

Об О.А. Ладыженской и лаборатории математической физики ЛОМИ

В.А. Солонников

Я познакомился с Ольгой Александровной Ладыженской, будучи студентом старших курсов физического факультета ЛГУ. Я слушал её увлекательный курс математической физики и писал под её руководством дипломную работу. Часто приходил к ней на консультации в ЛОМИ, расположенном тогда (в 1954 году) на Дворцовой набережной. Из её сотрудников помню Ольгу Васильевну Гусеву, которая занималась выводом оценок в $W_m^2(\Omega)$ решений первой краевой задачи для эллиптических уравнений высокого порядка (результаты опубликованы в [1]). По окончании Университета в 1957 году я был принят на работу в ЛОМИ, и с этого момента началось моя более интенсивная работа под руководством Ольги Александровны. Она привлекла моё внимание к задачам магнитной гидродинамики, результатом чего явилась совместная работа [2]. Забегая вперед, скажу, что магнитная гидродинамика оставалась в поле зрения О.А. и её сотрудников многие годы.

К 60-м годам относится появление в печати фундаментальных результатов Ольги Александровны по разрешимости основных задач математической физики и гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости; они представлены в публикациях [3-6] и в докладах [7-9].

В конце 50-х годов группа сотрудников Ольги Александровны в ЛОМИ быстро увеличивалась: в неё вошли Кирилл Капитонович Головкин (1958), Александр Васильевич Иванов и Анатолий Петрович Осколков (1959). В 1961 году эта группа была преобразована в лабораторию математической физики; О.А. Ладыженская стала заведующей лабораторией.

Сотрудники лаборатории принимали активное участие в математической жизни СССР. В 1961 году в Ленинграде прошел четвёртый Всесоюзный математический конгресс. Лаборатория математической физики ЛОМИ была представлена на нём пленарным докладом О.А. Ладыженской [9] и секционными докладами [10-12].

Большим событием в жизни математического сообщества СССР явился Советско-Американский симпозиум по уравнениям в частных производных, прошедший в Новосибирском Академгородке в 1963 году. Наш институт был представлен докладами [13] и [14].

В течение многих лет К.К. Головкин, А.В. Иванов и А.П. Осколков составляли костяк лаборатории, и хочется сказать несколько слов об их результатах.

К.К. Головкин проработал в институте недолго, но он оставил о себе яркие воспоминания у всех, кто его знал. Он занимался уравнениями в частных производных и теорией функций, в которую внес в высшей степени оригинальный вклад, введя широкое семейство пространств, названных им дробными. Это семейство содержит, в частности, пространства О.В. Бесова, но также и другие, поскольку нормы в дробных пространствах вводятся с помощью достаточно абстрактных условий. Дробные пространства оказались хорошо приспособленными для оценки операторов свертки. Эти результаты Кирилл Капитонович оформил в виде отдельного тома «Трудов МИАН» [15], возможно, имея в виду представить его как основную часть докторской диссертации¹⁾. Этому помешала его внезапная смерть в 1969 году.

Кирилл Капитонович занимался также уравнениями Навье–Стокса [16-17], в частности, он показал, что построенное О.А. Ладыженской глобальное решение двумерной нестационарной задачи при гладких заданных функциях является классическим. Отметим также его работу [18], близкую исследованиям Ольги Александровны и посвященную разрешимости «в целом» начально-краевой задачи для модифицированных уравнений Навье–Стокса.

Предметом исследований А.В. Иванова явились неравномерно эллиптические и неравномерно параболические уравнения, вырождающиеся как на фиксированных, так и на заранее неизвестных множествах изменения независимых переменных (примером последних может служить уравнение

$$\partial_t u - \sum_{i=1}^n \partial_{x_i} (|u|^\ell |\nabla u|^{m-2} \partial_{x_i} u) = 0,$$

вырождающееся на множествах, где $u = 0$, а также при $\nabla u = 0$). Александр Васильевич построил теорию разрешимости первой краевой задачи для таких уравнений в классе пространств Гёльдера, что явилось существенным расширением результатов О.А. Ладыженской, Н.Н. Уральцевой и ряда известных зарубежных математиков (Э. ДиБенедетто, Х.В. Альт, С. Лукхаус и др.) Эти работы, опубликованные в виде отдельного тома «Трудов МИАН» [19], составили содержание его докторской диссертации

¹⁾ Кандидатская диссертация на тему «Об одном классе функциональных пространств» была защищена им в ЛГУ в 1962 году.

«Квазилинейные вырождающиеся и неравномерно эллиптические и параболические уравнения второго порядка», защищенной в 1982 году.

Александр Васильевич также преподавал на заочном отделении математико-механического факультета ЛГУ (1962-1969) и в Ленинградском Высшем Военно-Инженерном училище им. Комаровского (1969-1993).

В 2000 году А.В. Иванов скончался от сердечной недостаточности.

Что касается его личности, то трудно сказать о нём лучше, чем это сделала Ольга Александровна в статье, посвящённой его памяти (Записки научн. сем. ПОМИ, 271, (2000)): «Работал Александр Васильевич со всем напряжением своих сил. Он ценил и любил место своей основной службы – наш институт. Аккуратно исполнял взятые на себя обязательства. У всех нас он оставил добрую о себе память. Он был любящим и заботливым сыном, мужем, отцом, дедушкой».

Первые работы А.П. Осколкова были посвящены оценкам решений линейных и квазилинейных эллиптических и параболических (в том числе неравномерно эллиптических и параболических) уравнений. Они составили основу его кандидатской диссертации, защищенной в 1976 году. В дальнейшем он изучал уравнения неньютоновских вязких жидкостей различной природы (жидкостей Кельвина–Фойгта, Одлройта, Максвелла, водных растворов полимеров), а также модифицированные уравнения Навье–Стокса, предложенные О.А. Ладыженской [20-22]. Эти тематику Анатолий Петрович стал развивать одним из первых и получил весомые результаты; они составили основу его докторской диссертации «Начально-краевые задачи для уравнений движения вязкоупругих жидкостей», защищенной в 1983 году.

Анатолий Петрович также преподавал в Кораблестроительном институте им. А.Н.Крылова (1968-1986). В ЛОМИ он выполнял огромную работу: почти двадцать лет (в том числе в тяжелейшие 90-е годы) был учёным секретарём института, в разные годы был также учёным секретарём диссертационного совета, председателем месткома, секретарём партбюро.

В 1995 году А.П. Осколков скоропостижно скончался от сердечной недостаточности. Его до сих пор вспоминают с благодарностью сотрудники института.

В 70-80-х годах в лабораторию пришли В.И. Шубов, С.Н. Набоко, Л.В. Капитанский, Д.Р. Яфаев, Н.А. Каразеева, А.Ф. Вакуленко, Ю.Г. Сафаров, А.В. Соболев, И.Н. Костин.

Ольга Александровна уделяла сотрудникам лаборатории огромное внимание, не только в научном, но и в личном плане. Мы часто бывали у неё дома, были знакомы с её сестрами и племянниками. Незабываемым событием была поездка в 1975 году на Байкал и на Красноярские столбы. В

ней приняли участие многие друзья и коллеги О.А. из Ленинграда и Новосибирска. Для меня неизгладимое впечатление оставили занятия французским языком дома у Ольги Александровны под руководством Ю. Ороховатского, сотрудника академической кафедры иностранных языков.

Изменения, происходившие в жизни нашей страны в конце 80-х и начале 90-х годов, коснулись и нашей лаборатории. Многие сотрудники уехали на постоянное место работы за границу. Новыми членами лаборатории стали Г.А. Серегин, Т.Н. Шилкин, С.И. Репин, Н.Д. Филонов, А.С. Михайлов, А.И. Назаров. Тематика научной работы лаборатории значительно расширилась – в неё вошли спектральная теория операторов и численные методы исследования краевых задач. С 1998 г. заведующим лабораторией является Григорий Александрович Серегин. Продолжает свою работу семинар имени В.И. Смирнова по теории уравнений в частных производных, которым много лет руководила Ольга Александровна. Заложенные ею традиции живы, и создаётся впечатление, что она всё ещё с нами.

1. *Гусева О.В.*, О краевых задачах для сильно эллиптических систем // ДАН СССР, **102** (1955), 1060-1072.
2. *Ладыженская О.А., Солонников В.А.*, Решение некоторых нестационарных задач магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости // Труды МИАН СССР, **59** (1960), 115-173.
3. *Ладыженская О.А.*, Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости // М.: Физматлит, 1961.
4. *Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н.*, Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа // М.: Наука, 1964.
5. *Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н.*, Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа // М.: Наука, 1967.
6. *Ладыженская О.А.*, О новых уравнениях для описания движения вязких несжимаемых жидкостей и разрешимости в целом для них краевых задач // Труды МИАН СССР, **102** (1967), 95-118.
7. *Ладыженская О.А.*, Quasilinear equations of elliptic and parabolic type // Доклад на Международном математическом Конгрессе в Стокгольме, 1962.
8. *Ладыженская О.А.*, О разрешимости в целом краевых задач для линейных и квазилинейных параболических уравнений и уравнений Навье–Стокса // Труды четвёртого Всесоюзного математического съезда, т. 1, Изд. АН СССР, 1963.
9. *Ладыженская О.А.*, О некоторых нелинейных задачах теории сплошных сред // Доклад на Международном математическом Конгрессе в Москве, 1966.

10. Головкин К.К., Солонников В.А., Дифференциальные свойства решений уравнений Навье–Стокса. // Труды четвертого Всесоюзного математического съезда, т. 2, Изд. АН СССР, 1963.
11. Головкин К.К., Ильин В.П., Слободецкий Л.Н., Теоремы вложения для функциональных пространств // Труды четвертого Всесоюзного математического съезда, т. 2, Изд. АН СССР, 1963.
12. Гусева О.В., Кошелев А.И., Соломяк М.З., Солонников В.А., Априорные оценки для решений и систем различных типов // Доклад на секции уравнений в частных производных четвертого Всесоюзного математического съезда, 1963.
13. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н., On linear and quasilinear equations and systems of elliptic and parabolic type // Outlines of the Joint Soviet-American Symposium on Partial Differential Equations, M., 1963.
14. Солонников В.А., On general boundary value problems for systems of differential equations of elliptic and parabolic type // Outlines of the Joint Soviet-American Symposium on Partial Differential Equations, M., 1963.
15. Головкин К.К., Параметрически-нормированные пространства и нормированные массивы // Труды МИАН СССР, **106** (1969), 3-135.
16. Головкин К.К., О плоском движении вязкой жидкости // Труды МИАН СССР, **59** (1960), 37-86.
17. Головкин К.К., Ладыженская О.А., О решениях нестационарной задачи для уравнений Навье–Стокса // Труды МИАН СССР, **59** (1960), 100-114.
18. Головкин К.К., Новые модельные уравнения движения вязкой жидкости и их однозначная разрешимость // Труды МИАН СССР, **102** (1967), 29-50.
19. Иванов А.В., Квазилинейные вырождающиеся и неравномерно эллиптические и параболические уравнения второго порядка // Труды МИАН СССР, **160** (1984), 3-285.
20. Осколков А.П., К теории жидкостей Максвелла. I-III // Записки научн. сем. ЛОМИ, **101** (1981), 119-127; **131** (1983), 106-113; **145** (1985), 164-172.
21. Осколков А.П., О нестационарных течениях вязко-упругих жидкостей // Труды МИАН СССР, **159** (1983), 103-131.
22. Каразеева Н.А., Осколков А.П., Аттракторы и динамические системы, порождаемые начально-краевыми задачами для уравнений движения вязко-упругих жидкостей // Записки научн. сем. ЛОМИ, **162** (1987), 159-168.