ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Гладкой Анны Владимировны

"Экстремальные задачи теории приближения целыми функциями конечной степени и сплайнами",

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа Гладкой А.В. посвящена установлению ряда неравенств теории приближения целыми функциями конечной степени и непериодическими сплайнами.

Современная теория приближений берет свое начало с классической работы П.Л. Чебышёва 1857 года о полиномах, наименее уклоняющихся от нуля, и по сей день остается весьма актуальной и практически значимой областью математики.

Диссертация Гладкой А.В. состоит из введения и трех глав. Первая глава находится непосредственно в русле работ, начало которым положили исследования П.Л. Чебышёва и С.Н. Бернштейна. Построены целые функции экспоненциального типа, наименее уклоняющиеся от нуля в класса Картрайт, обобщающие многочлены Чебышёва первого и второго рода. В § 3 доказаны теоремы 1.2 и 1.3 о строго наименее уклоняющихся от нуля функциях в равномерной метрике. В § 4 рассмотрена задача в интегральной метрике и доказаны соответствующие теоремы 1.6 и 1.7. Интересно, что как в равномерной, так и в интегральной метриках наименьшее уклонение от нуля обеспечивается одними и теми же функциями.

В качестве аппарата, используемого в первой главе, следует назвать представление Неванлинны, теорему Н.И. Ахиезера о представлении целых функций конечной степени, а также доказанный автором аналог теоремы Валле Пуссена.

Вторая глава диссертации посвящена приближениям непериодическими сплайнами.

В 1937 году Ж. Фавар, а также Н.И. Ахиезер и М.Г. Крейн построили линейный метод приближения $X_{n,r}$ со значениями в пространстве тригонометрических многочленов порядка не выше $n-1$, причем была получена оценка приближения произвольной функции $f \in W_?^{(r)}$ с выписанной в явном виде неулучшаемой константой K_r. Впоследствии аналогичные результаты были получены для различных классов функций такими математиками, как С.М. Никольский, М.Г. Крейн, Б. Надь, А.А. Лигун, О.Л. Виноградов и др. Приближение сплайнами функций из $W_p^{(r)}$ $(p ? 1)$ изучалось в работах Сунь Юншена и Ли Чуня, Г.Г. Магарил-Ильяева, И. Шенберга и др.

В § 2 главы 2 получен ряд вспомогательных результатов. В § 3 строятся линейные операторы $X_{\sigma,r,m}$ со значениями в пространстве непериодических сплайнов минимального дефекта. Основной в этой главе является теорема 2.1, в которой устанавливается аналог неравенства Ахиезера – Крейна – Фавара с неулучшаемой константой. Следует отметить, что для доказательства теоремы А.В. Гладкой пришлось доказать несколько достаточно нетривиальных лемм и привлечь весьма непростой и разнообразный математический аппарат.

Глава 3 посвящена неравенствам типа Джексона (т.е. неравенствам, в которых приближение функции оценивается через модуль непрерывности самой функции или ее производных). Впервые подобное неравенство было установлено Д. Джексоном в 1911 году для приближения непрерывных периодических функций тригонометрическими многочленами (через модуль непрерывности первого порядка). В 1965 году Н.П. Корнейчук доказал точное неравенство типа Джексона. В пространствах L_p подобные неравенства (точные при $p=1,\infty$) были получены В.В. Жуком, А.А. Лигуном, А.Ю. Громовым.