

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Д.В. Карпова

«Структуры связности графа»

Актуальность темы.

Диссертация Д.В. Карпова ``Структура связности графа'' относится к теории графов --- динамично развивающейся области современной математики.

Исследования по связности графов являются одним из классических направлений в теории графов, основы которого были заложены в работах Карла Менгера и Хасслера Уитни в 30-е годы двадцатого века. Вклад в развитие теории связности внесли такие известные математики, как Татт, Дирак, Мадер и многие другие.

Необходимость использовать результаты по связности часто возникает в доказательствах из других областей дискретной математики, правда, в основном используются сведения о графах малой связности. Особенно часто применяются блоки и точки сочленения связного графа --- классический аналог исследуемых в диссертации понятий. Структуру их взаимного расположения отображает классическое дерево блоков и точек сочленения, которое помогает работать с блоками. Даже аналог этой структуры для двусвязного графа, построенный В.Т. Таттом в 1966 году, многократно сложнее.

Диссертация посвящена построению древовидных структур, отображающих расположение k -элементных разделяющих множеств или разрезов в k -связном графе, а также некоторым применениям построенных структур. Тем самым, в диссертации продолжаются классические исследования, обобщаются для произвольных k -связных графов результаты, полученные ранее для графов малой связности. Тема диссертации, несомненно, является актуальной.

Методы и результаты диссертационной работы.

В диссертации применяются как классические методы и их обобщения, так и разработанные диссертантом новые методы работы с k -связными графами.

Отметим, что главным методом, позволяющим работать с k -вершинными разделяющими множествами k -связного графа, является придуманное диссертантом понятие части разбиения k -связного графа набором из нескольких разделяющих множеств. Это понятие существенно проще тех, что использовались ранее, и позволяет намного лучше обобщить свойства классических блоков связного графа.

В первой главе строятся деревья разбиения для наборов из попарно независимых k -вершинных разделяющих множеств или k -элементных разрезов в k -связном графе для произвольного k . Доказываются свойства построенных деревьев, показывающие их аналогию с деревом блоков и точек сочленения связного графа. Полученные конструкции применены для оценки хроматического числа двусвязного графа и для описания структуры минимальных и критических двусвязных графов.

Результаты первой главы сами по себе являются методами изучения k -связных графов, часть из которых применены в следующих главах диссертации, а некоторые еще ждут своего применения.

Во второй главе с помощью построенного в первой главе дерева разрезов изучаются свойства минимальных k -связных графов, то есть, графов, теряющих k -связность при удалении любого ребра. Получено полное описание минимальных k -связных графов с наименьшим числом вершин степени k с помощью деревьев, доказан ряд результатов о структуре минимальных k -связных графов при $k > 5$.

Во третьей главе доказывается теорема о разбиении --- абстрактное утверждение о структуре, обобщающей классическое дерево блоков и точек сочленения связного графа. Теорема о разбиении является еще одним методом, разработанным диссертантом для работы с разделяющими множествами в k -связном графе. С помощью этого метода в четвертой главе описана структура взаимного расположения компонент зависимости произвольного набора k -вершинных разделяющих множеств k -связного графа и частей, на которые множества этого набора разбивают граф.

В пятой главе доказан ряд результатов об одновременном удалении нескольких вершин из k -связного графа с сохранением k -связности.

Шестая глава диссертации является самой объемной. В ней доказываются нижние оценки числа остовных деревьев связного графа. Для каждой оценки построена бесконечная серия графов, для которых эта оценка достигается. Отметим, что доказательства всех оценок являются конструктивными, то есть каждое из них представляет собой алгоритм построения остовного дерева, для которого достигается соответствующая оценка. Кроме классического метода мертвых вершин и придуманных автором его обобщений, в доказательствах диссертантом применяются методы из теории связности, что и позволяет получить новые оценки, в частности, учитывать в оценках вершины степени 1 исходного графа, что не удавалось сделать ранее.

Все указанные результаты являются новыми, многие из них получены именно благодаря разработанным диссертантом методам. Полученные результаты существенно усиливают ранее известные результаты по числовым характеристикам графов.

Достоверность результатов и апробация работы.

Все научные положения диссертационной работы являются достоверными научными фактами, получившими в диссертации полные, математически строгие доказательства.

Результаты и материалы диссертации изложены в 12 работах, опубликованных в рецензируемых журналах.

Результаты диссертации докладывались на четырех международных конференциях, а также на различных семинарах в МГУ, МФТИ, институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, ПОМИ им. В.А. Стеклова РАН.

Заключение

В диссертации Д.В. Карпова «Структуры связности графов» получены интересные и важные результаты, представляющие собой крупный вклад в теорию графов.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а ее автор Д.В. Карпов заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 -- дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент:

профессор кафедры математической кибернетики
факультета вычислительной математики и кибернетики
Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова,
доктор физ.-мат. наук

А. А. Сапоженко

18 сентября 2015 г.

Адрес: Москва, 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, 2 учебный корпус, факультет вычислительной математики и кибернетики, тел.: +7(495) 9391772, e-mail: sapozhenko@mail.ru.

Подпись Александра Антоновича Сапоженко заверяю.

Декан факультета ВМК МГУ
академик РАН



Е.И. Моисеев

18 сентября 2015 г.