О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации А.Л. Пестова
"Характеризация данных обратной задачи для одномерной двухскоростной динамической системы ", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 - математическая физика.

Диссертационная работа А.Л. Пестова посвящена исследованию обратной задачи для одномерной двухскоростной динамической системы вида

$$\rho(x)u_{tt} - \partial_x(\gamma(x)u_x) + A(x)u_x + B(x)u = 0, \ x > 0, \ t \in (0, T). \tag{1}$$

где $u = (u_1, u_2)$ – вектор решения, ρ, γ – диагональные 2×2-матрицы-функции с положительными элементами, A, B матрицы-функции со свойствами $A^{tr} = -A$, $A_x = B - B^{tr}$. В главной части система распадается и состоит из двух волновых уравнений. Система (1) дополняется начально-краевыми условиями вида

$$u|_{t=0} = u_t|_{t=0} = 0, \quad u|_{x=0} = f(t). \tag{2}$$

В искомой обратной задаче требуется определить элементы матриц ρ, γ, A, B по заданному оператору реакции (аналогу оператора Дирихле-Неймана)

$$R^{2T} : f \to \gamma(0)u_x|_{x=0}.$$

Здесь u – решение задачи (1), (2). Главная цель работы - дать характеристическое описание оператора R^{2T} , т. е. привести необходимые и достаточные условия разрешимости обратной задачи. В рассматриваемой ситуации ожидать однозначного определения всех коэффициентов не приходится и встает вопрос об условиях на оператор реакции, гарантирующих ее разрешимость. Основной результат работы - описание необходимых и достаточных условий на оператор реакции, гарантирующих существование системы с этим оператором реакции.

Особенность двухскоростных систем состоит в том, что в них имеются волны двух типов, распространяющиеся с различными скоростями и взаимодействующие между собой. Это взаимодействие приводит к интересным физическим эффектам и, в то же время, осложняет исследование системы. Многоскоростные системы встречаются в важных приложениях: геофизике, акустике, механике, теории упругости. Соответствующие обратные задачи состоят в определении параметров таких систем по той или иной информации о решении, извлекаемой из внешних наблюдений.

Чтобы получить основные результаты, в работе используется метод граничного управления, предложенном М. И. Белишевым для решения многомерной обратной задачи о восстановлении плотности. Среди близких в определенном смысле работ, посвященных определению коэффициентов или правой части по заданному оператору Неймана-Дирихле или Дирихле-Неймана отметим работы Романова В.Г., Ульмана Г., Ямомото М., Эскина Г., Белишева М.И., Благовещенского А.С. и многих других авторов.

Диссертация состоит из введения, трех глав, и списка литературы. Объем диссертации составляет 135 страниц. Библиография содержит 33 наименования. Кратко опишем содержание диссертации.

В первой главе рассматривается вопрос о существовании решения прямой задачи (1), (2) для гиперболической системы (1), приводится его интегральное представление, исследуется вопрос о его гладкости и исследуется структура оператора реакции. Основа результатов – построение фундаментального решения задачи и исследование его свойств. Отметим раздел раздел 1.5, где описывается физический эффект, свойственный двухскоростным системам и состоящий в следующем. При определенной связи между компонентами управления волна (смесь мод) распространяется со скоростью медленной моды. Ранее подобные результаты были получены только в случае систем с постоянными скоростями.

Глава два в определенном смысле является продолжение главы 1. Здесь исследуются свойства решений прямой задачи и оператора реакции и некоторых других операторов.

В главе 3 приводятся и доказываются основные результаты, в частности, получены необходимые и достаточные условия существования систем вида (1) с данным оператором реакции. Доказательство достаточности конструктивно, в том числе предложена процедура, восстанавливающая систему по оператору реакции. В процедуре предусмотрен выбор свободных параметров, за счет чего восстанавливаются все системы вида (1), обладающие заданным оператором реакции. Основная проблема состоит в их непротиворечивом выборе. Описываются также два различных способа определения матриц A, B по оператору реакции, пригодные для численных расчетов.

В целом, оформление диссертации хорошее. К недостаткам оформления можно отнести лишь небольшое количество грамматических ошибок и описок (например, во второй строчке формуле (1.25) пропущен знак $+$ и др.). Кроме того, можно привести следующие замечания.

1. Местами автор не приводит подробных доказательств, например, при выводе формул (1.44), (1.28)-(1.30), и во многих других местах, что сильно затрудняет чтение. Кроме того, есть также и утверждения, которые не сопровождаются достаточно подробными доказательствами.

2. Мне кажется, что результаты первой главы стоит дополнить все же некоторым анализом уже известных результатов по теории гиперболических систем, сравнив их с полученными автором. Результатов довольно много, начиная с классических работ Лакса П.Д., Джона Ф., Фридрихса К.О. и других авторов. Работа от этого только бы выиграла. Кроме того, и сам литературный обзор, приведенный во введении к диссертации и посвященный уже именно обратным задачам также недостаточен. Например, в литературе есть работы посвященные обратным задачам и задачам управления для гиперболических систем, которые не были упомянуты автором.

3. Хотелось бы некоторых дополнений в виде результатов численных экспериментов, подтверждающих теоретические выкладки автора.

Приведем выводы. В диссертационной работе приведено решение интересной задачи математической физики, возникающей в приложениях, приведены необходимые и достаточные условия ее разрешимости, описаны представления на основе которых возможно численное решение задачи. Все результаты, выносимую на защиту, являются новыми и получены автором лично. Достоверность полученных результатов обеспечена полными доказательствами всех утверждений, причем математическая строгость доказательств соответствует современному уровню. Замечания, приведенные выше, не влияют на общую положительную оценку работы. Диссертация представляет собой цельную научную работу. Она написана ясным языком, все результаты обоснованы. На наш взгляд их можно квалифицировать как решение важной проблемы. Основные результаты подробно опубликованы, автореферат адекватно отражает содержание диссертации. Поэтому работа А.Л. Пестова вполне удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 - математическая физика.

Заведующий кафедрой высшей математики
Югорского государственного университета
д.ф.-м.н., профессор С.Г. Пятков

ФГБОУ ВО "Югорский государственный университет"
628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова 16,
Тел. (3467)357508, e-mail: s_pyatkov@ugrasu.ru

ОТДЕЛ ПО УПРАВЛЕНИЮ ПЕРСОНАЛОМ

Подпись С. Г. Пятков
ЗАВЕРЯЮ
Отдел по управлению персоналом
(Ф.И.О.)
«15» 04 2016