

## Отзыв на диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Пестова А.Л. «Характеризация данных обратной задачи для одномерной двухскоростной динамической системы»

Диссертация посвящена исследованию одномерной обратной задачи для гиперболической системы уравнений, описывающей распространение волн в ситуации, когда в среде может существовать много типов волн, распространяющихся с различными скоростями. Правда, диссертант ограничился случаем лишь двух скоростей, однако по-видимому переход к случаю с большим числом скоростей не должен содержать принципиальных трудностей. Задача заключается в определении переменных параметров среды по наблюдениям на границе среды за волнами, порожденными источниками, находящимися на этой границе («граничным управлением»). При этом число подлежащих определению параметров – коэффициентов системы дифференциальных уравнений (8 скалярных функций одной переменной) существенно превышает число заданных функций (3 функции одной переменной – компоненты симметрической матрицы). Поэтому естественным оказывается нарушение теоремы единственности.

Для единственности требуется задать дополнительную априорную информацию о свойствах среды. В качестве таковой автор предлагает, во-первых, задание коэффициентов при старших производных, Этой дополнительной информации не достаточно для обеспечения единственности решения обратной задачи. Поэтому, во-вторых, дополнительно предлагается задавать некоторую функцию (функция  $l(t)$ ), устанавливающую такое соотношение между граничными источниками разных типов, при котором в среде не возникает волн, обгоняющих волны, движущиеся с меньшей из двух возможных скоростей.

Основной результат диссертации содержится в доказанной автором теореме 4, где сформулированы необходимые и достаточные условия на данные, обеспечивающие существование решения обратной задачи. Эти условия, (кроме очевидных условий типа гладкости функций, симметрии матриц и естественных ограничений на выбор некоторых констант) заключаются в требовании положительной определенности некоторого оператора, построенного по данным задачи.

Диссертация состоит из Введения трех глав. Первые две главы посвящены исследованию прямой задачи, приводящему к доказательству необходимости условий в теореме 4. В главе 1. прямая задача рассматривается как задача теории уравнений в частных производных: устанавливается корректность задачи, исследуются особенности решений, обсуждается возможность появления решений типа медленных волн. В главе 2.

та же задача рассматривается в терминах теории динамических систем и задачи граничного управления для них, вводятся нужные в дальнейшем пространства и подпространства, операторы, исследуются их свойства.

Собственно обратной задаче посвящена глава 3., в которой автор формулирует и доказывает упомянутую выше основную теорему 4 (достаточные условия). При этом в ходе доказательства достаточности автор приводит два возможных конкурирующих метода конструкции решения. Решение строится при произвольно выбранных переменных коэффициентах при старших производных и функции  $l(t)$ , удовлетворяющих минимальным естественным ограничениям. Условия на данные обратной задачи (оператор реакции) не зависят от выбора этих функций. Конструктивность доказательства, дающая непосредственные алгоритмы для решения обратной задачи является несомненным плюсом при оценке работы. К сожалению

однако, в работе полностью отсутствует сравнение двух методов решения задачи, как с принципиальной точки зрения, так и с точки зрения их численной реализации.

Предыдущие рассуждения делают очевидным тот факт, что существуют нетривиальные системы, для которых рассеянные неоднородностями среды волны, порожденные граничными источниками, не доходят до границы. Автором сделана попытка, к сожалению не доведенная до конца, привести пример такой системы: задача упирается в построение решения интегрального уравнения, ядро которого определяется выбором функции  $l(t)$ , где в качестве  $l(t)$  можно выбрать произвольную гладкую функцию, обращающуюся в нуль при  $t=0$ . По-видимому, решение указанного интегрального уравнения можно построить явно при удачном выборе функции  $l(t)$  (например, если взять в качестве  $l(t)$  линейную функцию). Тогда был бы построен красивый явный пример системы с переменными коэффициентами с такой же наблюдаемой реакцией на границе как в случае однородной системы с не взаимодействующими волнами.

Отметим некоторые направления, в которых представляется естественным развивать дальнейшие исследования в рамках данной тематики. 1) Автор ограничился исследованием системы дифференциальных уравнений с формально самосопряженным оператором. Но имеет смысл рассмотреть аналогичную задачу, сняв ограничение самосопряженности. 2) Автор употребляет термин «двухскоростная динамическая система», однако в действительности он рассматривает систему с четырьмя скоростями волн: две в одном направлении и две в противоположном, в случае, когда скорости в противоположных направлениях совпадают. Однако имеет смысл рассматривать и анизотропные системы. Анизотропия в одномерном случае означает что скорости в противоположных направлениях могут различаться, (Такая ситуация возникает, например, при рассмотрении волн в движущихся средах.) Соответствующие обратные задачи также имеют право на существование.

Последние замечания нельзя рассматривать как претензии к автору диссертации, а скорее как пожелания относительно дальнейших исследований.

Отметим в качестве недостатка диссертации некоторую небрежность. Так, при формулировке Леммы 8. (стр. 71) автор апеллирует к рисунку 2.3, однако рисунок 2.3 в работе отсутствует.

Оценивая работу в целом, следует отметить, что автором проделана значительная и весьма трудоемкая работа, требующая владения большим и разнообразным математическим аппаратом (теория уравнений в частных производных, лучевой метод, теория операторов, теория управления). Сделанные выше замечания не носят принципиального характера. Считаю, что работа вполне удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор – присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

22.04.2016 г.

*А. С. Благовещенский*

доктор физ.-мат. наук  
А.С. Благовещенский

*Аннотация корректно свершена.  
Диссертация подготовлена в полном соответствии с требованиями.  
Текст рецензии размещен в открытом доступе на сайте СибГУ по адресу*

