ОТЗЫВ
НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

о диссертации Н.А.Крюкова
Различные задачи случайного заполнения множеств
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико- математических наук

Работа Н.А.Крюкова посвящена исследованию различных задач, связанных со случайным заполнением отрезка $[0,x]$ большой длины интервалами фиксированного размера. Задачи такого типа принято называть задачами о парковке. Впервые такая задача рассматривалась в работе венгерского математика А.Реньи “On the one-dimensional concerning space-filling” опубликованной в 1958 году, в которой изучалось поведение среднего числа разместившихся единичных интервалов на отрезке большой длины. Полученный А.Реньи результат устанавливал асимптотику математического ожидания числа разместившихся единичных интервалов при увеличении длины заполняемого отрезка к бесконечности. История возникновения этой задачи следующая.

В начале 1950-х годов известный ирландский ученый, занимавшийся, в частности, молекулярной биологией, Дж.Бернал (10.05.1901 – 15.09.1971) обратился к А.Реньи с вопросом о возможности оценить число случайно разместившихся шаров малого диаметра в шаре существенно большего диаметра. А.Реньи рассмотрел одномерную модель этой задачи, которая и получила название “задача о парковке”.

А.Реньи рассмотрел эту задачу в следующей интерпретации. На улице длины x случайным образом располагается автомобиль длины 1. Если $x<1$, то процесс парковки заканчивается, и на улице нет припаркованных автомобилей, если же $x\geqslant 1$, то первый автомобиль занимает место $(t,t+1)$, разбивая улицу на два свободных участка $[0,t]$ и $[t+1,x]$. Случайная величина t имеет равномерный закон распределения на отрезке $[0,x-1]$. После постановки первого автомобиля образовавшиеся свободные участки $[0,t]$ и $[t+1,x]$ заполняются по тому же правилу независимо друг от друга. Общее число расположившихся автомобилей после окончания процесса заполнения улицы обозначаем через N_x. Реньи показал, что математическое ожидание числа разместившихся автомобилей удовлетворяет соотношению

$$E N_x=\lambda x+\lambda-1+O\left(x^{-n}\right) \qquad (x\to\infty) \qquad \text{при любом } n\geqslant 1, \quad (1)$$

где константа λ определена равенством $\lambda=\int\limits_0^{\infty} e^{-2\int\limits_0^t \frac{1-e^{-u}}{u}du}\,dt.$

В 1964 году Дворецкий и Роббинс уточнили это соотношение, доказав следующее равенство

$$E N_x=\lambda x+\lambda-1+O\left(\left(\frac{2e}{x}\right)^{x-\frac{3}{2}}\right) \quad (x\to\infty). \qquad (2)$$

Они также получили подобное соотношение и для дисперсии $D N_x$ и доказали асимптотическую нормальность случайной величины N_x.

В представленной Н.А.Крюковым диссертации рассмотрено несколько различных моделей и аналогов задачи о парковке.