На правах рукописи

Роткевич Александр Сергеевич

Формула Айзенберга в псевдовыпуклых областях

01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2013

Работа выполнена на кафедре математического анализа
математико-механического факультета ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургского
государственного университета

Научный руководитель:

Широков Николай Алексеевич
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой
математического анализа математико-механического факультета
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургского государственного университета

Официальные оппоненты:

Дубцов Евгений Сергеевич,
доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный
сотрудник лаборатории математического анализа ФГБУН
Санкт-Петербургского отделения Математического института
им. В.А. Стеклова Российской академии наук

Васин Андрей Васильевич,
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры
прикладной математики ФГБОУ ВПО Государственного университета
морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова

Ведущая организация:

ФГБОУ ВПО Петрозаводский государственный университет

Защита диссертации состоится «___» _________ 2013 года в ___ часов на
заседании диссертационного совета Д 002.202.01 в ФГБУН
Санкт-Петербургском отделении Математического института
им. В.А. Стеклова Российской академии наук по адресу:
191023, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, д.27, к. 311.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН
Санкт-Петербургского отделения Математического института
им. В.А. Стеклова Российской академии наук.

Автореферат разослан «___» _________ 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук А.Ю. Зайцев

1. Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Вопросы, связанные с интегральными представлениями голоморфных функций, являются существенной частью теории функций нескольких комплексных переменных. Диссертация посвящена изучению оператора, порождённого интегральной формулой Айзенберга (см. [1]), восстанавливающей значения голоморфных в линейно выпуклой области функций по их значениям на границе и являющейся наиболее близким обобщением формулы Коши на многомерный случай. Точнее, изучается оператор, задающийся формулой

$$K_d f(z) = \int\limits_{\partial\Omega} \frac{f(\xi)\omega_\rho(\xi)}{\langle \partial\rho(\xi),\ \xi - z\rangle^d},\ z \in \Omega, \tag{2}$$

где $\Omega = \left\{z \in \mathbb{C}^d : \rho(z) < 0\right\}$ – линейно выпуклая область с C^2-гладкой границей, $d \geq 2$, а ω_ρ – дифференциальная форма, выписываемая явно по функции ρ. Соотношение $\langle \partial\rho(\xi),\ \xi - z\rangle$ расписывается как

$$\frac{\partial\rho}{\partial\xi_1}(\xi)(\xi_1 - z_1) + \ldots + \frac{\partial\rho}{\partial\xi_d}(\xi)(\xi_d - z_d).$$

Интересно, что даже вопрос об ограниченности этого оператора в $L^2(\partial\Omega)$ оказывается открытым, при том что аналогичным задачам посвящено немало статей. Так для строго псевдовыпуклых областей (но, естественно, при другой реализации ядра) ограниченность оператора K_d в пространстве $L^2(\partial\Omega)$ доказана в 1978 году Н. Керзманом и Е.М. Стейном в статье [6]. Оценки на ядро Сёге и ограниченность соответствующего ему оператора изучались в совместной работе [8] 1997 года Дж. Д. МакНил и Е.М. Стейн для выпуклых областей конечного типа, в статье [9] 1989 года А. Нагель, Дж. П. Рози, Е.М. Стейн и С. Вэйнгер – для псевдовыпуклых областей конечного типа в $\mathbb{C}^2$, в статье [7] М. Македон 1988 года – для псевдовыпуклых областей с одним вырожденным собственным числом.

Значительная часть диссертации посвящена разработке метода псевдоаналитического продолжения и его применению к описанию пространств Бесова. Этот метод является обобщением подхода, предложенного Е.М. Дынькиным в ряде статей, посвящённых изучению свойств граничных значений голоморфных функций одной комплексной переменной. В частности, в 1981 году в работе [2] им была получена характеристика аналитических пространств Бесова $A^s_{pq}(\Omega)$ в областях Радона через наилучшие приближения полиномами. Для гладких областей этот результат формулируется в виде следующей теоремы.

Теорема A. Пусть $\Omega \subset \mathbb{C}$ – область с гладкой границей. Функция $f \in H^p(\Omega)$ принадлежит классу Бесова $A^s_{pq}(\Omega)$, $s > 0$, $1 \le p, q \le \infty$, тогда и только тогда, когда

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(n^s E_n(f)_p\right)^q\right]^{1/q} < \infty,$$

при $1 \le q < \infty$, а при $q = \infty$

$$E_n(f)_p \le c n^{-s},$$

для некоторой положительной постоянной c, где $E_n(f)_p$ – наилучшее приближение функции f в пространстве $L^p(\partial\Omega)$ аналитическими многочленами степени n.

Естественной задачей является обобщение этого результата на случай нескольких комплексных переменных. Одним из препятствий к решению этого вопроса является отсутствие универсального аналога оператора Коши, однако для строго выпуклых областей формула Айзенберга оказывается удачной альтернативой. Касаясь результатов, известных в многомерном случае, отметим, что аналогичная характеристика была получена Н.А. Широковым в 1989 году для аналитических классов Гёльдера в строго псевдовыпуклых областях в статье [11].

Цель работы. Целью диссертации является развитие метода псевдоаналитического продолжения в теории функций нескольких комплексных переменных и, в частности, применение этого метода к описанию пространств Бесова через глобальные полиномиальные приближения, получение характеристик пространств в духе теоремы А. Кроме того изучается регулярность оператора, порождённого формулой Айзенберга, в пространствах Лебега, пространствах Бесова и обобщённых пространствах Лебега.

Методы исследований. Одним из основных методов, используемых и разрабатываемых в диссертации, является обобщение метода псевдоаналитического продолжения, предложенного Е.М. Дынькиным для изучения пространств аналитических функций в областях комплексной плоскости (см. [2]), то есть такого продолжения функции f, заданной в некоторой ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{C}^d$, до функции $\mathbf{f}$, определённой во всём пространстве $\mathbb{C}^d$, такой, что невязка уравнений Коши–Римана

$$|\bar\partial \mathbf{f}| = \left|\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar z_1}\right| + \ldots + \left|\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar z_d}\right|$$

убывает контролируемым образом при приближении к границе области Ω. Скорость этого убывания однозначно характеризует гладкость исходной функции.

Изучение регулярности оператора K_d в пространствах Лебега проводится в рамках теории сингулярных интегральных операторов посредством T1-теоремы (см. [3], [5]). Кроме того, затрагиваются вопросы, связанные с поведением оператора K_d в обобщённых пространствах Лебега $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$ с переменным показателем (см. [4]).

Основные результаты. Для строго выпуклых областей разработан метод псевдоаналитического продолжения. Предложены две конструкции продолжения, основанные на локальных и глобальных полиномиальных приближениях. Получено описание аналитических функций, граничные значения которых лежат в классе Бесова, через их продолжение вне области. Благодаря этой характеризации аналитические пространства Бесова в выпуклых областях удаётся описать через глобальные полиномиальные приближения.

Пусть область $\Omega \subset \mathbb{C}^d$, $d \geq 1$, с C^2-гладкой границей строго линейно выпукла. Тогда оператор K_d удовлетворяет следующим условиям регулярности:

- Операторы K_d и K_d^* являются операторами Кальдерона–Зигмунда и ограничены в пространствах $L^p(\partial\Omega)$.
- Оператор K_d ограничен в обобщённом пространстве Лебега $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$, если показатель $p(\cdot)$ логарифмически гёльдеров.
- Если условие логарифмической гёльдеровости показателя $p(\cdot)$ обобщённого пространства Лебега нарушено, то оператор K_d может быть не ограниченным в пространстве $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$. Приведены примеры в случаях $d = 1$ и $d = 2$.
- оператор K_d, $d \geq 2$, ограничен в пространстве Гёльдера $\Lambda^s(\partial\Omega) = B^s_{\infty\infty}(\partial\Omega)$ при $0 < s < 1$.
- Если область $\Omega \subset \mathbb{C}^d$, $d \geq 2$, с $C^{[s]+1}$-гладкой границей строго выпукла, то оператор K_d ограничен в пространстве Бесова $B^s_{pq}(\partial\Omega)$ при $1 < p < \infty, 1 \leq q \leq \infty$ и $0 < s < 1$.

Научная новизна. Все основные результаты, представленные в диссертации, являются новыми.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация носит теоретический характер. Ценность результатов работы состоит в развитии метода псевдоаналитического продолжения в теории функций нескольких комплексных переменных, позволяющего описывать гладкость функции на языке полиномиальных приближений. Методы, предложенные для проверки регулярности оператора Айзенберга, имеют широкое применение в теории интегральных представлений.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на заседаниях городского семинара по теории операторов и теории функций (г. Санкт-Петербург), научном семинаре по теории функций комплексного переменного Петрозаводского государствнного университета (г. Петрозаводск), на конференции "XXII St. Petersburg Summer Meeting in Mathematical Analysis" (г. Санкт-Петербург).

Публикации. По теме диссертации опубликованы три печатные работы автора [R1], [R2], [R3], приведённые в конце автореферата и вышедшие в журналах, входящих в список ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 10 глав, разбитых на пункты, заключения и списка литературы, содержащего 35 наименований. Объём диссертации – 83 страницы.

2. Содержание работы

В первой главе приводятся основные определения и обозначения, а также описываются классы рассматриваемых областей. Геометрия области играет существенную роль при получении оценок ядра оператора K_d.

Определение 1. Пусть $\Omega = \left\{ z \in \mathbb{C}^d : \rho(z) < 0 \right\}$ – область с C^2-гладкой определяющей функцией ρ, причём $\partial\rho \neq 0$ на $\partial\Omega$. Комплексно касательной гиперплоскостью называется $(d-1)$-мерное комплексное аффинное подпространство касательной плоскости $T_\xi^{\mathbb{R}}$. Это пространство единственно и задаётся следующим образом:

$$T_\xi = \left\{ z \in \mathbb{C}^d : \langle \partial\rho(\xi),\ \xi - z \rangle = 0 \right\}.$$

Определение 2. Область Ω *строго выпукла*, если второй дифференциал порождает на касательной гиперплоскости строго положительно определённую форму, то есть

$$d^2\rho(z)[z-w] \geq c|z-w|^2, \quad z \in \partial\Omega,\ w \in T_z^{\mathbb{R}}.$$

Область Ω *строго линейно выпукла*, если второй дифференциал порождает на комплексной касательной гиперплоскости строго положительно определённую форму, то есть

$$d^2\rho(z)[z-w] \geq c|z-w|^2, \quad z \in \partial\Omega,\ w \in T_z,$$

и комплексно касательная гиперплоскость не пересекает границу области, то есть $\left\langle \bar\partial\rho(\xi),\ \xi - z \right\rangle \neq 0,\ \xi, z \in \partial\Omega$.

В этой главе также приводится классическое определение классов Бесова, использующее оператор взятия разности. Классы Бесова на границе области Ω обозначаем через $B^s_{pq}(\partial\Omega)$, где $s > 0,\ 1 \leq p, q \leq \infty$, а пространство аналитических функций с граничными значениями в классе $B^s_{pq}(\partial\Omega)$ через $A^s_{pq}(\partial\Omega)$. Результаты, касающиеся классов Бесова, доказаны для строго выпуклых областей, а регулярность оператора K_d в пространствах $L^p(\partial\Omega)$, $\mathrm{BMO}(\partial\Omega)$, $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$ проверяется в большей общности, для строго линейно выпуклых областей.

Во второй главе изучаются свойства ядра оператора K_d, в частности доказывается, что оно является "стандартным". Большая часть оценок, полученных в этой главе, верна для строго линейно выпуклых областей, однако некоторые утверждения выполнены только при условии строгой выпуклости. Кроме того, вводится понятие псевдоаналитического продолжения аналитической функции f, как функции $\mathbf{f} \in C^1_{\mathrm{loc}}(\mathbb{C}^d \setminus \Omega)$, для которой выполнено соотношение

$$f(z) = \frac{1}{(2\pi i)^d} \int\limits_{\mathbb{C}^d\setminus\Omega} \frac{\bar\partial\mathbf{f}(\xi) \wedge \omega_\rho(\xi)}{\left\langle \partial\rho(\xi),\ \xi - z \right\rangle^d}, \quad z \in \Omega. \tag{3}$$

Изучая различные способы продолжения функций вне области, можно получать характеристики классов аналитических функций через псевдоаналитическое продолжение (см. главу 6), а также получать соотношения между различными свойствами функции (см. главу 7).

Третья глава посвящена связи классического определения классов Бесова, основанного на понятии модуля гладкости, определяемого через оператор взятия разности, и более удобного в применении к нашей задаче определения, основанного на локальных полиномиальных приближениях. Гладкость границы рассматриваемых областей позволяет нам установить эквивалентность этих двух определений. Обозначим наилучшее приближение функции $f \in L^p(F)$ в метрике $L^p(F)$ многочленами, степень которых по каждой координате не превосходит m, через $E_m(f, F)_p$

$$E_m(f, F)_p = \inf_{T:\deg T \leq m} ||f - T||_{L^p(F)}.$$

Определение 3. Полиномиальный модуль гладкости функции $f \in L^p(\partial\Omega)$ порядка $m \geq 0$ при $1 \leq p < \infty$ определим следующим образом:

$$\omega_m(f, h)_p = \sup \left(\sum_{j=1}^{N} E_{m-1}(f, F_j)^p_p \right)^{1/p},$$

а при $p = \infty$

$$\omega_m(f,h)_\infty = \sup \max_{j=1\dots N} E_{m-1}(f,F_j)_\infty,$$

где верхняя граница берётся по всем разбиениям $\{F_j\}_{j=1}^N$ границы области Ω, таким что проекция множества F_j на касательную в некоторой точке ξ_j гиперплоскость содержится (в этой гиперплоскости) в некотором кубе с длиной стороны h и содержит куб со стороной длины $h/2$.

При дальнейшем изучении классов Бесова используется определение, основанное на следующей теореме.

Теорема 4. *Функция $f \in L^p(\partial\Omega)$ лежит в классе Бесова $B^s_{pq}(\partial\Omega)$, $1 \le p,q \le \infty$, $s > 0$, в том и только том случае, если*

$$\tilde{c}_{pq}(f) = \left(\int\limits_0^1 \left(\frac{\omega_m(f,t)_p}{t^s}\right)^q \frac{dt}{t}\right)^{1/q} < \infty,$$

при $1 < q < \infty$, а при $q = \infty$

$$\omega_m(f,t)_p \le \tilde{c} t^{-s}$$

для некоторой положительной постоянной $\tilde{c}$.

В четвёртой главе строится проектор $\mathcal{P}_K$, дающий почти наилучшее приближение на множестве $K \subset \partial\Omega$ в пространстве многочленов, степень которых по каждой координате не превосходит фиксированного числа m. Точнее, для функции $f \in L^p(\partial\Omega)$, $1 \le p \le \infty$,

$$||f - \mathcal{P}_K||_{L^p(K)} \le cE_m(f,K)_p$$

для некоторой постоянной $c > 0$, не зависящей от функции f и множества K.

Эта конструкция позволяет строить кусочно-полиномиальное приближение функции на всей границе области.

В пятой главе приводятся две конструкции псевдоаналитического продолжения – с помощью локальных и с помощью глобальных приближений. Точнее, доказываются следующие теоремы.

Теорема 5. *Пусть $f \in H^1(\Omega)$, m - целое число и $z \in \mathbb{C}^d \setminus \Omega$. Положим*

$$E(f,z) = E_m(f, J(z))_1,$$

где, если обозначить ближайшую к точке z точку границы через z^*,

$$J(z) = \{\xi \in \partial\Omega : \pi_{z*}(\xi) \in Q_{\rho(z)/10}(z^*)\}. \tag{4}$$

Пусть при некотором $q \ge 1$

$$E(f,z)\rho(z)^{-2d} \in L^q(\mathbb{C}^d \setminus \Omega).$$

Тогда $f \in L^q(\partial\Omega)$ *и существует псевдоаналитическое продолжение функции* f, *такое что*

$$|\bar\partial \mathbf{f}(z)| \le cE(f,z)\rho(z)^{-2d}$$

для некоторой положительной постоянной c.

Доказательство этой теоремы основывается на операторе, дающем почти наилучшее локальное приближение на множествах, определённых в тождестве (4). С некоторыми поправками значение продолжения $\mathbf{f}$ функции f в точке $z \in \mathbb{C}^d \setminus \Omega$ полагается равным значению $\mathcal{P}_{J(z)}f(z^*)$.

Теорема 6. *Пусть функция* $f \in H^1(\Omega)$ *приближается в* $L^1(\partial\Omega)$ *последовательностью многочленов* $P_1(z), P_2(z), \dots$ *степени* $1, 2, \dots$, *соответственно. Положим*

$$\lambda(z) = \rho(z)^{-1}\left|P_{2^{n+1}}(z) - P_{2^n}(z)\right|, \quad 2^{-n} < \rho(z) < 2^{-n+1}.$$

Пусть $\lambda \in L^p(\mathbb{C}^d \setminus \Omega)$ *при некотором* $p \ge 1$. *Тогда* $f \in L^p(\partial\Omega)$ *и существует продолжение* $\mathbf{f}$ *функции* f, *такое что*

$$|\bar\partial \mathbf{f}(z)| \le c\lambda(z), \quad z \in \mathbb{C}^d \setminus \Omega,$$

для некоторой положительной постоянной c.

Как видно, это универсальные теоремы, позволяющие изучать не только пространства Бесова, но и другие пространства, связанные с гладкостью функции.

В шестой главе первая конструкция используется для описания класса Бесова в терминах продолжения функции вне области. Пусть $\mathbf{f}$ – псевдоаналитическое продолжение функции f, и пусть $1 \le p \le \infty$. Рассмотрим следующую характеристику функции $\mathbf{f}$:

$$S_p(\mathbf{f}, r) = ||\bar\partial \mathbf{f}(z)||_{L^p(\partial\Omega_r, d\sigma_r)}, \quad r > 0,$$

где $d\sigma_r$ – мера Лебега на поверхности $\partial\Omega_r = \left\{z \in \mathbb{C}^d : \rho(z) = r\right\}$.

Эта характеристика оказывается напрямую связанной с модулем гладкости функции f. Проверка этого утверждения приводит нас к следующей теореме.

Теорема 7. *Пусть область* Ω *строго выпукла,* $1 \le p, q \le \infty$, $s > 0$ *и* $f \in H^1(\Omega)$. *Тогда* $f \in A^s_{pq}(\Omega)$ *в том и только том случае, когда существует псевдоаналитическое продолжение* $\mathbf{f}$ *функции* f, *такое что*

$$\int\limits_0^1 \left(\frac{S_p(\mathbf{f}, r)}{r^{s-1}}\right)^q \frac{dr}{r} < \infty \tag{5}$$

при $q < \infty$, *а при* $q = \infty$

$$S_p(\mathbf{f}, r) \lesssim r^{s-1}. \tag{6}$$

В седьмой главе эта характеристика позволяет описать класс A^s_{pq} с помощью условия в духе теоремы А, причём требование гладкости области позволяет, в отличие от результата Е.М. Дынькина, использовать наилучшие приближения без веса и получить оценку для всех параметров $1 \leq p, q \leq \infty$, $s > 0$. Точнее $f \in A^s_{pq}(\Omega)$ в том и только том случае, когда

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(n^s E_n(f)_p\right)^q\right]^{1/q} < \infty$$

при $1 \leq q < \infty$, а при $q = \infty$

$$E_n(f)_p < cn^{-s}$$

для некоторой постоянной $c > 0$, где $E_n(f)_p$ – наилучшее приближение функции f в пространстве $L^p(\partial\Omega)$ многочленами степени n по каждой переменной.

Вторая часть посвящена изучению регулярности оператора K_d в *строго линейно выпуклых областях.*

Восьмая глава посвящена проверке ограниченности оператора K_d в пространстве $L^p(\partial\Omega)$. Задачу удаётся решить в рамках теории сингулярных интегралов и T1-теоремы, адаптированных для нашего контекста в пункте 8.1. Оказывается, что оператор K_d является оператором Кальдерона–Зигмунда и, следовательно, ограничен в $L^p(\partial\Omega)$. Рассмотрим следующее определение класса $\mathrm{BMO}(\partial\Omega)$.

Определение 8. Функция $b \in L^1(\partial\Omega)$ лежит в классе $\mathrm{BMO}(\partial\Omega)$, если следующее выражение конечно:

$$||b||_{\mathrm{BMO}(\partial\Omega)} = \sup_{z_0 \in \partial\Omega, \varepsilon > 0} \frac{1}{|B_\varepsilon(z_0)|} \int\limits_{B_\varepsilon(z_0)} |b(z) - b_{B_\varepsilon(z_0)}| dS(z) + \int_{\partial\Omega} |b(z)| dS(z),$$

где $b_{B_\varepsilon(z_0)} = \frac{1}{|B_\varepsilon(z_0)|} \int\limits_{B_\varepsilon(z_0)} b(z) dS(z)$ – среднее значение функции b на шаре $B_\varepsilon(z_0) = \{z \in \partial\Omega : |z - z_0| < \varepsilon\}$.

Оказывается, что при таком определении оператор K_d ограничен также в пространстве $\mathrm{BMO}(\partial\Omega)$.

Характеристизация пространств Бесова $A^s_{pq}(\Omega)$ через псевдоаналитическое продолжение, изложенная в оценках (5)–(6), оказывается верной и для пространств $B^s_{pq}(\partial\Omega)$ при $0 < s < 1$, что позволяет в **девятой главе** проверить ограниченность оператора K_d в пространствах Бесова $B^s_{pq}(\partial\Omega)$ (в случае строго выпуклой области), когда $1 < p < \infty,\ 0 < s < 1,\ 1 \leq q \leq \infty$.

Третья часть, изложенная в **десятой главе**, также посвящена регулярности оператора Коши–Лере–Фантаппье, но в пространствах Лебега $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$ с переменным показателем.

Определение 9. Пусть Ω – ограниченная область в $\mathbb{C}^d$, $d \in \mathbb{N}$, с C^1-гладкой границей. Рассмотрим измеримую по поверхностной мере σ на $\partial\Omega$ функцию p со значениями в луче $[1, \infty]$. Эта функция определяет обобщённое пространство Лебега $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$ следующим образом:

$$L^{p(\cdot)}(\partial\Omega) = \Big\{ f \in L^1(\partial\Omega) : \int_{\partial\Omega} |\lambda f(z)|^{p(z)} d\sigma < \infty \quad \text{для некоторого значения } \lambda > 0 \Big\},$$

которое вместе с нормой Люксембурга

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_{\partial\Omega} \left| \frac{f(z)}{\lambda} \right|^{p(z)} d\sigma(z) \leq 1 \right\}$$

является банаховым пространством.

В случае, когда показатель логарифмически гёльдеров, т.е. для некоторой положительной постоянной c удовлетворяет условию

$$|p(z) - p(w)| \leq \frac{c}{|\log|z-w||}, \quad z, w \in \partial\Omega, \tag{7}$$

многие результаты, связанные с классическими пространствами Лебега, переносятся на эти обобщённые пространства. В частности, операторы Кальдерона–Зигмунда оказываются ограниченными в пространствах $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$ при условии (7). Следовательно, этим свойством обладает и оператор K_d. Естественной задачей, возникающей при этом, является возможность ослабить условие логарифмической гёльдеровости. Оказывается, что если показатель $p(\cdot)$ в некоторой точке нарушает условие (7), то оператор K_d может оказаться не ограниченным в пространстве $L^{p(\cdot)}(\partial\Omega)$. Идейно конструкция этой главы восходит к примеру, описанному в [10] и решающему аналогичную задачу для максимального оператора Харди–Литтлвуда.

В заключении перечисляются основные результаты диссертации с учётом случая одной комплексной переменной.

Список литературы

[1] Л. А. Айзенберг, А. П. Южаков, *Интегральные представления и вычеты в комплексном анализе* // Наука, Москва, (1979).

[2] Е. М. Дынькин, *Конструктивная характеристика классов С. Л. Соболева и О. В. Бесова* // Спектральная теория функций и операторов II, Тр. МИАН СССР, т. **155** (1981), 41–76.

[3] G. David, J. L. Journe, S. Semmes, *Opérateurs de Calderón–Zygmund, fonctions para-accrétives et interpolation* // Rev. Mat. Iberoamericana, vol. **1**, № 4, (1985), 1–56.

[4] L. Diening, P. Harjulehto, P. Hästö, M. Ružička, *Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents* // Lecture Notes in Math., vol. **2017**, Springer-Verlag, Heidelberg (2011).

[5] T. Hansson, *On Hardy spaces in complex ellipsoids* // Ann. Inst. Fourier, vol. **49**, № 5 (1999), 1477–1501.

[6] N. Kerzman, E. M. Stein, *The Szegö kernel in terms of Cauchy–Fantappie kernels* // Duke Math. J., vol. **45**, № 2 (1978), 197–224.

[7] M. Machedon, *Szegö kernels on pseudoconvex domains with one degenerate eigenvalue* // Ann. Math., vol. **128**, № 3 (1988), 619–640.

[8] J. D. McNeal, E.M. Stein, *The Szegö projection on convex domains* // Mathematische Zeitschrift, vol. **224**, № 4 (1997), 519–553.

[9] A. Nagel, J. P. Rosay, E. M. Stein, S. Wainger, *Estimates for the Bergman and Szego kernels in* $\mathbb{C}^2$ // Ann. Math., vol. **129** (1989), 113–149.

[10] L. Pick, M. Ružička, *An example of a space* $L^{p(x)}$ *on wich the Hardy–Littlewood Maximal operator is not bounded* // Expositiones Mathematicae, vol. **19**, № 4 (2001), 369-371.

[11] N. A. Shirokov, *Jackson–Bernstein theorem in strictly pseudoconvex domains in* $\mathbb{C}^n$ // Constr. Approx., vol. **5**, № 1 (1989), 455-461.

Работы автора по теме диссертации, опубликованные в журналах, рекомендованных ВАК:

[R1] А. С. Роткевич, *Формула Айзенберга в невыпуклых областях и некоторые её приложения* // Зап. научн. семин. ПОМИ, т. **389** (2011), 206-231.

[R2] А. С. Роткевич, *Интеграл Коши–Лере–Фантаппье в линейно выпуклых областях* // Зап. научн. семин. ПОМИ, т. **401** (2012), 172-188.

[R3] А. С. Роткевич, *Конструктивное описание классов Бесова в выпуклых областях* $\mathbb{C}^d$ // Зап. научн. семин. ПОМИ, т. **416** (2013), 136-174.