

Разработка программного комплекса
автоматического выделения и прогноза
аддитивных компонент временных рядов в
рамках подхода “Гусеница”-SSA

Александров Фёдор Игоревич

Санкт-Петербургский государственный университет

21 декабря 2006 г.

Защита диссертации по специальности 05.13.18 —
“Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ”

Временной ряд F длины N — последовательность $F = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$.

Тренд $F^{(T)}$ — медленно меняющаяся составляющая (в частотном смысле), описывающая глобальное поведение ряда.

Периодическая составляющая $F^{(P)}$ с периодом T ($T \geq 2$):

$$f_n^{(P)} = \sum_{k=1}^{\lfloor T/2 \rfloor} A_k e^{\alpha_k n} \cos(2\pi n k / T + \phi_k),$$

где $A_k, \alpha_k \in \mathbb{R}$, $\phi_k \in [0, 2\pi)$.

Шум $F^{(\varepsilon)}$ — реализация последовательности независимых случайных величин (обычно — NID).

Рассматриваемая модель ряда:

$$F = F^{(T)} + F^{(P)} + F^{(\varepsilon)}, \quad f_n = f_n^{(T)} + f_n^{(P)} + f_n^{(\varepsilon)},$$

где

$F^{(T)}$ — тренд,

$F^{(P)}$ — периодика,

$F^{(\varepsilon)}$ — шум.

Задача: выделить или спрогнозировать $F^{(T)}$ и $F^{(P)}$.

Цель работы:

- математические методы для решения задач
- алгоритмы для автоматизированной обработки временных рядов
- статистическое исследование методов/алгоритмов
- методы оценки параметров сигнала ряда

- анализ временных рядов
- методы разработаны в рамках подхода “Гусеница”-SSA
- численные оценки и сравнение методов проводились с помощью статистического моделирования
- алгоритмы реализованы в Microsoft Visual C++ и Matlab

Характеристика работы. Актуальность

- подход “Гусеница”-SSA активно применяется (интерактивно, пользователь контролирует каждый шаг)
- в рамках “Гусеница”-SSA невозможно решать поставленные задачи автоматически*

* Полностью **автоматическое** решение возможно только в отдельных случаях (например, при потоковой обработке, когда возможно проверить методы на тестовом множестве), в остальных случаях имеется в виду **автоматизированное** применение.

Представленные в диссертации методы уже использованы:

- исследование макроэкономических показателей
(Харьковский национальный университет, 3 статьи в 2006 г.)

Подготавливается применение:

- анализ уровня геной экспрессии
(Stony Brook University, New York, US)
- обнаружение колебаний в турбинах и компрессорах
(СПбГТУ)
- прогнозирование электропотребления
(Калининградский ГТУ)
- прогнозирование финансовых рынков
(Market Forecast Group, Italy)

Международные конференции

- 26th International Symposium on Forecasting
(Испания, 2006)
- Workshop on nonlinear and nonstationary time series
(Германия, 2005)
- 5th Workshop on Simulation
(СПб, 2005)
- System Identification and Control Problems'05
(Москва, 2005)

Работа поддержана

- стипендией Правительства РФ для аспирантов за 2005-2006 гг.
- грантом U.S. Civilian Research & Development Foundation (CRDF)

Глава 1. Подход “Гусеница”-SSA для анализа и прогноза временных рядов

Глава 1 содержит необходимые сведения о методе “Гусеница”-SSA.

Излагаются ранее доказанные теоретические факты, которые используются при интерактивном выделении составляющей.

Основной источник:

Golyandina, Nekrutkin, Zhigljavsky, *“Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques”*, Chapman&Hall, 2001.

Сформулировано и доказано утверждение о виде собственных векторов ε -м гармоника.

Этапы выделения любой составляющей в подходе “Гусеница”-SSA:

- 1 разложение ряда: по F строим траекторную матрицу X и получаем её сингулярное разложение (SVD)
- 2 идентификация нужных компонент SVD
- 3 восстановление искомой составляющей ряда по группе идентифицированных собственных троек

Ранее идентификация (этап 2) — интерактивным образом (визуальное исследование предоставляемой в графическом виде информации).

Параметр метода “Гусеница”-SSA — L (длина окна):

$$F \rightarrow \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times K}, \quad K = N - L + 1.$$

$$\text{SVD: } \mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d, \quad \mathbf{X}_k = \sqrt{\lambda_k} U_k V_k^\top.$$

Информация о k -ой компоненте сингулярного разложения — в k -ой собственной тройке $(\sqrt{\lambda_k}, U_k, V_k)$, где

- λ_k — собственное число матрицы $\mathbf{X}\mathbf{X}^\top$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots > 0$
- U_k — собственный вектор матрицы $\mathbf{X}\mathbf{X}^\top$
- V_k — факторный вектор

Идентификация компонент SVD — на основании свойств собственных векторов U_k .

Глава 1. Алгоритм метода “Гусеница”-SSA (доп.)

Фиксируем параметр L ($1 < L < N$) — **длину окна**.

(1) $F \rightarrow \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times K}$, $1 < L < N$, $K = N - L + 1$.

(2) Вычислим для матрицы $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$: собственные числа λ_k , собственные U_k и факторные вектора V_k , $k = 1, \dots, L$.

Упорядочим их: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d > 0$.

Назовём $(\sqrt{\lambda_k}, U_k, V_k)$ — **k -ой собственной тройкой**.

$$\text{SVD: } \mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d, \quad \mathbf{X}_k = \sqrt{\lambda_k} U_k V_k^T.$$

(3) Сгруппируем собств. тройки: $\{1, \dots, d\} = \mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2$, $\mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2 = \emptyset$.

Получаем разложение матрицы

$$\mathbf{X}^{(j)} = \sum_{k \in \mathcal{I}_j} \mathbf{X}_k \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X} = \mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{X}^{(2)}.$$

(4) $\mathbf{X}^{(j)} \rightarrow \tilde{F}^{(j)} \quad \Rightarrow \quad F = \tilde{F}^{(1)} + \tilde{F}^{(2)}.$

(1) $F \rightarrow \mathbf{X}$:

$$F = (f_0, f_1, f_2, \dots, f_{N-1}) \rightarrow \mathbf{X} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \dots & f_{N-L} \\ f_1 & f_2 & \dots & f_{N-L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}$$

(2) k -ый факторный вектор:

$$V_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \mathbf{X}^T U_k, \quad k = 1, \dots, d.$$

(4) $\mathbf{X}^{(j)} \rightarrow \tilde{F}^{(j)}$: после диагонального усреднения вдоль побочной диагонали ($i + j = \text{const}$) возьмём крайние элементы, обратно (1).

$$\mathbf{X}^{(j)} = \begin{pmatrix} \star & \star & \star & \dots & \star & \star \\ \star & \star & \star & \dots & \star & \star \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \star & \star & \star & \dots & \star & \star \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \star & \star & \star & \dots & \star & \star \\ \star & \star & \star & \dots & \star & \star \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \star & \star & \star & \dots & \star & \star \end{pmatrix} \rightarrow F^{(j)}$$

Определение Ряд $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$:

$$f_n = Ae^{\alpha n} \cos(2\pi\omega n + \phi), \quad A, \alpha \in \mathbb{R}, \quad \omega \in (0, 0.5], \quad \phi \in [0, 2\pi),$$

называется **ε -м гармоникой** с частотой ω и периодом $1/\omega$.

Утверждение (сформулировано и доказано в диссертации)

Если $\omega \in (0, 0.5)$, $L\omega \in \mathbb{N}$, то элементы собственных векторов $U_1, U_2 \in \mathbb{R}^L$, $U_j = (u_1^{(j)}, \dots, u_L^{(j)})^\top$, соответствующих ε -м гармонике, имеют вид

$$u_n^{(1)} = B_1 e^{\alpha n} \cos(2\pi\omega n + \tilde{\phi}_1), \quad u_n^{(2)} = B_2 e^{\alpha n} \cos(2\pi\omega n + \tilde{\phi}_2)$$

при $1 \leq n \leq L$, где $\tilde{\phi}_j \in [0, 2\pi)$. Если $L \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow 0$, $L\alpha \rightarrow \gamma \in \mathbb{R}$, то

$$|\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_2| \rightarrow \pi/2.$$

Тренду $F^{(T)}$ соответствуют собственные вектора, последовательности элементов которых медленно изменяются.

Э-м гармонике с периодом $T > 2$ соответствуют две собственные тройки с номерами $k, k + 1$.

К тому же: последовательность элементов $U_k \sim$ э-м косинусу с периодом T , $U_{k+1} \sim$ э-м синусу с периодом T .

В подходе “Гусеница”-SSA:

- автоматическое выделение составляющей сводится к автоматизации визуальной (интерактивной) идентификации (на основе теории “Гусеница”-SSA)
- идентификацию компонент SVD делаем по собственным векторам U_k
- прогноз выделенной составляющей делается формально (не нуждается в автоматизации)

Глава 2. Автоматический метод выделения тренда

В главе 2

- описан метод идентификации трендовых собственных троек
- построена процедура для выделения/прогноза тренда
- проведено её статистическое исследование для модели $\text{ряд} = \text{экспоненциальный тренд} + \text{шум}$
- предложен адаптивный способ выбора параметров
- разработана методика обработки большого набора однородных рядов

Тренду $F^{(T)}$ соответствуют собственные вектора, последовательности элементов которых медленно изменяются.

Рассмотрим последовательность элементов каждого собственного вектора $U = (u_1, \dots, u_L)^T$ в частотной области.

Определение Будем называть **периодограммой** ряда $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$ длины N следующую функцию:

$$\Pi_F^N(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i2\pi\omega n} f_n \right|^2, \quad \omega \in \{k/N\}_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor}.$$

(Шустер, Бриллинджер)

Аналогичным образом определим периодограмму последовательности элементов вектора U : $\Pi_U^L(\omega)$.

Медленное изменение ряда (вектора) = большие значения периодограммы вблизи нуля (по сравнению с остальной областью определения).

Фиксируем ω_0 — частоту вблизи нуля.

Назовём $[0, \omega_0]$ **интервалом низких частот**.

Определение

$$C(U) = \frac{\sum_{0 \leq \omega \leq \omega_0} \Pi_U^L(\omega)}{\sum_{0 \leq \omega \leq 0.5} \Pi_U^L(\omega)}, \quad \omega \in \{k/N\}_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor}.$$

Назовём $C(U)$ **вкладом гармоник с низкими частотами** в разложение Фурье элементов вектора U .

Метод низких частот (НЧ)

Для каждого собственного вектора разложения ряда F (с длиной окна L) проверим, что

$$\text{вклад гармоник с низкими частотами } C(U) \geq C_0,$$

где $C_0 \in [0, 1]$ — заранее заданное пороговое значение.

Процедура TREND: выделение тренда на основе метода НЧ

Вход: ряд F длины N , содержащий тренд

Параметры: длина окна L , параметр ω_0 , пороговое значение C_0

Выход: аппроксимация тренда

- 1 $F \rightarrow \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times N-L+1}$
- 2 проведём SVD матрицы \mathbf{X}
- 3 идентифицируем собственные вектора U_k с помощью метода НЧ с ω_0, C_0
- 4 восстановим ε -м гармоники по идентифицированным собственным тройкам

Тренду $F^{(T)}$ соответствует $\Pi_{F^{(T)}}$, которая имеет большие значения на интервале $[0, \omega_0]$.

Утверждение (сформулировано и доказано в диссертации)

Пусть $G = (g_0, \dots, g_{N-1})$, $H = (h_0, \dots, h_{N-1})$ — два ряда длины N , тогда для любого $k: 0 \leq k \leq \lfloor N/2 \rfloor$ верно, что

$$|\Pi_{G+H}(k/N) - \Pi_G(k/N) - \Pi_H(k/N)| \leq 2\sqrt{\Pi_G(k/N)\Pi_H(k/N)}.$$

В ряде есть тренд $F^{(T)} \Rightarrow \Pi_F$ на $[0, \omega_0]$ будет похожа на $\Pi_{F^{(T)}}$.

Это позволяет по виду Π_F определить наличие тренда и выбрать ω_0 .

Проведено статистическое исследование метода НЧ/процедуры TREND для модели

ряд=экспоненциальный тренд + белый нормальный шум.

При наилучшем C_0 :

- метод НЧ идентифицирует трендовые собственные тройки (ошибка первого рода мала)
- процедура TREND выделяет и прогнозирует тренд с хорошим качеством (в среднеквадратичном по длине ряда)

Был предложен и исследован способ адаптивного подбора порогового значения C_0 по ряду F .

Процедура TRRMEAS = процедура TREND с адаптивн. выбором C_0 .

Вход: ряд F длины N , содержащий тренд

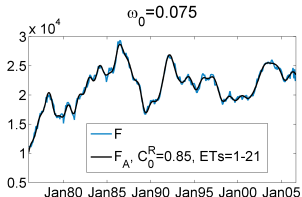
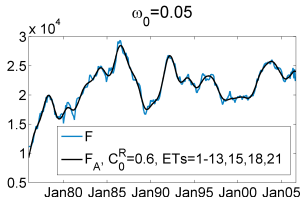
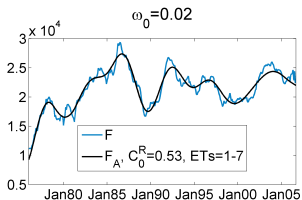
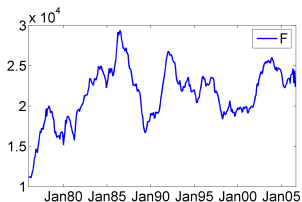
Параметры: длина окна L , параметр ω_0

Выход: аппроксимация тренда

Глава 2. Примеры. Уровень безработицы (доп.)

Уровень безработицы в штате Аляска за 1976–2006 гг., $N = 369$.

Применим процедуру TRRMEAS с параметрами $L = 180$,
 $\omega_0 = 0.02, 0.05, 0.075$.



Глава 2. Обработка множества рядов с проверкой

При обработке множества однотипных рядов проверим качество автоматизации на тестовом подмножестве.

Обработка множества рядов с помощью процедуры TRRMEAS

Вход: Θ — однородное множество рядов, содержащих тренд

Параметры: длина окна L , параметр ω_0

Выход: аппроксимации трендов рядов из Θ

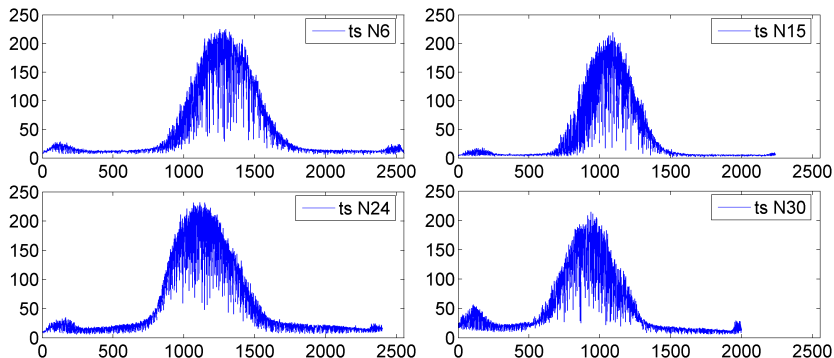
- 1 выберем тестовое множество $\Gamma \subset \Theta$
- 2 $\forall F \in \Gamma$ визуально выделим тренд
- 3 определим ω_0 по периодограммам рядов из Γ
- 4 $\forall F \in \Gamma$ получим $\tilde{F}^{(T)}$ с помощью TRRMEAS с L, ω_0
- 5 если необходимо, увеличим Γ
- 6 если необходимо, изменим параметры L, ω_0
- 7 сравним визуальные и автоматические результаты, если качество автоматизации удовлетворительное, применим TRRMEAS с L, ω_0 ко всем $F \in \Theta$

Глава 2. Демонстрация обработки множества рядов

Пространственное распределение уровня экспрессии гена Krüppel в эмбрионе мушки-дрозофилы.

Каждый ряд из Θ соответствует одному эмбриону, $\#\Theta = 38$.

Примеры рядов из Θ



Глава 2. Демонстрация обработки множества рядов

$N = 2000 \dots 2500$. Пусть $L = 500$.

Выберем случайным образом $\Gamma \subset \Theta$, $\#\Gamma = 5$.

Для ряда обозначим результат визуальной идентификации, как \mathcal{I}_ν (это группа собств. троек).

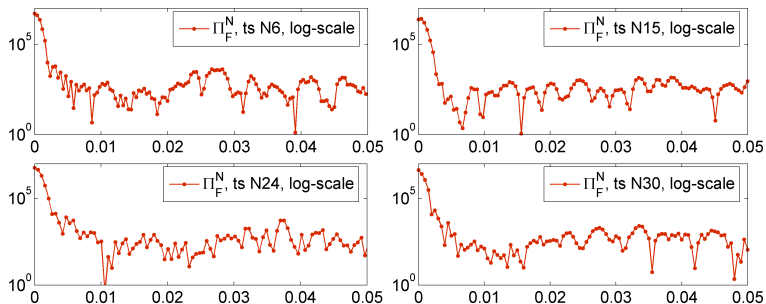
Результаты визуальной идентификации для рядов из Γ

Номер ряда	\mathcal{I}_ν
6	{1-4, 15}
15	{1-5, 8}
17	{1-4}
24	{1-4, 7}
30	{1-4, 19}

Глава 2. Демонстрация обработки множества рядов

Выберем ω_0 .

Периодограммы рядов (логарифм. шкала)



Пусть $\omega_0 = 0.012$.

Глава 2. Демонстрация обработки множества рядов

Применим к рядам из Γ процедуру TRRMEAS с $L = 500$, $\omega_0 = 0.012$.

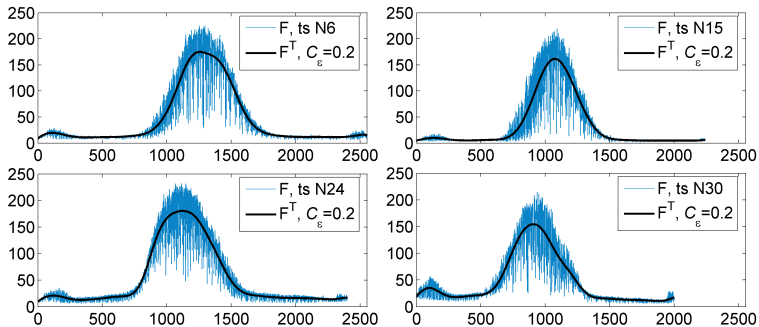
Результаты автоматической идентификации совпадают с результатами визуальной идентификации.

Результаты автоматической идентификации (\mathcal{I}_A) и визуальной идентификации (\mathcal{I}_V)

Номер ряда	\mathcal{I}_V	\mathcal{I}_A	$\mathcal{I}_V \setminus \mathcal{I}_A$
6	{1-4, 15}	{1-4, 15}	\emptyset
15	{1-5, 8}	{1-5, 8}	\emptyset
17	{1-4}	{1-4}	\emptyset
24	{1-4, 7}	{1-4, 7}	\emptyset
30	{1-4, 19}	{1-4, 19}	\emptyset

Возьмём большее Γ , $\#\Gamma = 7$. Выводы сохраняются.

Примеры выделенных трендов



Глава 3. Автоматический метод выделения периодической составляющей

В главе 3

- предлагается метод (критерий) идентификации собственных троек, соответствующих э-м гармоникам
- исследуются свойства критерия
- построена процедура выделения и прогноза э-м гармоник
- проведено её статистическое исследование
- описан метод оценки частоты э-м гармоники (\Rightarrow процедура выделения периодики с заданным периодом)

Периодика $F^{(P)} = (f_0, \dots, f_{N-1})$ с периодом T ($T \geq 2$) задаётся уравнением:

$$f_n^{(P)} = \sum_{k=1}^{\lfloor T/2 \rfloor} A_k e^{\alpha_k n} \cos(2\pi nk/T + \phi_k), \quad A_k, \alpha_k \in \mathbb{R}, \quad \phi_k \in [0, 2\pi).$$

Задача выделения периодики сводится к задачам

- выделения э-м гармоник
- оценке их частот

ε -м гармонике с периодом $T > 2$ соответствуют две собственные тройки с номерами $k, k + 1$.

К тому же: последовательность элементов U_k описывается ε -м косинусом с периодом T , U_{k+1} — ε -м синусом с периодом T .

Проверим выполнение этого свойства для всех пар U_k, U_{k+1} .

Рассмотрим собственный вектор U , $\|U\| = 1$.

Вектору U вида синус (косинус) с частотой $\omega = k/L$ соответствует периодограмма $= \mathcal{X}_{\{\omega\}}$ (1 в ω , 0 в остальных точках).

Метод Фурье

Для каждой пары с. векторов U_k, U_{k+1} проверим, что

- **Часть 1:** их периодограммы имеют максимум в близких точках

$$L \left| \arg \max_j \Pi_{U_1}(j/L) - \arg \max_j \Pi_{U_2}(j/L) \right| \leq s_0$$

- **Часть 2:** к тому же максимумы их периодограмм достаточно велики

$$\frac{1}{2} \max_j \left\{ \Pi_{U_1}(j/L) + \Pi_{U_2}(j/L) \right\} \geq \rho_0$$

Процедура PER: выделение ε -м гармоник на основе метода Фурье

Вход: ряд F длины N , содержащий ε -м гармоники

Параметры: длина окна L , пороговые значения s_0, ρ_0

Выход: аппроксимированные ε -м гармоники

- 1 $F \rightarrow \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times N-L+1}$
- 2 проведём SVD матрицы \mathbf{X}
- 3 идентифицируем собственные вектора U_k с помощью метода Фурье с порог. значениями s_0, ρ_0
- 4 восстановим ε -м гармоники по идентифицированным собственным тройкам

Численно было получено, что для э-м гармоника

$$\max_{L, \omega, \psi} \left| \arg \max_j \Pi_{U_1}(j/L) - \arg \max_j \Pi_{U_2}(j/L) \right| = 1/L,$$

для широкого спектра параметров L, ω, ψ .

Это позволяет использовать $s_0 = 1$.

Проведено статистическое исследование метода Фурье/процедуры PER для моделей

- э-м гармоника + шум (выделение/прогноз)
- константа + э-м гармоника + шум (выделение)
- экспонента + э-м гармоника + шум (выделение)

При наилучшем ρ_0 :

- метод Фурье идентифицирует гармонические собственные тройки (ошибка первого рода мала)
- процедура PER выделяет э-м гармонику с хорошим качеством (в среднеквадратичном по длине ряда)

Был предложен и исследован способ адаптивного подбора порогового значения ρ_0 по ряду F .

Процедура PEREMP = процедура PER с адаптивным выбором ρ_0 .

Вход: ряд F длины N , содержащий ε -м гармоники

Параметры: длина окна L , пороговое значение s_0

Выход: аппроксимированные ε -м гармоники

Глава 3. Выделение периодики с периодом T

Был реализован и исследован метод оценки частоты ω выделенной ε -м гармоники по корням характеристического полинома, соответствующего её линейной рекуррентной формуле.

Выделение периодики с помощью процедуры PEREMP

Вход: ряд F длины N , содержащий периодику $F^{(P)}$ с периодом T

Параметры: длина окна L , пороговое значение s_0 , период T

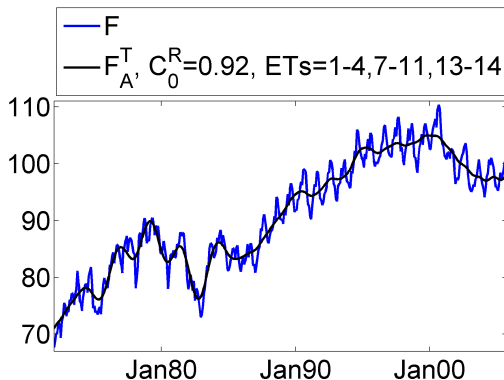
Выход: $\tilde{F}^{(P)}$

- 1 выделим ε -м гармоники ряда F с помощью процедуры PEREMP
- 2 оценим их частоты
- 3 составим $\tilde{F}^{(P)}$ из тех выделенных ε -м гармоник, частота которых $\approx k/T$, $k \in \mathbb{N}$

Глава 3. Пример. Выделение тренда и периодики

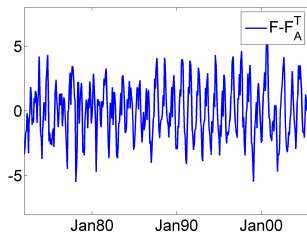
Ежемесячное потребление электроэнергии в США в 1972–2005 гг.,
 $N = 406$.

Применим процедуру TRRMEAS с $L = 198$, $\omega_0 = 0.056$.

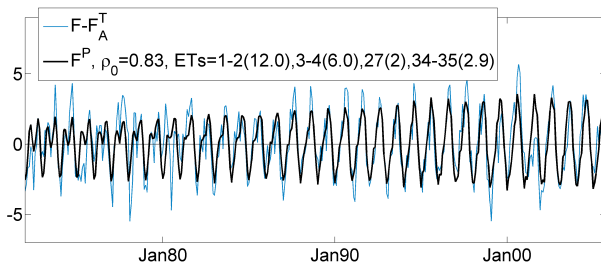


Глава 3. Пример. Выделение тренда и периодики

Рассмотрим исходный ряд без тренда



Выделим периодику с периодом ≈ 12 применив процедуру PEREMP с параметрами $L = 198$, $s_0 = 1$, $T = 12$



Глава 4. Оценка коэффициентов линейной рекуррентной формулы порядка 2

Рассмотрим ряд $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$:

$$f_n = A \sin(2\pi\omega n + \phi) + \varepsilon_n,$$

где $(\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_{N-1})$ — реализация белого нормального шума с нулевым средним и дисперсией σ^2 .

В рекуррентном представлении сигнал ряда F задаётся линейной рекуррентной формулой (ЛРФ) второго порядка, т. е.:

$$f_n = s_n + \varepsilon_n, \quad \text{где} \quad s_n = a_1 s_{n-1} + a_2 s_{n-2}.$$

Построим методы оценки параметров a_1 , a_2 и ω , как функции от a_1 , a_2 . Исследуем их с помощью статистического моделирования.

Утверждение (сформулировано и доказано в диссертации)

Для э-м гармоники выполняется

$$\alpha = \ln(\sqrt{-a_2}),$$

$$\omega(a_1, a_2) = \frac{1}{2\pi} \arccos\left(\frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}}\right).$$

Тогда немодулированной гармонике ($\alpha = 0$) соответствует $a_2 = -1$.

Будем оценивать только a_1 и выражать через него ω .

Для оценки a_1 предложены

- метод SSALRF, использующий “Гусеница”-SSA
- метод REGR на основе МНК, использующий регрессионную запись f_n через f_{n-1} , f_{n-2}

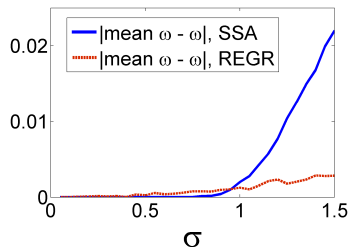
Глава 4. Результаты сравнения

Сравним методы SSALRF и REGR с помощью моделирования при

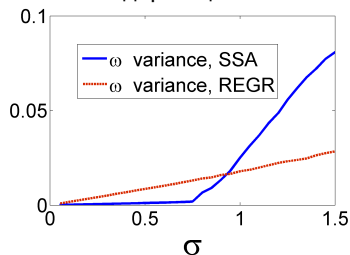
- изменении длины ряда N ,
- изменении стандарта шума σ

при фиксированных параметрах $A = 1$, $\omega = 1/6$, $\phi = 0$. Число реализаций 10^4 .

Среднее отклонение оценки ω



Стандарт оценки ω



При разумном диапазоне уровня шума метод SSALRF, основанный на подходе “Гусеница”-SSA, оказался лучше, чем метод REGR, использующий оценку МНК.

Положения диссертации, выносимые на защиту

- разработаны математические методы автоматической идентификации собственных троек, соответствующих тренду или периодикам в рамках подхода “Гусеница”-SSA
- созданы и реализованы в виде программного комплекса алгоритмы выделения тренда и периодик
- рассмотрены способы выбора параметров алгоритмов
- проведено статистическое исследование качества работы алгоритмов при наилучших в среднем пороговых значениях
- разработана методика применения алгоритма выделения тренда к множеству рядов
- представлены результаты обработки рядов с помощью предложенных алгоритмов
- выполнено статистическое сравнение подхода “Гусеница”-SSA и регрессионного метода при оценки коэффициентов ЛРФ порядка 2 для гармонического сигнала