

Отзыв официального оппонента

доктора физико-математических наук Тихонова Сергея Викторовича на диссертационную работу Затицкого Павла Борисовича "Масштабирующая энтропийная последовательность как метрический инвариант динамических систем", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Актуальность темы

Работа П.Б. Затицкого относится к теории инвариантов динамических систем.

Основным вопросом этой теории является так называемая проблема изоморфизма: существуют ли инварианты, позволяющие отличить две неизоморфных динамических системы?

Фактически, имеется только два глобальных направления построения подобных инвариантов: спектральная и энтропийная теории. Первая основана на том, что каждому сохраняющему меру преобразованию можно сопоставить унитарный "купмановский" оператор. Изоморфизм преобразований влечет спектральную эквивалентность соответствующих операторов, следовательно два неизоморфных преобразования можно различить с помощью спектральных инвариантов. Б. Купман и Дж. фон Нейман в 30-х годах прошлого века фактически решили проблему изоморфизма для преобразований с дискретным спектром. В течении 30ти лет оставалась некоторая надежда, что таким образом можно получить полную систему инвариантов и в общем случае. Однако, в 58-м году А.Н. Колмогоров придумал несектральный инвариант — энтропию, и показал, что существуют спектрально изоморфные, но не изоморфные преобразования. С этого момента началось активное развитие энтропийной теории. Сейчас это обширнейший раздел теории динамических систем, касающийся не только преобразований, сохраняющих меру, но и непрерывных преобразований и действий групп. Среди его достижений выделяется теорема Колмогорова-Синая, позволяющая вычислять энтропию во многих конкретных случаях и теорема Орнштейна, утверждающая, что для бернуллиевских сдвигов энтропия — полный инвариант.

Нынешнее развитие теории обусловлено тем, что классическая энтропия (классическим считается определение, данное Я.Г. Синаем в 1959

году) даже в купе со спектральными инвариантами не решает проблемы изоморфизма полностью. Энтропийный инвариант не различает почти все, в некотором смысле, обратимые сохраняющие меру преобразования, так как они имеют нулевую энтропию. Для преодоления этой проблемы разными авторами предлагается большое число инвариантов "энтропийного типа", в целом основанных на подходе А.Н.Колмогорова и Я.Г.Синяя, но имеющие и некоторые, иногда существенные отличия. В работе Павла Затицкого изучается "масштабирующая энтропийная последовательность" – инвариант, предложенный А.М. Вершиком.

Актуальность проделанной автором работы несомненна, получение любого инварианта энтропийного типа представляет большой интерес. На настоящий момент существуют результаты, представляющие полное решение проблемы изоморфизма некоторой утопией. Поэтому, от инвариантов энтропийного типа не требуется таких глобальных результатов. Основные требования — вычисляемость и возможность отличать друг от друга преобразования из некоторых важных для приложений классов.

К достижениям работы можно отнести критерий чисто точечного спектра в терминах масштабирующей энтропийной последовательности, вычисление такой последовательности для инъективных подстановочных динамических систем с примитивными инъективными подстановками постоянной длины и бернуллиевских сдвигов. Таким образом, такие системы отличимы друг от друга с помощью масштабирующей энтропийной последовательности.

Проведены сравнения масштабирующей энтропийной последовательности, с энтропиями Колмогорова и Кушниренко. Выяснилось, что такая последовательность не позволяет различать апериодические преобразования с положительной конечной энтропией, но позволяет различать некоторые преобразования с нулевой энтропией. Автор проявил немалую изобретательность и настойчивость для доказательства того, что масштабирующая последовательность является метрическим инвариантом. Установление этого факта также является одним из главных результатов работы.

Научная новизна работы обусловлена введением нового инварианта энтропийного типа и вычислением этого инварианта для различных динамических систем. Работа носит теоретический характер, ее результаты имеет большое значение для эргодической теории и общей теории динамических систем и могут быть полезны специалистам в этих областях, работающим в МГУ, СПбГУ, МИРАН им. Стеклова, ПОМИ.

Результаты, полученные в диссертации, полностью *обоснованы* и снабжены подробными доказательствами. Исследование проведено на высоком математическом уровне.

Достоверность полученных в работе результатов подтверждается корректными формулировками, строгими доказательствами и правильным использованием результатов, полученных ранее другими авторами. Результаты *апробированы* на Санкт-Петербургском семинаре по теории представлений и динамическим системам, на коллоквиуме лаборатории им. П. Л. Чебышева СПбГУ, на семинаре по теории вероятностей и эргодической теории в МГУ.

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 печатных работах в журналах, входящих в Перечень ведущих рецензируемых журналов и изданий ВАК.

Работа не лишена некоторых несущественных недостатков. Прежде всего это разного рода опечатки и неточности:

в фразе "Размер наименьшей по количеству ε -сети.." в конце 8 страницы имело бы смысл добавить слово "элементов";

на 9-й странице говорится о согласованных структурах полуметрики и меры, однако, что это такое не объясняется;

на страницах 33 и 52 в тексте встречается "английский" перенос выносных формул, без повторения знака с начала следующей строки;

в формулировке пункта 2 теоремы 6 в одном предложении дважды (без необходимости) встречается выражение "такое, что";

в параграфе, соединяющим 5 и 6 страницу автореферата, опущены инициалы при нескольких фамилиях, что не соответствует стилю остального текста;

на 12 странице автореферата слово "порождающий" должно быть в женском роде.

Кроме того, иногда изложение не совсем последовательно: например, в лемме 4 объясняется, что применяется неравенство Чебышева, а в лемме 2, оно применяется без упоминания.

Не совсем понятны резоны для дублирования названий теорем в автореферате перед их формулировкой.

ГОСТ Р 7.0.11—2011 рекомендует писать заключение не только в тексте диссертации, но и в автореферате.

Указанные замечания не влияют на основное содержание работы, ее теоретические результаты, не меняют положительную оценку и не снижают ценности работы.

Диссертационная работа П.Б. Затицкого является законченным трудом в области эргодической теории динамических систем. Результаты, полученные в диссертации являются важными и принципиально новыми. Автореферат правильно отражает содержание работы.

Таким образом, диссертационная работа "Масштабирующая энтропийная последовательность как метрический инвариант динамических систем" отвечает самым всем требованиям ВАК, а ее автор Затицкий П.Б. заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры Высшей математики ФГБОУ ВПО РЭУ им. Г. В. Плеханова



С.В. Тихонов

2.12.2014

