Отзыв

официального оппонента о диссертации
Злобиной Екатерины Андреевны
«Высокочастотная дифракция на контурах с негладкой кривизной. Некасательное падение»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация Злобиной Екатерины Андреевны посвящена построению эффективных асимптотик в виде специальных функций для волновых полей в задачах дифракции на контуре с негладкой кривизной. В работе развивается последовательная погранслойная техника, т.е. решение изучается отдельно в окрестности особенностей (например, в окрестности точки негладкости контура или в окрестности предельного луча), а затем сшивается с решением вне окрестности особенностей. В работе подробно изучено три типа негладкости кривизны – скачок кривизны, гельдеровская сингулярность кривизны и негладкость производной кривизны.

Задачи такого типа могут находить применение в физике, например, в аэродинамике и радиофизике, но также интересны и с точки зрения математических подходов. В рассматриваемом случае, в частности, не известны точно решаемые задачи, поэтому развитие асимптотических методов особенно важно. Существует ряд работ, в которых исследовались задачи с негладкой кривизной контура, однако диссертация Е.А. Злобиной носит более полный и глубокий характер. Помимо построения формул для дифрагированной волны и уходящего поля, в том числе в переходной зоне, в настоящей диссертационной работе обсуждается вопрос об области их применимости.

Диссертация Е.А. Злобиной полным объемом в 78 страниц состоит из введения, 6 глав, заключения, приложения и списка литературы, включающего 58 наименований. Из них 7 наименований – это статьи автора по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, еще 3 работы опубликованы в сборниках трудов международных конференций.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, связанной с развитием подхода, который, помимо практических приложений, может также оказаться полезен и в других задачах высокочастотной дифракции. Во введении также сформулированы цели и задачи диссертационной работы, перечислены основные результаты и положения, выносимые на защиту. Обсуждаются научная новизна, теоретическая значимость работы и методы исследования, приведено краткое содержание диссертации.

В **первой главе** волновое поле, дифрагированное контуром с негладкой кривизной, исследуется в окрестности точки негладкости контура. В первых трех разделах этой главы рассматриваются, соответственно, случаи скачка кривизны, гельдеровской сингулярности и негладкости производной кривизны. При этом падающая волна представляет собой плоскую волну, а на контуре ставится условие Дирихле. Для уходящего поля получено интегральное представление и проведен его анализ. В частности, в случае, когда критическая точка фазы и особая точка амплитуды в интеграле близки, для

этого интеграла приведена асимптотика в терминах функций параболического цилиндра для всех трех видов особенностей.

Четвертый раздел посвящен изучению граничных условий другого типа, именно, условия Неймана и более общего – импедансного граничного условия. В этих случаях также получено выражение для характеризующего влияние негладкости старшего члена асимптотики уходящего поля в терминах функций параболического цилиндра. В пятом разделе обсуждается ситуация, при которой падающая волна представляет собой цилиндрическую, и результаты сводятся к полученным ранее.

Отметим, что одним из важных моментов при получении результатов данной главы является специальный выбор координат.

Во **второй главе** изучается поле в окрестности предельного луча – луча, геометрически отраженного в особой точке контура. Опираясь на эвристический метод Кирхгофа, автор анализирует интегральное представление для уходящего поля, полученное с помощью функции Грина. В случае скачка кривизны интеграл Кирхгофа разбивается на два, что позволяет вблизи предельного луча получить асимптотику для соответствующих выражений в терминах двух интегралов Френеля от разных аргументов. В случае гельдеровской сингулярности получены выражения для асимптотики в терминах функции параболического цилиндра, которые согласуются с результатами первой главы.

В **третьей главе**, используя эллиптическую систему координат и метод разделения переменных, строится точное решение уравнения Гельмгольца в терминах функций Матье. В этой главе приводятся асимптотики точных решений в виде ВКБ и функций параболического цилиндра, которые позволяют описать слияние двух расходящихся цилиндрических волн в окрестности предельного луча. Описана зона применимости полученных выражений.

В **четвертой главе** дается описание поля в окрестности предельного луча в терминах специальных функций, учитывающее тип негладкости кривизны. Полученное выражение описывает слияние отраженных и дифрагированной волны. В случае контура со скачком кривизны, опираясь на результаты второй главы и общие соображения третьей, поле ищется в виде суммы двух интегралов Френеля. Проведен анализ полученных формул вдали от предельного луча. Доказано, что соответствующая асимптотика согласуется с результатами первой главы.

Аналогичный анализ проведен в случаях гельдеровской сингулярности кривизны и негладкой производной кривизны. В этих случаях уходящее поле в старшем порядке представляется лучевой формулой, а влияние негладкости описывается поправкой в терминах функций параболического цилиндра.

В **пятой главе** обсуждается вопрос о приближении функций Матье функциями параболического цилиндра. Даны строгие доказательства асимптотических формул, приводимых в третьей главе.

В **шестой главе** проводится анализ лучевых формул для отраженной волны с целью определения областей применимости полученных ранее выражений.

В **заключении** приводятся основные результаты и подводятся итоги работы.

В **приложении** даны сведения о функциях параболического цилиндра.

Таким образом, диссертантом получены следующие результаты

- построено представление для поля в окрестности точки негладкости контура в случае трех типов особенности кривизны;

- получены эффективные формулы для описания поля в области слияния двух цилиндрических волн;
- решен вопрос о сшивании полученных выражений в различных областях;
- определены области применимости полученных выражений.

В своей работе Е.А. Злобина развила последовательный метод пограничного слоя для задачи высокочастотной дифракции в случае некасательного падения на контур, кривизна которого негладкая. Провела полный и глубокий анализ в различных областях, охарактеризовала области применимости результатов и обсудила вопрос сшивания представлений для поля.

Проделанная Е.А. Злобиной работа технически сложна, требует высокого уровня осведомленности в различных областях современной математики, и при этом строго математически выверена. Диссертант продемонстрировал владение погранслойной техникой, техникой комплексного анализа, применял методы асимптотической теории, дифференциальной геометрии, теории обобщенных функций, а также опирался на сведения из теории специальных функций.

Стоит также отметить удобную для восприятия структуру диссертации и наличие разделов «Обсуждение» в конце каждой главы, в которых дается краткое резюме главы и приводятся возникающие вопросы. Выкладки удачно иллюстрируются рисунками.

В качестве замечаний можно отметить:

1. На рис. 1.1. надписи выполнены на английском языке, лучше было бы использовать русский язык. Также в тексте нет ссылки на рисунок 3.1 б).

2. Не всегда удачно выбраны обозначения или они используются без строгих пояснений. В частности, в последнем абзаце на стр. 15 δ обозначает малую константу, хотя в этой же главе такой символ уже использовался для обозначения дельта-функции. Или на стр. 48 буквой $\tilde{\varphi}'$ обозначен угол между предельным лучом и лучом, направленным в точку наблюдения из O', без конкретного указания на это в тексте (отметим, однако, что этот факт проиллюстрирован на рисунке).

3. Наличие опечаток, например, на стр. 13 должно быть «геометрический» вместо «геометрических», или на стр. 29 должна быть запятая после формулы (1.76) вместо точки.

Отметим, что приведенные замечания носят редакционный характер, не влияют на высокую оценку диссертационной работы и не снижают ее научную значимость.

Диссертационная работа Е.А. Злобиной посвящена актуальной тематике и является законченным фундаментальным исследованием. Все поставленные задачи полностью решены. Основные результаты диссертации являются новыми и значимыми, получены автором самостоятельно и изложены в семи статьях диссертанта, которые опубликованы в ведущих научных изданиях, входящих в список ВАК и международные базы данных Scopus и WoS. Также результаты прошли апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Таким образом, считаю, что диссертационная работа «Высокочастотная дифракция на контурах с негладкой кривизной. Некасательное падение» соответствует всем требо-

ваниям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Содержание работы соответствует специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

По моему мнению автор диссертации, Злобина Екатерина Андреевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент,
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник
лаборатории механики природных катастроф
ФГБУН «Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук»
119526, Россия, г. Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1
e-mail: annatsvetkova25@gmail.com
Телефон: 8-495-433-75-44

12 марта 2024 года А.В. Цветкова

Подпись А.В. Цветковой заверяю
Ученый секретарь ИПМех РАН М.А. Котов