

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации И.А.Алексеева

**«Устойчивые случайные величины и векторы
с комплексным индексом устойчивости»,**
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.05 –
Теория вероятностей и математическая статистика

Иван Алексеев закончил математико-механический факультет СПбГУ и поступил в аспирантуру ПОМИ в 2021 году. Под моим руководством Иван Алексеев работал, начиная с четвертого курса. За это время Иван проявил себя вдумчивым исследователем, способным выдвигать и реализовывать самостоятельные идеи.

Научная работа Ивана Алексеева относится к классическому разделу теории вероятностей – предельным теоремам для сумм независимых случайных величин. Самый красивый, на мой взгляд, результат Ивана Алексеева связан с описанием множества предельных распределений в схеме суммирования независимых одинаково распределенных случайных величин. Еще в 30-е годы прошлого века Полем Леви была доказана теорема, о том, что если частичные суммы последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин после соответствующей нормировки имеют слабый предел, то этот предел обязательно является устойчивым. Устойчивость случайной величины ξ означает, что для любых двух положительных констант a, b найдется положительная константа c и число x такие, что случайные величины $a\xi_1 + b\xi_2$ и $c\xi + x$ совпадают по распределению, если ξ_1, ξ_2 – независимые копии ξ . Числа a, b, c при этом связаны соотношением $a^\alpha + b^\alpha = c^\alpha$. Параметр α называется индексом устойчивости, спектр его возможных значений – интервал $(0, 2]$. Случай $\alpha = 2$ соответствует нормальному распределению. Условие устойчивости является необходимым и достаточным условием того, что случайная величина является пределом нормированных сумм независимых одинаково распределенных случайных величин.

Иваном Алексеевым было получено обобщение результата Поля Леви на случай, когда речь идет о суммировании комплексных случайных величинах, и, соответственно, с комплексной нормировкой. Иваном был описан класс всех возможных слабых пределов нормированных сумм в этом случае. Легко дать достаточное условие принадлежности к этому классу. Действительно, всякую комплексную случайную величину можно рассматривать как двумерную, и, значит, при использовании только вещественной нормировки мы заведомо получим в качестве пределов класс всех двумерных устойчивых случайных векторов. Индекс устойчивости α двумерных случайных векторов, как и в одномерном случае, может принимать значения только из интервала $(0, 2]$. Иван в своей работе ввел понятие комплексной устойчивости, с индексом устойчивости принимающим значение в круге, построенном на интервале $(0, 2)$, как на диаметре, и показал, что условие комплексной устойчивости является необходимым и достаточным для того, чтобы комплексная случайная величина являлась пределом нормированных сумм. Условие комплексной устойчивости имеет в точности такой же вид, как и для вещественных α , но параметры a, b, c лежат не на положительной полуоси, как в вещественном случае, а на логарифмической спирали, задаваемой

