

ОТЗЫВ О ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЕ

СЕРГЕЯ ЮРЬЕВИЧА НОВАКА

“Предельные теоремы и оценки скорости сходимости в теории экстремальных значений”,

представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – “теория вероятностей и математическая статистика”

Можно смело утверждать, что второе (после работ, в той или иной мере связанных с центральной предельной теоремой) по степени популярности место в области предельных теорем теории вероятностей и математической статистики занимают исследования всевозможных асимптотических соотношений для экстремальных порядковых статистик. Во многом такая их популярность связана с тем, что соответствующие свойства экстремальных величин находят широкое применение в прикладных задачах, возникающих в таких областях человеческой деятельности, как страхование, гидрология (вспомните недавнее рекордное наводнение в Приморье), управление финансовыми потоками. Исследования распределений и различных свойств крайних членов вариационных рядов всегда привлекали и продолжают привлекать внимание ученых. Первый этап исследований экстремумов во многом был связан с изучением экстремальных порядковых статистик, построенных по наборам независимых одинаково распределенных случайных величин. Одной из значительных классических работ, завершивших этот этап, стала знаменитая статья 1943 г. Б.В.Гнеденко, в которой были представлены три семейства возможных предельных распределений экстремумов. Ко времени завершения этого этапа выяснилось, что многие прикладные задачи требуют знания поведения экстремальных значений не только в классической постановке, но и в ситуациях, когда исходные случайные величины зависимы в большей или меньшей степени. Поэтому во второй половине прошлого века и в первом десятилетии нынешнего стали появляться многочисленные работы, в которых проблемы, связанные с поведением экстремумов, решались для различных типов зависимых случайных величин. Свою весомую лепту в исследования асимптотического поведения экстремальных значений (и некоторых процессов, связанных с ними), порожденных последовательностями стационарно связанных исходных случайных величин, внес и диссертант.

Представленная С.Ю.Новаком работа включает введение, 6 глав и список литературы по теме диссертации, насчитывающий 418 наименований. В первых пяти главах диссертации приводятся формулировки и доказательства более полусотни новых теорем. Первые четыре из этих глав содержат результаты, в той или иной степени проясняющие поведение экстремумов и некоторых порожденных ими случайных величин и процессов. В пятой главе диссертант исследует асимптотическое поведение самонормированных сумм случайных величин. Такого рода суммы используются в теории экстремумов.

Рассмотрим подробнее результаты, представленные в диссертации.

Полтора десятка новых теорем составляют содержание первой главы. Здесь особый интерес представляет ряд соотношений (включая и асимптотические), уточняющих поведение максимальных частичных сумм Эрдеша-Реньи. Несомненный интерес вызывают и приведенные в этой главе результаты (теоремы 1.15 и 1.16), описывающие поведение максимального из случайного числа $\mu(t)$ неотрицательных независимых X -ов в ситуации, когда значение $\mu(t)$ определяется поведением нарастающих сумм рассматриваемых X -ов.

Глава 2 диссертации посвящена исследованию асимптотического поведения числа выходов за высокий уровень элементами последовательности X_1, X_2, \dots при различных соотношениях зависимости, связывающих эти величины. В первых двух параграфах этой главы диссертант обращается к классическим оценкам сходимости к пуассоновскому предельному закону сумм независимых случайных величин. Он уточняет ряд результатов предшественников, получив соответствующие оценки для сумм независимых и локально зависимых X -ов (теоремы 2.1-2.4, 2.6-2.8). В третьем параграфе этой главы рассматриваются пуассоновские аппроксимации для суммарного числа редких событий, связанных с превышением элементами исходной последовательности X_1, X_2, \dots, X_n некоторых высоких уровней u_n . В случае определенным образом зависимых X -ов появляется необходимость вместо пуассоновских предельных распределений рассматривать так называемые сложно-пуассоновские законы. Соответствующие результаты приведены в теоремах 2.9 и 2.10.

Глава 3 посвящена исследованию эмпирических точечных процессов выходов за высокий уровень. В первом параграфе этой главы (теорема 3.2) найдено некоторое условие C , являющееся необходимым и достаточным для слабой сходимости таких процессов к сложно-пуассоновскому. Это же условие в теореме 3.4 оказывается также необходимым и достаточным для сходимости более общего процесса выходов за высокий уровень, учитывающего не только моменты выходов, но и их размах. Такого же рода (только более общие) результаты получены также в ситуации, когда не требуется выполнения условия C .

В главе 4 обсуждаются вопросы, связанные со способами оценивания некоторых характеристик распределений, имеющих “тяжелые” правые хвосты, т.е. исследуются распределения с функциями распределения $F(x)$, удовлетворяющими соотношению

$$1-F(x) = L(x)x^{-\alpha},$$

где $L(x)$ - медленно меняющаяся на бесконечности функция, а параметр $\alpha > 0$ называется показателем скорости убывания хвоста распределения. Предложены некоторые оценки показателя α и исследуются их свойства в случае стационарных последовательностей исходных X -ов. В этой же главе предлагаются и изучаются способы оценивания экстремальных верхних квантилей. Здесь следует особо отметить теоремы 4.7 и 4.8, в которых доказывается состоятельность и асимптотическая нормальность соответствующих оценок. Изложение материала этой главы сопровождается большим числом примеров и графиков.

Интерес представляют и результаты главы 5, которую лишь формально можно связать с теорией экстремумов. В первом параграфе этой главы доказывается неравенство типа Берри - Эссеена для некоторого вида квадратичных функционалов, построенных по суммам S_n и T_n независимых одинаково распределенных пар (X_k, Y_k) , $k=1, 2, \dots$, случайных величин. Получены также оценки подобного вида и для отношений S_n / T_n . В третьем параграфе этой главы подробно исследуется статистика Стьюдента и некоторые близкие к ней статистики.

Приложение (глава 6) содержит ряд вспомогательных сведений из теории вероятностей и математической статистики, которые используются диссертантом.

Представленная Сергеем Юрьевичем Новаком диссертация оставляет приятное впечатление. Стоит отметить не только количественную сторону (более 50 доказанных новых теорем), но и отличное качество большого числа полученных результатов, которые безусловно заинтересуют не только математиков-теоретиков, но и специалистов-практиков, чья деятельность связана со страхованием, финансами, гидрологией, метеорологией, исследованием спортивных достижений. Многие классические результаты, полученные ранее для последовательностей независимых случайных величин, перенесены диссертантом на случай в той или иной мере зависимых величин. С.Ю. Новак удачно дополняет формулировки и доказательства предлагаемых им теорем большим числом таблиц и примеров.

Следует все же отметить, что большое число приводимых новых результатов не позволило диссертанту избежать ряда погрешностей и неточностей в тексте диссертации. Отметим наиболее существенные из них.

1. Приведенный библиографический список работ насчитывает 418 наименований, но лишь названия 4 (!) из работ даны на русском языке. Названия же большого числа русскоязычных статей переведены на английский.

2. В конце диссертационной работы приведен список использованных сокращений и обозначений, но не всегда при первом появлении в тексте нового обозначения указывается, где следует искать расшифровку данного обозначения. Иногда некоторые обозначения (например, событие B_n на стр.6) и вовсе не поясняются. В ряде ситуаций приходится долго вспоминать, где ранее встречалось данное обозначение. Например, на стр. 84 появляется важное условие C , но не упоминается, что его определение было дано ранее на стр.55. Рядом на стр.85 встречается символ N^* , смысл которого разъясняется только в следующем параграфе. К сожалению, такого рода ситуации, затрудняющие чтение диссертации, встречаются достаточно часто. Можно привести еще и такой пример. На стр.124 дается ссылка на формулу 4.32*. Можно лишь догадываться, что речь идет о равенстве без номера, помещенном между соотношениями (4.33) и (4.34).

3. Если сама диссертация выполнена достаточно аккуратно (если не считать указанных выше неточностей в оформлении и некоторого числа встречающихся в тексте опечаток), то этого нельзя сказать об автореферате. Он в основном правильно отражает содержание диссертационной работы, но в той его части, где описываются результаты первых двух глав диссертации, наблюдается полный беспорядок в нумерации лемм и теорем. Приводятся, например, ссылки на несуществующие теоремы 1.18, 1.28-1.35, 2.5,

2.12, 2.17, 2.18 и некоторые другие теоремы и леммы. Вместо номеров теорем 1.25, 1.27, 1.30, 2.20, приведенных в автореферате, должны стоять совершенно другие номера. То же самое относится и к некоторым номерам лемм и следствий. Следует отметить, что та часть автореферата, которая посвящена остальным четырем главам диссертации, выполнена существенно аккуратнее.

Считаю, что представленная работа, несмотря на приведенные выше замечания, удовлетворяет основным требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Сергей Юрьевич Новак, заслуживает присвоения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05- *“теория вероятностей и математическая статистика”*.

Профессор кафедры теории вероятностей
и математической статистики СПбГУ, д.ф.-м.н.

В.Б. Невзоров

30.01.2014