Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук
(ИМ СО РАН)
630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98
E-mail: im@math.nsc.ru

27.03.2014 № 15302-2-2171

На № ______________ от __________

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.директора Института
д.ф.-м.н. Ю. С. Волков
27 марта 2014 года

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертационной работе Новака Сергея Юрьевича
«Предельные теоремы и оценки скорости сходимости
в теории экстремальных значений»,
представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика

Основы теории экстремальных значений — одного из разделов теории вероятностей и математической статистики — заложили в первой половине прошлого века М. Фреше, Р. фон Мизес, Р. Фишер, Л. Типет, Б. В. Гнеденко. Построение теории для последовательностей независимых случайных величин было завершено Л. де Хааном. Далее теория развивается естественным образом, охватывая различные модели зависимых наблюдений (перемешивание, скрытые марковские модели, скользящие средние и так далее) и распространяя на них асимптотический анализ экстремальных значений в выборках растущего объёма.

Как и в классической теории суммирования зависимых случайных величин, где наличие слабой зависимости меняет характеристики предельных распределений (а в теории больших уклонений — весьма существенно), в теории экстремальных значений слабая зависимость расширяет класс предельных распределений.

Автор диссертации сосредоточил внимание на решении задач теории экстремальных значений для стационарно связанных случайных величин с α- и φ-перемешиванием.

О содержании работы

Диссертация общим объёмом 228 страниц состоит из введения, основного текста из 5 глав объёмом 176 страниц, главы из 10 приложений с необходимыми сведениями из теории вероятностей и списка литературы из 418 наименований.

В главе 1 представлен предложенный автором метод оценивания скорости сходимости в предельных теоремах теории экстремальных значений — метод рекуррентных неравенств, и рассматривается ряд задач теории экстремальных значений, связанных с выборками неслучайного и случайного объёма. Получены оценки скорости сходимости в предельной теореме для максимума выборки, найдены необходимые и достаточные условия существания экстремального индекса, установлены предельные теоремы для максимума частичных сумм Эрдеша-Реньи и результаты типа законов повторного логарифма для них. Указанные задачи имеют приложения к финансовой и актуарной математике.

Теоремы главы 1 уточняют и обобщают оригинальные результаты Р. Арратия, П. Деовельса, Л. Девроя, А. М. Зубкова, В. Г. Михайлова, В. И. Питербарга. Доказательства самых технически сложных теорем 1.12-1.14 состоят во внимательном усовершенствовании соответствующих доказательств Деовельса и Питербарга.

Изучаемая в главе 2 задача о точности аппроксимации пуассоновским и сложным пуассоновским законами распределения числа выходов за высокий уровень восходит к классической теореме Пуассона. Среди большого числа авторов, работавших над вопросом о точности пуассоновской аппроксимации биномиального распределения, стоит упомянуть прежде всего классические результаты Ю. В. Прохорова, Л. Лекама, А. Барбура и П. Холла, П. Деовельса и Д. Пфайфера. В 1999 году Б. Роос получил оценку с неулучшаемой константой для расстояния полной вариации между биномиальным и пуассоновским распределениями. В диссертационной работе получено некоторое уточнение этого результата Б. Рооса, а именно, уточнено слагаемое второго порядка малости, а также предложено новое доказательство теоремы Прохорова-Рооса об асимптотике расстояния полной вариации между биномиальным и пуассоновским распределениями. Результат автора о точности пуассоновской аппроксимации для сумм зависимых целочисленных случайных величин является обобщением результата Р. Смита для сумм зависимых бернуллиевских случайных величин.

Оригинальный результат Т. Хсина о слабой аппроксимации числа выходов за высокие уровни сложным пуассоновским законом распространён на многомерный случай, в том числе в общем случае, когда компоненты предельного случайного вектора могут быть зависимы.

В главе 3 получены различные обобщения результата Т. Хсина, Й. Хёслера и М. Лидбеттера о слабой сходимости эмпирических точечных процессов выходов за высокий уровень на многомерный случай. Получен многомерный аналог характеризации класса предельных распределений для таких процессов, найдены многомерные аналоги необходимых и достаточных условий слабой сходимости к предельному распределению. Установлено, что в общем случае элементы класса предельных распределений указанных процессов имеют зависимые приращения и представимы в виде суммы случайного числа скачкообразных процессов.

Самая большая глава 4 посвящена задачам статистики экстремальных значений для зависимых наблюдений, где одной из важных задач, привлекавшей внимание многих исследователей (Б. Хилл, П. Холл, К. Голди и Р. Смит, У. Айнмаль, Л. де Хаан, Дж. Тойгельс и др.), является задача об оценивании индекса правильного изменения хвоста распределения, правильно меняющегося на бесконечности. Эта задача имеет важное прикладное значение, так как распределения с правильно меняющимися распределениями всё чаще используются в реальных приложениях финансовой математики.

В диссертации предложен ряд новых оценок показателя скорости убывания хвоста распределения для вероятности выхода за высокий уровень и экстремальной квантили, доказана их состоятельность и асимптотическая нормальность в условиях слабой зависимости при минимальных ограничениях на коэффициенты перемешивания.

Автор распространяет оригинальную нижнюю границу, установленную П. Холлом и Э. Вэлшем для вероятностей, характеризующих точность оценивания индекса правильного изменения хвоста распределения, на среднеквадратическую характеристику точности этого оценивания.

Глава 5 посвящена задачам точности аппроксимации распределений автонормированных сумм случайных величин. Интерес к этим объектам связан с тем, что ряд оценок в статистике экстремальных значений, а также других разделах статистики, являются автонормированными суммами случайных величин (например, статистика Стьюдента). В работе получены оценки точности нормальной аппроксимации для распределений автонормированных сумм случайных величин. Автором, по-видимому, впервые получены оценки в случае стационарной последовательности зависимых случайных величин. На основе указанных оценок предложены асимптотические доверительные интервалы для оценок показателя скорости убывания хвоста распределения. Показано, что константа в неравенстве типа Берри-Эссеена для статистики Стьюдента не может быть меньше, чем $1/\sqrt{2e}$. Установлено, что неравномерная оценка типа Берри-Эссеена для статистики Стьюдента не может имеет место без дополнительных предположений.

В главе 6, включающей 10 приложений, собраны используемые автором сведения из различных разделов теории вероятностей.

Замечания по содержанию диссертации

1. Отсутствие должного сравнения и просто сравнения части результатов диссертанта с достижениями других авторов.

Например, в теореме 2.3 о точности пуассоновской аппроксимации сумм независимых бернуллиевских случайных величин приведено асимптотическое разложение с двумя членами и явной оценкой остатка. Однако подобные результаты имеются в литературе. Например, в статье И. С. Борисова и П. С. Рузанкина (2002) получены полные асимптотические разложения математических ожиданий произвольных функций от упомянутых сумм в пуассоновской постановке и приводятся явные оценки скорости сходимости этих разложений. В частном случае индикаторных функций получаем в том числе короткое разложение теоремы 2.3. Хотелось бы увидеть в диссертации сравнение погрешностей этих двух разложений.

Отметим, что в списке литературы эта работа указана, но ссылок на неё в тексте диссертации не обнаружено.

Последнее замечание относится и к целому ряду других работ из списка литературы.

2. Камнем преткновения при оценивании индекса правильного изменения хвоста распределения является проблема выбора уровня срезки, являющегося «управляющим параметром» оценок. В главе 4 автор предложил некоторый эвристический алгоритм выбора этого управляющего параметра, но при этом алгоритм не поддаётся математической формализации, ибо начинается с совета выбрать интервал, который должен содержать значительное количество элементов выборки и в котором стабилен график некоторой выборочной функции. Автор провёл численное моделирование с целью показать точность предложенной эвристической методики, но никаких строгих утверждений не получено. Поэтому задачу выбора уровня срезки следует признать нерешённой с точки зрения математической статистики, так как в диссертации нет никаких указаний либо пояснений, что понимается под словами «график стабилен» и «значительное количество элементов выборки».

3. В главе 5 к «самонормированным» суммам почему-то отнесены и дробно-линейные функционалы от последовательности независимых или слабо зависимых двумерных случайных векторов (отношения двух сумм, состоящих из соответствующих координат рассматриваемых двумерных случайных векторов). Асимптотический анализ распределений таких функционалов проводить значительно проще, нежели для классических автонормированных сумм, имеющих структуру статистик Стьюдента. Для последнего класса в диссертации получены либо неравенства типа Берри-Эссеена с явными константами, действующие как правило в зоне $O(\sqrt{n})$, либо асимптотические неравенства, т. е. неравенства с множителем $1 + o(1)$. К тому же заявление диссертанта о том, что им «...решена долго остававшаяся открытой задача получения оценок скорости сходимости с явными константами...» не соответствует действительности, так как в (5.21) константа C_* неявная. Заметим, что повышенный интерес к асимптотическому анализу автонормированных сумм был отмечен в середине 1990-х годов. В 2002 году С. В. Нагаев опубликовал результат, где была оценена абсолютная константа в классическом неравенстве Берри-Эссеена для автонормированных сумм: $C < 45$.

Отметим, что эта работа приведена в списке литературы в диссертации, но ссылок на неё в тексте нет. К тому же в списке литературы нет ссылки на статью В. Бенкуса и

Ф. Гётце (1996), где в аналогичной задаче было доказано существование абсолютной константы, также неявной.

4. Оценочное суждение автора в главе 5 на стр. 152 «...Заметим, что традиционный подход, основанный на методе характеристических функций, непосредственно не применим к нелинейным функционалам от сумм случайных векторов...» не выдерживает критики. Возможности упомянутого метода применительно именно к нелинейным преобразованиям сумм (например, квадратичным, которые как раз и интересуют диссертанта!) наглядно продемонстрированы в работах Ф. Гётце, В. Бенткуса, В. В. Сазонова, В. В. Ульянова, И. С. Борисова, А. Н. Тихомирова, А. Ю. Зайцева и др., начиная с конца 1970-х годов вплоть до наших дней.

5. В параграфе 5.1 на стр. 151–152 приведены либо неточные, либо устаревшие сведения о константах в классических неравенствах Берри-Эссеена. Диссертант, повидимому, не располагает информацией о достижениях последних лет И. С. Тюрина и И. Г. Шевцовой (несмотря на то, что одна из работ Шевцовой 2013 года приведена в списке литературы), усилиями которых верхняя оценка для постоянной в равномерном неравенстве доведена до $0,4774...$ в случае одинаково распределённых слагаемых и $0,5591...$ для разнораспределённых. Аналогичные замечания имеют место и для неравномерных оценок. Кроме того, нижняя оценка $(3+\sqrt{10})/(6\sqrt{2\pi})$ для указанных констант была получена не Г. П. Чистяковым в 2001 году, как утверждает диссертант, а К. Эссееном в 1956 году.

Замечания по оформлению результатов и доказательств

Текст диссертации содержит много погрешностей, затрудняющих чтение утверждений и доказательств. Часто встречаются неопределённые обозначения. Смысл многих понятий можно понять лишь прочитав всю диссертацию, без пропусков, исправляя в уме замеченные ранее недочёты.

Приведем лишь два примера.

Пример 1. Только в связи с самой первой теоремой 1.1 можно отметить, что

(а) не определено событие B_n на стр. 6;

(б) не определена случайная величина $M_{r+1,n}$ в доказательстве теоремы на стр. 26;

(в) неясно, к чему относится часть доказательства с 17-й строки на стр. 27 до конца доказательства;

(г) величина $b(r,u)$ определена на стр. 6 как вероятность $P(X_r > u, M_{r-1} \le u)$, а в доказательстве на стр. 26 как вероятность $P(X_1 > x, X_2 \le u, \ldots, X_r \le u)$, что для стационарной последовательности не одно и тоже.

Пример 2. Ни в утверждении теоремы 5.1, ни в ее доказательстве не задан параметр a, входящий в определение величины r_1. В доказательстве этот параметр появляется после формулы (5.27) вместе с функцией g, которая также не определена.

Следом идет ссылка на формулу (6.39*), которой нет в окрестности формулы (6.39), и на ее поиски уходит определенное время. После ее нахождения возникает гипотеза, что зависящая от a функция g – не что иное, как приведенная в формуле (6.40) функция $g_a(x)$, но если только в ней переменные x и a поменять местами. После этого вроде бы можно получить утверждение теоремы 5.1 при $a = x$ с неравномерной оценкой скорости сходимости, но при этом надо воспользоваться несколько раз утверждениями леммы 6.16, на которую в разбираемом доказательстве ссылок нет.

Однако в последнем предложении доказательства теоремы 5.1 дается ссылка на формулу (6.8*), из которой неравномерную оценку извлечь невозможно в принципе. И возникает гипотеза, что в последнем предложении доказательства теоремы 5.1 зависящая от x величина $\Delta_n^+ = \Delta_n^+(x)$ имеет другой смысл: это $\sup_x \Delta_n^+(x)$, как и в используемой формуле (6.8*). То есть после восстановления доказательства вместо неравномерной удалось получить лишь равномерную оценку в теореме 5.1 с $\sup_a r_1$ вместо r_1.

Стоит отметить, что утверждение и доказательство теоремы 5.1 полностью повторяют огрехи соответствующей теоремы 12.1 из монографии соискателя.

Невысокое качество текста затрудняет чтение диссертации и восстановление доказательств. Тем не менее многочисленные огрехи не создают непреодолимых препятствий для возможности общей оценки диссертационной работы. Дело в том, что доказательства всех 92 основных результатов пяти глав относительно невелики и в сумме составляют 72 страницы. Поэтому, как только становится ясным, в чём состоит идея автора (часто весьма остроумная, как в упоминавшейся теореме 5.1), так восстановление соответствующего доказательства оказывается делом техники и времени.

Выводы

Представленная диссертация посвящена решению задач теории экстремальных значений для зависимых наблюдений, возникающих в теории вероятностей и математической статистике, финансовой и актуарной математике. Основные результаты диссертации являются новыми и получены соискателем лично. При получении большинства этих результатов им продемонстрирована находчивость и изобретательность, говорящие о несомненном наличии у автора достаточно высокого математического уровня. Математическое содержание представленной диссертационной работы можно считать в основном соответствущим требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности «01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика», а её автору Сергею Юрьевичу Новаку может быть присуждена степень доктора физико-математических наук.

Результаты диссертации опубликованы в 23 работах, среди которых стоит выделить монографию автора «Extreme Value Methods with Applications to Finance», изданную издательством CRC Press/Chapman&Hall в 2012 году. Основные результаты диссертации докладывались на различных математических семинарах и конференциях как в России, так и за рубежом. Автореферат полно и достаточно правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации можно рекомендовать к использованию в исследованиях, проводимых в МГУ им. М. В. Ломоносова, МИ РАН им. В. А. Стеклова, СПОМИ РАН им. В. А. Стеклова, ИМ СО РАН им. С. Л. Соболева, Санкт-Петербургском и Новосибирском государственных университетах. Однако ввиду большого числа погрешностей при внедрении результатов диссертации следует проявлять большую осторожность.

Данный отзыв составлен по результатам всестороннего подробного обсуждения диссертации на заседании лаборатории теории вероятностей и математической статистики Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, которое состоялось 21 февраля 2014 года. Присутствовали и высказали свои точки зрения доктора физ.-мат. наук И. С. Борисов, Д. А. Коршунов, В. И. Лотов, А. А. Могульский, А. И. Саханенко, С. Г. Фосс; присутствовала также к.ф.-м.н. Ю. Ю. Линке.

Заведующий лабораторией
теории вероятностей
и математической статистики
Института математики СО РАН,
д.ф.-м.н., профессор — А. И. Саханенко

Ведущий научный сотрудник
лаборатории теории вероятностей
и математической статистики
Института математики СО РАН,
д.ф.-м.н. — Д. А. Коршунов

Подпись А. И. Саханенко, Д. А. Коршунова
удостоверяю
Зав. оргтотделом Н.З. Киндалева
ИМ СО РАН
«27» 03 2014 г.