длина, натуральная параметризация.
3. Плоские кривые: кривизна, формулы Френе, вычисление кривизны.
4. Поворот плоской кривой. Восстановление кривой по кривизне.
5. Теорема о повороте простой замкнутой кривой.
6. Выпуклые кривые.
7. Теорема о четырех вершинах.
8. Кривые в \mathbb{R}^3 : формулы Френе, вычисление кривизны и кручения.
9. Кривые в \mathbb{R}^n : кривые общего положения, базис Френе, кривизны.
10. Восстановление кривой по кривизнам.
11. Кривые на сфере, восстановление их по кривизне.
12. Соприкасающаяся сфера, критерий принадлежности сфере.
13. Длина кривой в метрическом пространстве.
14. Непрерывность длины по параметру, теорема о натуральной параметризации.
15. Длина как интеграл скорости.
16. Внутренние метрики. Индуцированная внутренняя метрика.
17. Полные внутренние метрики (середины и почти середины).
18. Плоскость Лобачевского: модель в полуплоскости, элементарные изометрии, кратчайшие.
19. Плоскость Лобачевского: вид движений в комплексных координатах.
20. Плоскость Лобачевского: модель в круге, метрические шары в моделях.
21. Лемма Арцела–Асколи для кривых.
22. Полунепрерывность длины и существование кратчайших в компакте.
23. Мера Хаусдорфа и хаусдорфова размерность.
24. Длина кривой как одномерная мера Хаусдорфа.
25. Выпуклые множества, выпуклые оболочки.
26. Теорема Каратеодори (с леммой о специальной линейной комбинации).
27. Теоремы Радона и Хелли,
28. Аффинная оболочка, относительная внутренность.
29. Топологическая классификация выпуклых компактов.
30. Свойства замыкания и относительной внутренности выпуклого множества.
31. Отделимость замкнутых множеств и следствия.
32. Нестрогая отделимость от точки, опорные гиперплоскости.
33. Отделимость открытых множеств.
34. Опорная функция.
35. Выпуклые функции: свойства и примеры.
36. Непрерывность выпуклых функций.