

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)

119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел.: (495) 984-81-41. Факс: (495) 984-81-39. Для телеграмм: Москва, 119333, математика
E-mail: steklov@mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru
ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001

04.12.14 № 11102-1325/222

На № _____ от _____



“ОТЗЫВ УТВЕРЖДАЮ”
Директор МИАН
академик

В.В. Козлов

**Отзыв ведущей организации на диссертацию Д.М. Столярова
“ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И АНАЛИЗ ФУРЬЕ:
ТЕОРЕМЫ ВЛОЖЕНИЯ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ”, представленной на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и
функциональный анализ**

Работа посвящена теории теорем вложения типа теорем вложения Соболева и их приложениям к задачам функционального анализа и геометрической теории меры.

Глава 1—вводная; она содержит описание работы, историю вопросов и вспомогательные сведения.

Глава 2 —одна из основных. В ней установлено некоторое билинейное неравенство (лемма 2.1.1), служащее основой для доказательства ряда последующих теорем. Эти теоремы имеют вид мультипликативных оценок скалярного произведения в $L_2(\mathbb{R}^d)$ производных двух функции (в том числе дробного порядка) через произведение двух L_1 -норм значений линейных анизотропно однородных дифференциальных операторов от каждой из этих функций.

Следствием таких билинейных неравенств являются неравенства типа теорем вложения. При этом класс допустимых дифференциальных операторов задается параметрами из широкого набора. В основном исследуется двумерный случай $d=2$. В нем проведено тщательное исследование линейных операторов, для которых выполняется или не выполняется билинейная оценка. Приводятся необходимые контрпримеры.

Отметим еще теорему 1.2.1 о существовании решений некоторой специальной системы дифференциальных уравнений, оценка в которой носит характер теоремы вложения для векторных полей.

В большей части главы 2 полученные оценки теорем вложения имеют вид "из L_1 в L_2 ". Конец же главы посвящен оценкам вида "из L_p в L_q ", $1 < p \leq q < \infty$. Там получены оценки L_q -нормы функции или ее производных через L_p -нормы значений некоторых дифференциальных операторов от функции. Оценки аналогичного вида для эллиптических операторов хорошо известны. В работе же исследуется трудный случай неэллиптических операторов. Основным аппаратом служит развитая автором в требуемом направлении теория мультипликаторов интегралов Фурье.

Основным результатом главы 3 является теорема 1.2.9 о пространстве $C^P = C^P(T^d)$, определяемом на d -мерном торе с помощью набора полиномов $P = \{P_1, \dots, P_l\}$, с полунормой $\|f\|_{C^P} = \max_j \|P_j(\partial)f\|_{C((T^d))}$. Она утверждает, что при наличии двух непропорциональных Λ -старших частей полиномов P_j пространство C^P не вкладывается дополняемо в пространство $C(K)$. Утверждение теоремы было известно лишь в случае, когда допустимая плоскость Λ ортогональна вектору $(1, \dots, 1)$.

В главе 4 устанавливается теорема 1.2.11, дающая оценку нижней размерности Хаусдорфа для меры, подчиненной некоторым дифференциальным условиям.

Работа содержит глубокие исследования по теории теорем вложения дифференцируемых функций многих действительных переменных и ее приложениям. Эти исследования носят исчерпывающий характер и во многих случаях дают описание большинства или всех возможных ситуаций в рассматриваемом круге вопросов. Результаты автора, приведенные в его диссертации, новы, интересны и вносят важный вклад в указанный раздел математики. Работа выполнена на высоком математическом уровне.

Сами результаты с достаточной полнотой опубликованы. Автореферат отражает содержание диссертации.

Представленная работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а автор ее, Столяров Дмитрий Михайлович,

безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Следует отметить, что изложение результатов одной направленности размещено, как правило, в двух разных главах, что затрудняет чтение работы. Имеются незначительные опечатки.

Указанные недостатки не влияют на общую положительную оценку представленной диссертации.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании отдела теории функций Математического института им. В.А. Стеклова РАН 04 декабря 2014 г.

Зав. отделом теории функций МИАН



/О.В. Бесов/