

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Волкова Владислава Владимировича

«Интегральная теорема Коши в арифметике и аддитивной комбинаторике»,

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности 01.01.06 –

математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация посвящена изучению явных формул для символа Гильберта для формальных групп, а также новым применениям полиномиального метода в комбинаторике и в исследовании коэффициентов многочленов Лорана.

Диссертация состоит из трех глав. В первой главе вводятся основные обозначения и определения, приводятся необходимые вспомогательные утверждения и известные ранее результаты.

Вторая глава посвящена нахождению явной формулы для символа Гильберта для некоторой многочленной формальной группы. А именно, рассматривается многомерное локальное разнохарактеристическое поле K , содержащее p -примарный корень из единицы, и формальный групповой закон F , заданный многочленом вида $x+y+сху$, где $с$ является единицей поля K . Локальная теория полей классов определяет спаривание между K -группой Милнора поля K и элементами максимального идеала, образующими группу относительно формального группового закона F . Основным результатом главы, теорема 4, заключается в явной формуле для данного спаривания в терминах вычетов дифференциальных форм и версии экспоненты Артина-Хассе для формальной группы F . В целом в данной главе автор следует классической схеме, ранее успешно примененной С.В. Востоковым для мультипликативного случая, а также рядом авторов в случае других формальных групп, таких как группы Любина-Тейта и Хонды. Отметим, что при этом подробно приводятся некоторые технические детали, опущенные в оригинальной работе С.В. Востокова.

В третьей главе получены обобщения комбинаторной теоремы о нулях, а также их приложения к задачам аддитивной комбинаторики. В начале главы предлагается некоторый абстрактный подход, интерпретирующий комбинаторную теорему о нулях в терминах тензоров. Применяя данный подход, автор излагает доказательство ранее известного варианта комбинаторной теоремы о нулях с явной формулой, а также приводит обобщения этого результата для случая множеств с кратностями и для случая множеств в многомерных пространствах. С помощью этих утверждений далее получается ряд как известных ранее, так и новых результатов, посвященных оценке множества сумм с ограничениями, см. теорему 8 и теорему 9. В предложении 8 автор получает обобщение неравенства Коши-Дэвенпорта для, так называемой, алгебраической сложности множеств в многомерных пространствах. Таким образом, результаты данной главы расширяют как инструментарий, так и приложения полиномиального метода.

В четвертой главе диссертации рассматривается другое приложение полиномиального метода: установление соотношений на коэффициенты некоторых

многочленов Лорана. Это достаточно новая область применения комбинаторной теоремы о нулях, ставшая возможной благодаря появлению варианта данной теоремы в виде явной формулы в работе Р.Н. Карасева и Ф.В. Петрова в 2012 году. Автор фокусируется на ряде соотношений, берущих свое начало в теоретической физике: соотношении Морриса, соотношении Аомото и гипотезе Бейкера-Форрестера. Используя полученный ранее в диссертационной работе вариант комбинаторной теоремы о нулях, автор получает новые, элементарные доказательства соотношений Морриса и Аомото. Главный результат в этом направлении, теорема 12, заключается в явной формуле для постоянного члена q -многочленов Лорана, связанных с соотношениями Аомото и гипотезой Форрестера. В качестве частных случаев данной формулы, автор получает элегантное доказательство гипотезы Бейкера-Форрестера, а также исходной гипотезы Форрестера, остававшейся до данного момента открытой в течение долгого времени.

Все результаты диссертации снабжены подробными и полными доказательствами, корректность которых не вызывает сомнения. При доказательстве гипотезы Бейкера-Форрестера применяются тонкие комбинаторные методы в сочетании с естественным обобщением комбинаторной теоремы о нулях на случай множеств с кратностями. Автором используются методы на стыке комбинаторики и алгебры. В целом диссертация написана понятным языком, автор приводит пояснения и мотивировки ко многим конструкциям.

Можно быть уверенным, что предложенные в диссертации подходы будут использованы в дальнейшем как специалистами в области алгебраической теории чисел, так и специалистами в аддитивной комбинаторике и в явных формулах для многочленов Лорана.

Из недочетов работы отметим порой не достаточно ясного изложения, а также наличие значительного количества опечаток и неточностей. Например, обозначение $w(A)$, используемое в теореме 7, вводится через 8 страниц в определении 7, в формулировке леммы 11 присутствует лишний союз «и», в конце фразы перед примером 1 на странице 52 забыта точка. Тем не менее, все приведенные замечания имеют исключительно методический характер и никак не снижают научной значимости рассматриваемой диссертации.

Диссертация является целостным математическим исследованием, которое будет весьма полезным для специалистов по алгебре, теории чисел, комбинаторике и другим смежным областям, работающих в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, факультете математики НИУ ВШЭ, механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, математико-механическом факультете СПбГУ, а также в других научных центрах России.

Результаты диссертации опубликованы в пяти работах в рецензируемых российских и зарубежных изданиях. Содержание диссертации неоднократно докладывалось автором на семинарах и конференциях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Все сказанное выше позволяет заключить, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям ВАК Минобрнауки, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Волков Владислав Владимирович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физико-математических наук (01.01.06),
старший научный сотрудник отдела алгебры МИАН,
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8,
тел.: +7 (499) 941 01 79, e-mail: gorchins@mi.ras.ru

С.О. Горчинский

28 февраля 2016 г.

Подпись С.О. Горчинского заверяю

Ученый секретарь МИАН

Кандидат физико-математических наук

П.А. Яськов

