

Заключение диссертационного совета Д 002.202.02
на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Санкт-Петербургского отделения Математического института
им. В. А. Стеклова Российской академии наук
по диссертации на соискание ученой степени доктора наук

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 7 октября 2015 года № 8

О присуждении Карпову Дмитрию Валерьевичу, гражданину России, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «СТРУКТУРА СВЯЗНОСТИ ГРАФА» по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика, принята к защите 17 июня 2015 года, протокол № 6 диссертационным советом Д 002.202.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук, 191023, Санкт-Петербург, наб. реки Фонтанки, д. 27, ПОМИ РАН, № 834/нк от 25.11.2013 г.

Соискатель КАРПОВ ДМИТРИЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ 1975 года рождения. В 1997 году закончил математико-механический факультет Санкт-Петербургского государственного университета по специальности «Математика». Диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук «Структура разбиения k -связного графа» защитил в диссертационном совете Д 212.232.29 на базе Санкт-Петербургского государственного университета в 2004 году. Работает в должности старшего научного сотрудника в лаборатории математической логики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук. Диссертация выполнена в Федеральном

государственном бюджетном учреждении науки Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

Дольников Владимир Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дискретной математики факультета инноваций и высоких технологий Московского физико-технического института (государственного университета);

Пяткин Артём Валерьевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией дискретной оптимизации в исследовании операций ФГБУН Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук;

Сапоженко Александр Антонович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация, Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего профессионального образования и науки Санкт-Петербургский академический университет - научно-образовательный центр нанотехнологий Российской академии наук, в своем положительном заключении, утвержденном проректором по высшему образованию член-корреспондентом РАН А. Е. Жуковым и подписанном заведующим кафедрой математических и информационных технологий, доктором физико-математических наук А. В. Омельченко, указала, что диссертация Д. В. Карпова представляет собой цельную самостоятельную научную работу, выполненную на высоком уровне, а совокупность полученных

результатов и разработанные диссертантом новые методы исследования связности графов являются серьезным научным достижением и вносят существенный вклад в развитие теории графов. Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а ее автор Д. В. Карпов заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 - дискретная математика и математическая кибернетика.

Соискатель имеет 20 опубликованных работ, в том числе работ по теме диссертации – 12; работ по теме диссертации, опубликованных в рецензируемых научных изданиях - 12. В работах соискателя доказаны различные структурные свойства k -связных графов, исследованы минимальные k -связные графы и доказан ряд свойств о количестве вершин степени k в таких графах, доказаны новые нижние оценки на количество листьев в остовных деревьях связных графов. Также в работах соискателя доказываются аналоги теоремы Брукса для динамических раскрасок вершин графов и для гиперграфов.

Наиболее значимые работы из числа опубликованных по теме диссертации:

1. Д. В. Карпов. Остовное дерево с большим количеством висячих вершин. Дискретная математика, т. 13, в. 1 (2001), стр. 63-72.
2. Д. В. Карпов. Разделяющие множества в k -связном графе. Записки научных семинаров ПОМИ, т. 340 (2006), стр. 33-60.
3. Д. В. Карпов. Остовные деревья с большим количеством висячих вершин: новые нижние оценки через количество вершин степеней 3 и не менее 4. Записки научных семинаров ПОМИ, т.406 (2012), стр.31-66.
4. Д. В. Карпов. Остовные деревья с большим количеством висячих вершин: нижние оценки через количество вершин степеней 1, 3 и не менее 4. Записки научных семинаров ПОМИ, т.406 (2012), стр.67-94.

5. Д. В. Карпов. Дерево разбиения двусвязного графа. Записки научных семинаров ПОМИ, т. 417 (2013), стр. 86-105.
6. Д. В. Карпов. Минимальные k -связные графы с минимальным числом вершин степени k . Записки научных семинаров ПОМИ, т.427 (2014), стр. 41-65.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается тем фактом, что оппоненты, доктор физико-математических наук В. Л. Дольников, доктор физико-математических наук А. В. Пяткин и доктор физико-математических наук А. А. Сапоженко являются специалистами в области теории графов и имеют многочисленные публикации по тематике диссертации в ведущих рецензируемых журналах, в том числе зарубежных, а ведущая организация имеет в своем составе известных специалистов в областях, близких к тематике диссертации.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

разработаны новые методы анализа структуры k -связных графов, в том числе, метод построения деревьев разбиения k -связного графа его k -вершинными разделяющими множествами или разрезами и метод, основанный на применении гиперграфа разбиения;

введено понятие части разбиения графа набором разделяющих множеств, которое позволяет различными способами группировать разделяющие множества графа, благодаря чему удается преодолеть основные трудности, возникающие при попытке обобщить результаты для односвязных графов на случай произвольного k .

Диссертация Д.В.Карпова имеет чисто теоретический характер. Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что получены следующие основные результаты:

Построено дерево, описывающее структуру разбиения k -связного графа наборами из попарно независимых k -вершинных разделяющих

множеств или k -элементных разрезов для произвольного k . Доказаны свойства построенных деревьев, показывающие их аналогию с деревом блоков и точек сочленения связного графа. Полученные конструкции применены для оценки хроматического числа двусвязного графа и для описания структуры минимальных и критических двусвязных графов.

- Доказано, что минимальные k -связные графы с наименьшим числом вершин степени k - это графы вида $G_{k,T}$, где T - произвольное дерево, степени вершин которого не превосходят $k+1$, и только они. Граф $G_{k,T}$ строится из k непересекающихся копий дерева T .

- При $k \leq 5$ для произвольного минимального k -связного графа с помощью дерева описано взаимное расположение рёбер, соединяющих пары вершин степени более k .

- Доказана *теорема о разбиении* - абстрактное утверждение о структуре, обобщающей классическое дерево блоков и точек сочленения связного графа. С помощью теоремы о разбиении описана структура взаимного расположения компонент зависимости произвольного набора k -вершинных разделяющих множеств k -связного графа и частей, на которые множества этого набора разбивают граф.

- Доказано, что при удалении из двусвязного графа множества из нескольких внутренних вершин его частей-блоков, содержащего не более чем по одной вершине из каждого блока, граф остается двусвязным. Доказана теорема об одновременном удалении нескольких вершин из k -связного графа без потери k -связности.

- Доказано, что в связном графе с более чем одной вершиной, s вершинами степени 3 и t вершинами степени не менее 4 можно выделить остовное дерево, в котором не менее чем $t \cdot 2/5 + s \cdot 1/5 + \alpha$ листьев, где $\alpha \geq 8/5$ и (более того, $\alpha \geq 2$, кроме трёх графов-исключений, содержащих не более 8 вершин). Построена бесконечная серия графов, для которых оценка достигается.

Доказано, что в связном графе с более чем одной вершиной, s вершинами степеней 1 и 3, и t вершинами степени не менее 4, можно выделить остовное дерево, в котором не менее чем $t \cdot 1/3 + s \cdot 1/4 + 3/2$ листьев. Построена бесконечная серия графов, для которых оценка достигается.

Доказано, что при $k \geq 1$ в связном графе с $n \geq 2$ вершинами, максимальная цепочка последовательно соединённых вершин степени 2 в котором имеет длину не более k , можно выделить остовное дерево, в котором не менее чем $n / (2k+4) + 3/2$ листьев. Построена бесконечная серия графов, для которых оценка достигается.

Результаты диссертации будут полезны в исследованиях, осуществляемых в Московском, Санкт-Петербургском, Новосибирском государственных университетах, Московском физико-техническом институте (государственном университете), Математическом институте РАН, Санкт-Петербургском отделении математического института РАН, в Институте математики Сибирского отделения РАН, Санкт-Петербургском академическом университете и в других научных центрах Российской Федерации и за рубежом. Некоторые разделы диссертации могут быть положены в основу специальных курсов математических факультетов.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что все полученные результаты являются новыми достоверными научными фактами, математически строго доказанными в диссертации. Результаты получены благодаря разработанным автором новым оригинальным методам исследования k -связных графов. Результаты диссертации существенно усиливают ранее известные аналоги, в том числе и зарубежные, что говорит об их высоком научном уровне.

Личный вклад соискателя состоит в формулировке и доказательстве основных результатов, изложенных в диссертации, подготовке публикаций

по выполненной работе. Все основные результаты диссертации получены лично соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что диссертация Д. В. Карпова является самостоятельной научно-квалификационной работой, выполненной на высоком уровне, совокупность результатов которой можно квалифицировать как крупное научное достижение, и вносит весомый вклад в развитие теории графов.

На заседании 7 октября 2015 года диссертационный совет принял решение присудить Карпову Дмитрию Валерьевичу ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 6 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 23 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 17 , против – нет, недействительных бюллетеней – нет.

Председатель
диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук,
академик РАН

Ю.В. Матиясевич

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук



А.В. Малютин

7 октября 2015 года