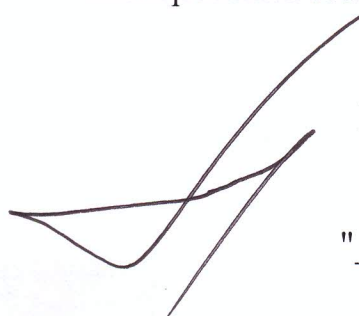


Проректор по научной работе
Санкт-Петербургского государственного
электротехнического университета,



Шестопапов М.Ю.

"07" июня 2016 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации - **Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета** на диссертационную работу Гладкой Анны Владимировны «Экстремальные задачи теории приближения целыми функциями конечной степени и сплайнами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональных анализ

Диссертация посвящена исследованию задач наилучшего приближения. Эти вопросы, впервые рассмотренные Чебышевым и Валле Пуссенном для непрерывных функций и многочленов, постоянно находятся в зоне пристального внимания математиков, поскольку, они важны во многих прикладных вопросах и интересны как чисто математические задачи. Дальнейшие исследования в этом направлении связаны с именами Фавара, Ахиезера, Крейна и многих других.

Специфика этого круга вопросов такова, что любое содержательное продвижение в решении задач наилучшего приближения всегда порождает серию новых вопросов требующих ответа. По такому сюжету формируется и рассматриваемая диссертация. Причем происходит это сразу по двум направлениям: прямой путь от многочленов к целым функциям и, активно развивающееся в последние десятилетия, тематика приближения сплайнами.

Автор убедительно показывает, что два направления, обозначенные выше, на первый взгляд, различные связаны между собой. Дело здесь не во внешней схожести, идущей от постановки задач, а в том, что, освоенная к настоящему времени техника работы со сплайнами с использованием

преобразования Фурье подспудно вводит аналитическую природу в решение вещественных по своей постановке задач.

Актуальность

В диссертации А.В. Гладкой получен цикл результатов о целых функциях наименее уклоняющихся от нуля и цикл результатов о наилучших приближениях сплайнам непериодических функций из классов Соболева на вещественной прямой. Важным моментом, отражающим полноту проведенной работы, является то, что для оценок наилучших приближений всюду получены точные константы. Еще одним достоинством работы является ее конструктивность. Автору удается построить линейные операторы, реализующие наилучшее приближение.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении обстоятельно изложена история вопроса и дан обзор содержания диссертации.

Первая глава посвящена построению функций, наименее уклоняющихся от нуля в весовых классах целых функций экспоненциального типа. Эти задачи являются прямым обобщением классических результатов Чебышева для многочленов. Доказательство основано на полученном автором обобщении теоремы Валле Пуссена об альтернансе. Техническую основу доказательства составляет теорема Ахиезера о возможности представления функции класса Картрайт (положительной на вещественной оси) в виде квадрата модуля другой целой функции. Эта конструкция позволяет выписать серию функций, которые являются наименее уклоняющимися от нуля в рассматриваемых весовых пространствах. В случае равномерной нормы с весом автору удается проверить для построенного «кандидата» справедливость условий обобщения теоремы Валле Пуссена для двух вариантов веса (теоремы 2 и 3).

Далее рассмотрена задача построения функции наименее уклоняющейся от нуля в интегральных метриках. Здесь основу доказательства составляет теорема об ортогональности сигнатуры функции наименее уклоняющейся от нуля всем функциям меньших классов (теорема 4). Проверка сформулированного в теореме 4 условия ортогональности для построенных ранее функций требует существенных технических усилий (Теоремы 5 и 7). После этого нетрудно доказать, что построенные функции

являются наименее уклоняющейся от нуля в рассматриваемых интегральных метриках (Теоремы 6 и 8).

Вторая часть диссертации, главы 2 и 3, посвящена решению задачи о приближении сплайнами непериодических классов гладких функций, заданных на вещественной оси. Автор на основе работ своих предшественников показывает, что, как и в периодическом случае функции существуют линейные операторы, отображающие пространство функций в пространство сплайнов так, что оценка норма разности является минимально возможной.

Автор подбирает ядро для оператора свертки, переводящего гладкую функцию в сплайн. Далее опираясь на свойства построенного ядра и формулу Ахиезера, выражающую разность между функцией и построенным сплайном, автору удается получить ряд нетривиальных оценок для возникающих операторов свертки (параграф 2.2). В лемме 5 появляется важная оценка построенного оператора свертки, позволяющая доказать для соответствующего сплайна неравенство типа Ахиезера – Крейна – Фавара с точной константой в оценке (Теорема 1). Заметим, что для получения этого результата в непериодическом случае, автор доказывает возможность предельного перехода (сохранения результата при стремлении периода к бесконечности). Этот переход обоснован в леммах 6 и 7, в которых показано, что построенные сплайны допускают эквивалентное описание в терминах V -сплайнов и в терминах сплайнов, приближающих сдвиги ядра Бернулли.

В третьей главе доказаны неравенства типа Джексона – оценки наилучшего приближения многочленами через модуль непрерывности приближаемой функции. Аппарат, сформированный во второй главе, позволяет получить неравенства типа Джексона для непериодических функций из классов Соболева. В теореме 1 предъявлены линейные комбинации операторов, построенных в главе 2, порождающие по функции из класса Соболева сплайн, реализующий ту же оценку, что и наилучшее приближение.

Все установленные в диссертации А.В. Гладкой результаты являются достоверными научными фактами, полученными впервые. Результаты ее работы, несомненно, привлекут внимание специалистов по комплексному анализу и теории аппроксимации.

Основное содержание диссертации опубликовано в трех статьях, помещенных в журналах из списка, рекомендованного ВАК. Изложение

материала в диссертации ясное и последовательное. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Тематика работы безусловно актуальна. Важны не только полученные новые результаты, но и техника, разработанная для доказательства этих утверждений. Широкое использование сплайнов для решения инженерных задач, несомненно, делает интересными построенные в работе линейные операторы, осуществляющие приближение функции сплайнами.

С диссертацией рекомендуется ознакомиться в ПОМИ РАН, на математико-механическом факультете СПбГУ, на механико-математическом факультете МГУ, в МИАН. Результаты диссертации могут составить содержание спецкурса для студентов соответствующих специальностей.

Замечаний по содержательной стороне работы нет. К недостаткам можно отнести некоторую тяжеловесность изложения, заметную в заключительной части работы, в которой длинные выкладки доказательств воспринимались легче, если бы были разделены на фрагменты. По тем же причинам желательно модифицировать нумерацию доказываемых утверждений. Наличие в каждой главе «теоремы 1», создает дополнительное напряжение при чтении диссертации.

Однако эти недостатки не умаляют благоприятного впечатления от хорошей аналитической работы А.В. Гладкой, которая зарекомендовала себя как математик, глубоко понимающий свою область исследований.

Заключение

Диссертационная работа Гладкой Анны Владимировны «Экстремальные задачи теории приближения целыми функциями конечной степени и сплайнами» соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а соискательница заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа и отзыв обсуждены и одобрены на заседании кафедры высшей математики №2, протокол № 4, 26 мая 2016 года.

Заведующий кафедрой ВМ-2 СПбГЭТУ

доктор физ.-мат. наук

ОТДЕЛ
КАДРОВ

ПОДПИСЬ РУКИ

ЗАВЕРЯЮ:
А.М.Н.ОК И. САРАЕВ

07 06 2016

А.М.Коточигов