

### Вопросы к экзамену по геометрии и топологии, 3 семестр 2020

1. Построение универсального накрытия: проверка, что это накрытие.
2. Построение универсального накрытия: проверка односвязности.
3. Поднятие отображений в накрывающее пространство.
4. Морфизмы накрытий. Накрытие однозначно задается своей группой.
5. Группа автоморфизмов универсального накрытия.
6. Построение накрытия с данной группой.
7. Длина гладкой кривой. Кратчайшие пути в  $\mathbb{R}^n$  и на сфере.
8. Регулярные кривые, замена параметра, натуральная параметризация.
9. Кривизна плоской кривой. Вычисление кривизны в произвольной параметризации.
10. Формулы Френе на плоскости. Параллельные кривые, их длина и кривизна.
11. Поворот плоской кривой. Кривизна и аргумент скорости. Восстановление кривой по кривизне.
12. Поворот простой замкнутой кривой на плоскости.
13. Выпуклые кривые: выпуклость, касательные и кривизна.
14. Кривизна кривой в  $\mathbb{R}^n$ , ее вычисление в произвольной параметризации.
15. Поворот пространственной кривой. Теорема Фенхеля.
16. Базис Френе и формулы Френе в  $\mathbb{R}^3$ . Кривые с нулевым кручением.
17. Формула для кручения не натурально параметризованной кривой.
18. Формулы Френе в  $\mathbb{R}^n$ .
19. Натуральное уравнение кривой в  $\mathbb{R}^n$  (задание кривой ее кривизнами).
20. Определение гладкого многообразия. Стандартная дифференциальная структура в  $\mathbb{R}^n$ .
21. Гладкие подмногообразия: определение, графики, регулярные поверхности.
22. Гладкие отображения многообразий, свойства. Диффеоморфизмы.
23. Касательное пространство многообразия.
24. Дифференцирование гладких отображений между многообразиями.
25. Погружения и вложения. Касательное пространство образа вложения.
26. Представление подмногообразия в  $\mathbb{R}^n$  в виде графика.
27. Теорема о прообразе регулярного значения. Касательное пространство прообраза.
28. Трансверсальное пересечение подмногообразий.
29. Первая форма поверхности. Длины и углы на поверхности.
30. Изометрии поверхностей. Примеры: цилиндр, конус.
31. Вторая форма: два координатных определения. Примеры: плоскость, сфера.
32. Оператор Вейнгартена, вторая форма на касательной плоскости.
33. Характеризация плоскости и сферы через вторую форму.
34. Вторая форма специального графика. Соприкасающийся параболоид.
35. Главные направления и главные кривизны. Теоремы Эйлера и Родрига.
36. Вычисление главных кривизн. Гауссова и средняя кривизна.
37. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности. Теорема Менье.
38. Выпуклые поверхности: выпуклость и кривизна.
39. Якобиан гауссова отображения. Интеграл гауссовой кривизны по выпуклой поверхности.
40. Параллельные поверхности, их площади.
41. Символы Кристоффеля, их выражение через первую форму.
42. Единственность поверхности с заданной первой и второй формой.
43. Ковариантная производная, выражение ее через символы Кристоффеля.
44. Теорема Гаусса (Theorema Egregium).
45. Развертывающиеся поверхности.
46. Касательные векторы как дифференцирования.
47. Скобка Ли: определение, алгебраические формулы.
48. Скобка Ли в координатах. Скобка Ли полей, касающихся подмногообразия.
49. Скобка Ли и потоки, порождаемые векторными полями.
50. Коммутирующие линейно независимые поля — координатные.