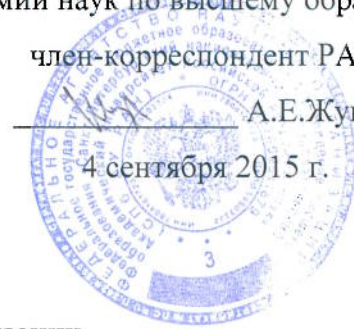


УТВЕРЖДАЮ

Проректор Санкт-Петербургского
национального исследовательского
Академического университета Российской
академии наук по высшему образованию,
член-корреспондент РАН

А.Е.Жуков

4 сентября 2015 г.



Отзыв ведущей организации
о диссертационной работе Д.В.Карпова
"Структура связности графа",
представленной на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Актуальность темы работы. Диссертация "Структура связности графа" относится к теории графов - обширной и активно исследуемой области современной математики. Исследования по связности графов являются одним из классических направлений в теории графов. В этой области работали Менгер, Уитни, Татт, Форд и Фалкерсон, Дирак, Халин, Мадер и другие.

Диссертация посвящена исследованию структуры взаимного расположения разделяющих множеств наименьшего размера в графе. Блоки и точки сочленения связного графа - классический аналог исследуемых в диссертации понятий - хорошо известны и весьма полезны, с их помощью доказано немало утверждений, причем не только о связности графов. Помогает работать с блоками структура *дерева блоков и точек сочленения*, описанная, например, в классической книге Ф.Харари "Теория графов". Структура дерева позволяет успешно применять блоки в доказательствах.

Неоднократно возникали вопросы об аналогичной структуре для графов большей связности. Однако, даже структура разбиения двусвязного графа его двухвершинными разделяющими множествами, построенная У.Таттом в 1966 году, намного сложнее. С дальнейшим повышением вершинной связности сложность структуры возрастает многократно.

В диссертации строятся деревья, отображающие взаимное расположение попарно независимых k -элементных разделяющих множеств и разрезов в k -связном графе и частей, на которые эти множества разбивают граф. Построенные деревья применяются для решения ряда задач: оценки хроматического числа двусвязного графа, исследования структуры минимальных k -связных графов, построения остовных деревьев с большим количеством листьев, и других.

Исследования по связности графов способны приоткрыть нам новые инварианты графов, которые будут полезны и в других областях математики. Поэтому тема диссертации является актуальной.

Результаты диссертационной работы. Перечислим основные результаты диссертации, выносимые на защиту. Все эти результаты являются новыми, получены Д.В.Карповым лично.

1. Построено дерево, описывающее структуру разбиения k -связного графа наборами из попарно независимых k -вершинных разделяющих множеств или k -элементных разрезов для произвольного k . Доказаны свойства построенных деревьев, показывающие их аналогию с деревом блоков и точек сочленения связного графа. Полученные конструкции применены для оценки хроматического числа двусвязного графа и для описания структуры минимальных и критических двусвязных графов.

2. Доказано, что минимальные k -связные графы с наименьшим числом вершин степени k - это графы вида $G_{k,T}$, где T - произвольное дерево, степени вершин которых не превосходят $k+1$, и только они. С помощью графов вида $G_{2,T}$, а также операций стягивания и удаления рёбер классифицированы минимальные двусвязные графы с малым числом вершин степени 2.

3. При $k \leq 5$ для произвольного минимального k -связного графа с помощью дерева описано взаимное расположение рёбер, соединяющих пары вершин степени более k .

4. Доказана *теорема о разбиении* - абстрактное утверждение о структуре, обобщающей классическое дерево блоков и точек сочленения связного графа. С помощью теоремы о разбиении описана структура взаимного расположения компонент зависимости произвольного набора k -вершинных разделяющих множеств k -связного графа и частей, на которые множества этого набора разбивают граф.

5. Доказано, что при удалении из двусвязного графа множества из нескольких внутренних вершин его частей-блоков, содержащего не более чем по одной вершине из каждого блока, граф остается двусвязным. Доказана теорема об одновременном удалении нескольких вершин из k -связного графа без потери k -связности.

6. Доказан ряд нижних оценок на максимальное количество листьев в остовном дереве связного графа. Для каждой оценки построена бесконечная серия графов, для которых эта оценка достигается.

Все научные положения диссертационной работы являются достоверными научными фактами, получившими в диссертации полные, математически строгие доказательства.

Оценка новизны и практической значимости диссертационной работы. Все положения диссертации, выносимые на защиту, являются новыми. Работа носит теоретический характер. Результаты работы могут быть использованы для дальнейшего изучения свойств k -связных графов. Описанные в диссертации обобщения дерева блоков и точек сочленения на графы большей связности могут быть полезны для дальнейшего

изучения структуры взаимного расположения разделяющих множеств в k -связном графе, а значит, для описания и изучения новых инвариантов графов, что может быть полезно не только в теории связности, но и в других областях дискретной математики.

Новые методы нижней оценки количества листьев в остовном дереве связного графа, основанные на использовании блоков и точек сочленения, позволяют получать оценки, в которых учитываются вершины степеней 1 и 2, и могут быть применены для получения новых оценок. Также отметим, что все нижние оценки снабжены алгоритмами построения соответствующих остовных деревьев, которые могут быть полезны и сами по себе.

Полнота изложения материалов диссертации в публикациях. Все результаты и материалы диссертации изложены в 12 работах, опубликованных в рецензируемых журналах. Из них 11 работ написаны лично диссертантом, а одна работа написана совместно с А.В.Пастором. Из этой работы в диссертацию включена теорема 8 (теорема 5.2 диссертации). Утверждение этой теоремы и его доказательство, включая основные леммы, придуманы диссертантом. Требования полноты изложения материалов в публикациях выполнены.

Апробация работы. Все результаты, изложенные в диссертации, являются достоверными, математически строго доказанными фактами.

Основные результаты диссертации докладывались на Седьмом и Восьмом Международных семинарах "Дискретная математика и ее приложения" (Москва, МГУ, 2001 и 2004), на Третьем Российско-Финском симпозиуме по дискретной математике (Петрозаводск, 2014), на Moscow Workshop on Combinatorics and Number Theory (Долгопрудный, 2014) и на девятой Международной конференции "Дискретные модели в теории управляющих систем" (Москва, МГУ, 2015). Результаты диссертации докладывались на семинаре по дискретной математике и математической кибернетике в ПОМИ им. В.А.Стеклова РАН, институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, МФТИ, МГУ, СПбГУ, а также на семинаре в ведущей организации.

Заключение. Диссертация Карпова Д.В. представляет собой цельную самостоятельную научную работу, выполненную на высоком уровне. Совокупность полученных результатов, а также разработанные диссертантом новые методы исследования связности графов являются серьезным научным достижением и вносят существенный вклад в развитие теории графов. Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Д.В.Карпов, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 - дискретная математика и математическая кибернетика.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры "Математических и информационных технологий" 3 сентября 2015 г.

Зав. кафедрой,
д.ф.-м.н.

194021, Санкт-Петербург, ул.Хлопина, д.8, корп.3
Тел. (812) 297-21-45
E-mail: office@spbau.ru

А. В. Омельченко

Подпись д.в. Омельченко
вер. спец. по карпову
Кадровая служба
2015г.

